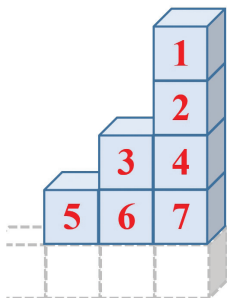


O Problema do ProfMat 2019

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2019, em Castelo Branco, consistiu na resolução de “Uma Torre Numerada”, inspirado num problema mais simples de Michel Criton:



Vamos construir uma torre formada por cubos empilhados.

O número de cubos em cada nível, a partir do terceiro a contar de cima, é igual ao total de cubos existentes nos dois andares imediatamente acima.

Os andares estão alinhados à direita e os cubos foram numerados sequencialmente a partir do topo e da esquerda para a direita, tal como se vê na figura com os quatro primeiros andares da torre.

Qual é o cubo mais alto da coluna a que pertence o cubo com o número 777?

Os critérios de classificação eram resposta correta e bem justificada, ausência de erros, simplicidade e clareza.

Recebemos 21 respostas (16 individuais e 5 em grupo). Destas, seis foram eliminadas por terem incorreções, quer por deficiente interpretação do enunciado, quer por pequenos erros de cálculo.

As estratégias seguidas tiveram todas um ponto em comum: a procura de padrões que permitissem chegar à solução. Isto foi mesmo explicitado no final de uma resposta: “Adoramos este problema porque encontramos muitas regularidades interessantes nesta disposição” (Adelina Precatado e seu grupo).

Demos a palavra ao José Carlos Pereira.

Os dezasseis primeiros números da sucessão f de Fibonacci, em que f_n é o termo de ordem n , são:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610 e 987.

Devido à forma como a pilha é construída, conclui-se que:

- 1) O primeiro número da linha n é f_{n+1} .
- 2) O último número da linha n é $f_{n+2}-1$.

Assim, podemos fazer uma tabela.

| Linha | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|-------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Primeiro nº | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 | 233 | 377 | 610 |
| Último nº | 1 | 2 | 4 | 7 | 12 | 20 | 33 | 54 | 88 | 143 | 232 | 376 | 609 | 986 |

Portanto, 777 está na linha 14, porque $610 < 777 < 986$.

Como $986 - 777 = 209$ e como o último número da linha 13 é 609, o número da linha 13 que está por cima do 777 é $609 - 209 = 400$.

O último número da linha 12 é 376. Mas, $376 - 209 = 167$ e $167 < 233$ (233 é o primeiro número da linha 12), pelo que 400 é o único número da coluna de 777 que lhe está acima.

Portanto, o número mais alto da coluna de 777 é o 400.

Premiados e Prémios

1º - José Carlos Pereira

(Unidade TI-Nspire CX II-T, oferta Texas Instruments)

2º ex aequo

- Adelina Precatado e seu grupo
- Cátia Ferreira
- Conceição & Armando Ferreira
- Fausto Silva
- José Filipe
- Leticia Martins

(Livros “Problemas... Sem Problema”, J. P. Viana, ed. APM)

O primeiro prémio será enviado ao vencedor. Os restantes devem ser levantados até 31 de Dezembro de 2019. Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa (socio@apm.pt ou 217163690).

Concorrentes – Carla Dias, Carlos Costa Fernandes, Cátia Ferreira, Célia Correia de Matos, Célia Martins, Céline Gonçalves, Fausto Silva, Isabel Viana, Joana Dias, José Carlos Pereira, José Filipe, Leticia Martins, Luís Bernardino, Regina Veríssimo, Rita Caneco, Rogério Berrincha, e os grupos: Adelina Precatado, Anabela Teixeira, Rute Cipriano, Pilar Mansos & Teresa Moreira; Andreia Serra & Cíntia Almeida; Conceição & Armando Ferreira; Daniel Castanho & Sandra Neves; Sandra Bolinhas & Carlos Dias.