

# A Hélice de Boerdijk-Coxeter ou Tetrahelix



Figura 1

O objetivo deste texto é mostrar como o recurso a materiais distintos para construir o mesmo objeto geométrico permite valorizar ou destacar propriedades distintas da estrutura do objeto. Para isso foi escolhido um objeto muito pouco conhecido, a *hélice de Boerdijk-Coxeter*. Esta hélice é o poliedro que serviu de inspiração para a construção da estrutura da *Art Tower Mito*, no Japão, tendo sido esta construção explorada no artigo *Estruturas inesperadas* apresentado na revista n.º 152. A fotografia da figura 1 mostra uma hélice construída com recurso a triângulos equiláteros de *polydron*, neste caso peças compactas. Este poliedro é descrito como um empilhamento linear de tetraedros regulares. Cada tetraedro está relacionado com o seguinte através de uma rotação formando-se assim uma espiral helicoidal [1] [2]. Este poliedro é também conhecido como *tetrahelix*, designação que decorre da sua ligação ao tetraedro. É importante notar que as faces dos tetraedros que constituem o complexo formam três bandas entrelaçadas, como evidencia a fotografia da figura 2. Para evidenciar este efeito foi importante usar peças de apenas 3 cores e manter a mesma cor para todos os elementos de cada uma das bandas. A maneira mais fácil de construir uma *hélice de Boerdijk-Coxeter* é recorrer a esta última propriedade, respeitando a utilização de peças de 3 cores para evidenciar as 3 bandas que formam a hélice. Vale a pena experimentar, começando por construir separadamente as três bandas de triângulos, ligando-as depois passo a passo. Embora na fotografia seja mostrada uma parte da hélice, esta construção pode ser continuada indefinidamente.



Figura 2

Os matemáticos que estudaram este objeto geométrico afirmam que, nesta sequência infinita de tetraedros empilhados, não é possível encontrar um par de tetraedros com a mesma orientação porque o passo helicoidal por célula não é uma fração racional do círculo [1]. Uma propriedade difícil de entender, mas que ajuda a explicar o aspeto estranho da hélice em que não se

consegue vislumbrar uma repetição de orientação dos tetraedros que a formam e, por isso, não se identifica nenhum corte da composição que dê origem a uma parte repetível, como pode ajudar a ver a construção da figura 3.

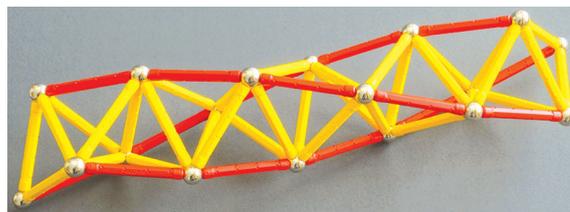


Figura 3

Penso que cada uma destas três fotografias e as características que foram sendo associadas a cada uma delas ajudam a compreender o interesse de analisar representações diferentes que evidenciam propriedades distintas da estrutura de um objeto geométrico. O recurso a um objeto geométrico pouco conhecido pode ajudar a valorizar este interesse em estudar, para o mesmo objeto, a associação entre estruturas distintas e as propriedades que são evidenciadas por cada uma delas. Essa discussão foi feita para a esfera no artigo *Esferas e aproximações de esferas — definição e definições* no n.º 148 da *Educação e Matemática*, com exemplos de construções feitas por crianças. Fica assim o desafio de estudar estruturas distintas para outros objetos geométricos mais conhecidos e construí-las com os alunos. Registo ainda a ideia de que objetos como esta hélice, de natureza espiral e que podem ser continuados indefinidamente, são muito desafiadores do ponto de vista das relações matemáticas que permitem estabelecer.

Deixo também um outro desafio que decorre da minha atração pela *tetrahelix* e que me levou a encontrar algumas outras estruturas constituídas por tetraedros mas distintas da *tetrahelix* [3] e outros objetos construídos a partir de triângulos equiláteros [4]. Nestas duas referências indicadas é possível encontrar informação matemática muito interessante sobre estes objetos geométricos.

**Nota** — Agradeço ao Pedro Almeida que teve a ideia de construir a *tetrahelix* representada na fotografia 2 e que é também o autor da fotografia.

## Referências

- [1] Ulasevich, Z., & Ulasevich, V. (2016). Isometries in teaching descriptive geometry and engineering graphics. *The Journal of Polish Society for Geometry and Engineering Graphics*, 29, 23–20.
- [2] <https://www.revolvy.com/page/Boerdijk%E2%80%93Coxeter-helix>
- [3] <http://bit-player.org/2013/tetrahedra-with-a-twist>
- [4] <http://images.math.cnrs.fr/Peut-on-faire-un-anneau-de-tetraedres.html?lang=fr>