

Ensino Secundário – Ensino Superior: (Des)Conexões

No ProfMat deste ano realizou-se uma sessão de trabalho dedicada à relação do ensino secundário e superior, cujo título transpusemos para este texto. Trata-se de um assunto muito importante a que, provavelmente muitos concordarão, não tem sido atribuída suficiente atenção. A Comissão organizadora do ProfMat, reconhecendo a necessidade de discussão e reflexão sobre o tema, propôs a realização de uma mesa redonda, a qual foi moderada por Paulo Afonso (Professor na Escola Superior de Educação de Castelo Branco) e em que participaram Jaime Carvalho e Silva (Professor no Departamento de Matemática da FCT – Universidade de Coimbra), Teresa Moreira (Professora na Escola Secundária de Camões em Lisboa) e Albano Silva (atual Presidente do Instituto Politécnico de Portalegre).

A mesa redonda recebeu grande interesse por parte dos professores que estavam no encontro e foi preenchida com intervenções que a Redação da *Educação e Matemática* considerou de grande relevância, pelo que decidiu publicar uma parte significativa do conteúdo daquela sessão. Todas as questões foram propostas pelo moderador. Dada a sua extensão, e de modo a não prejudicar a leitura e interpretação do conteúdo das intervenções, o texto desta sessão será publicado em dois números. Desta forma, começamos por dar voz a Jaime Carvalho e Silva e Teresa Moreira.

A Redação agradece a todos o esforço adicional de transformar as suas intervenções orais num registo escrito, o qual foi editado pela equipa da Revista e revisto pelos seus autores.

A Redação da *Educação e Matemática*

Que competências matemáticas se espera que os alunos atinjam no final da escolaridade obrigatória, designadamente no final do Ensino Secundário? Em que patamares se situam os aspetos da rotina, da mecanização e da exercitação memorística dos conteúdos matemáticos, face aos aspetos da compreensão e da Resolução de Problemas e da Modelação Matemática, com as respetivas conexões inter-conceitos e entre a Matemática e a Vida quotidiana? (Jaime Carvalho e Silva)

Um pouco por todo o mundo são discutidos os problemas da transição entre o ensino secundário e o ensino superior, especialmente em relação à disciplina de Matemática¹. Este é um problema antigo e já em 1998 mereceu uma excelente contribuição no Congresso Internacional de Matemática². As recomendações aí expostas exigem uma série de ações coordenadas que nem são unânimes nem têm sido implementadas de forma satisfatória em nenhum sistema educativo, pelo que a discussão continua. Não há um referencial nacional ou internacional sobre quais os conteúdos, competências e capacidades que um aluno que termina o Ensino Secundário deva possuir quando pretende prosseguir estudos no Ensino Superior³. E não é sequer claro

¹Cito por exemplo, o estudo em curso da EMS-Sociedade Europeia de Matemática, intitulado “secondary-tertiary transition (STT)” que pode ser visto em <http://euro-math-soc.eu/sites/default/files/STT-survey-%2015-02-2019.pdf>

²Com um trabalho escrito por 4 autores de 4 países diferentes: Guzman (Espanha), Hodgson (Canadá), Robert (França), e Villani (Itália).

³Neste texto não me irei referir às áreas fora das Ciências e Tecnologias, mas muito haveria a dizer sobre as outras áreas onde uma formação mínima como a da atual disciplina de “Matemática Aplicada às Ciências Sociais” deveria ser considerada. Ver Carvalho e Silva, J. (2018).



que deva haver tal referencial, tais são as diferenças existentes entre os diferentes sistemas educativos.

Em 1999, a União Matemática Italiana elaborou o que chamou *SYLLABUS DI MATEMATICA – Conoscenze e capacità per l'accesso all'Università*, que continha as sugestões da União Matemática Italiana sobre a preparação dos estudantes no acesso às Faculdades Científicas, mais precisamente a uma licenciatura com elevados conteúdos matemáticos. Selecionou 5 temas e dentro de cada tema separou o “saber” do “saber fazer”. O quinto tema é “Sucessões e Funções numéricas” e no “saber fazer” inclui “Saber interpretar o gráfico de uma função: reconhecer do desenho os intervalos onde a função cresce ou decresce e onde assume valores positivos ou negativos; individualizar os pontos de máximo ou de mínimo; reconhecer eventuais simetrias

(funções pares, funções ímpares e funções periódicas)”. Mas não inclui o Cálculo Diferencial e Integral por considerar que ele é desenvolvido de maneira aprofundada e detalhada nas disciplinas básicas do Ensino Superior⁴.

Michèle Artigue (2004) chama a atenção para a dificuldade da transição para o ensino superior como um problema de *transição entre culturas*, tanto ao nível da *abordagem dos conteúdos* como ao nível do *tipo de trabalho com a Matemática*.

Os australianos Poladian e Nicholas (2013) enfatizam a importância da comunicação entre as universidades e os seus futuros alunos, no que diz respeito aos conteúdos e ao nível adequado que o aluno deve ter ao entrar no Ensino Superior. Para tentar responder a este problema, participei no projeto da Universidade de Coimbra intitulado ReM@t e que pretende “mostrar como o Ensino à Distância fornece uma ferramenta adequada para atender às dificuldades na Aprendizagem da Matemática na transição Secundário-Superior a públicos muito diversificados”. Tal é feito através da disponibilização de um site que pode ser acedido aqui: <http://www.ucd.uc.pt/remat/>
Neste texto vou analisar sucintamente as propostas de Inês Gomes Chacon⁵ quanto ao que chama “atitudes matemáticas” que entende serem necessárias para a transição do “bachillerato”⁶ à Universidade.

1. Aquisição de uma atitude inicial adequada

Neste item refere a confiança, tranquilidade, motivação e disposição para aprender, curiosidade, gosto pelo desafio, crenças positivas em relação à Matemática e à sua aprendizagem. Se terminássemos neste primeiro item já teríamos uma tarefa enorme pela frente.

2. Aquisição de atitudes em relação à Matemática

Neste item refere a necessidade de uma atitude positiva em relação à Matemática e ao enfrentamento de tarefas complexas e que o estudante deve estar imbuído de hábitos e atitudes matemáticas. Isto vai ao encontro do que preconizava Sebastião e Silva (1914-1972): “Os alunos não precisam, em geral, de ser investigadores, mas precisam de ter espírito de investigação. Intuição, experiência, lógica indutiva, lógica dedutiva - todos estes meios se alternam constantemente na investigação científica, numa cadeia sem fim em que é difícil destrinçar uns dos outros.”⁷

3. Aprendizagem de processos e estratégias de pensamento para enfrentar um problema

Esta é uma proposta clássica, com excelentes contributos na literatura de George Polya, Miguel de Guzman e Alan

⁴Unione Matematica Italiana, SYLLABUS DI MATEMATICA, 1999, p. 13.

⁵Contidas no seu artigo publicado em Educación Matemática, vol. 21, núm. 3, diciembre de 2009, p. 5-32.

⁶Final do Ensino Secundário em Espanha.

⁷Sebastião e Silva, Guia para a utilização do Compêndio de Matemática (2.º e 3.º vol). 1965-66, Lisboa: Min. Educação/OCDE

Schoenfeld. Sem uma boa experiência da heurística da resolução de problemas de Matemática não poderemos esperar que os estudantes tenham a autonomia necessária para enfrentar problemas não rotineiros.

4. Estruturação dos conhecimentos em redor dos temas específicos escolhidos

Este é um ponto que só pode parecer consensual se considerarmos os temas que nos últimos 50 anos têm sido incluídos nos programas oficiais em Portugal. Por exemplo, a nível internacional são levantadas muitas questões sobre o âmbito do estudo do Cálculo Diferencial e Integral no ensino secundário. Se nuns países apenas se estuda a álgebra das Funções, noutros países o estudo inclui séries numéricas e de potências e equações diferenciais. Qual o peso que devem ter áreas como as Probabilidades e a Estatística, a Programação e outros temas de Matemática Discreta? Já para nem falar no estudo da Geometria numa época em que os aspetos dinâmicos dominam... Este tema não é claramente consensual.

Os temas matemáticos que convirá considerar para as diversas vias do ensino secundário ou superior deveriam merecer profunda reflexão. O matemático Keith Devlin escreveu mesmo que todos os métodos matemáticos que aprendeu nos seus estudos universitários se tornaram obsoletos durante a sua vida. Num mundo com mudanças tão aceleradas, a escolha dos temas matemáticos não pode ser feita de forma cega ou dependendo apenas da tradição.

Neste contexto, é interessante confrontar com as indicações presentes nos programas atuais do final do Ensino Secundário de Singapura. A chamada Matemática Pré-Universitária está dividida em quatro vias: H1 Matemática, H2 Matemática, H2 Matemática Avançada e H3 Matemática. A primeira é destinada aos estudantes que pretendem seguir na universidade cursos nas áreas de Gestão e Ciências Sociais. A segunda aos estudantes que pretendem seguir cursos de áreas tais como matemática, ciências, engenharia e cursos relacionados, onde uma boa base de matemática é requerida. A terceira para estudantes que se pretendem especializar em matemática, ciências, engenharia ou disciplinas com grande necessidade de aptidões (*skills*) matemáticas. A quarta para estudantes que pretendem seguir a carreira matemática.

A tabela apresentada neste artigo resume os temas incluídos em cada uma destas quatro disciplinas.

Em todos estes programas de Singapura aparecem Princípios Pedagógicos a serem contempladas no ensino e aprendizagem. São eles:

1. O ensino é para a aprendizagem; a aprendizagem é para a compreensão; a compreensão é para raciocinar e aplicar e, em última análise, resolver problemas.

H1 Matemática	Funções e Gráficos	Funções exponenciais e logarítmicas; equações quadráticas e desigualdades; métodos gráficos e uso de calculadora
	Cálculo Diferencial e Integral	Derivadas, máximos e mínimos, primitivas elementares, integral definido e áreas
	Probabilidades e Estatística	Probabilidades e cálculo combinatório; distribuição normal e binomial; amostragem; Testes de hipóteses; correlação e regressão linear
H2 Matemática	Funções e Gráficos	Funções inversas e compostas; transformações de gráficos; equações e inequações; métodos gráficos e uso de calculadora
	Sucessões e séries	Progressões aritméticas e geométricas; soma dos termos e generalização
	Vetores	Vetores em 2 e 3 dimensões; produto escalar e vetorial; equações de retas e planos
	Introdução aos números complexos	Forma algébrica e fórmula trigonométrica; operações algébricas
	Cálculo Diferencial e Integral	Derivadas, máximos e mínimos, séries de MacLaurin; primitivas por partes e substituição, integral definido e áreas; equações diferenciais elementares
Probabilidades e Estatística	Probabilidades e cálculo combinatório; Variáveis aleatórias discretas; distribuição normal; Amostragem; Testes de hipóteses; correlação e regressão linear	
H2 Matemática Avançada (inclui H2 Matemática)	Álgebra e Cálculo	Indução Matemática; números complexos, lugares geométricos e fórmula de De Moivre; curvas em coordenadas polares e cónicas; áreas, volumes, comprimentos de curvas usando integrais definidos; equações diferenciais de 1.ª e 2.ª ordem
	Matemática Discreta, Matrizes e Métodos Numéricos	Relações de recorrência; matrizes e espaços vetoriais; determinantes até 3x3, independência linear, bases e dimensão, valores próprios e diagonalização; métodos numéricos para equações, cálculo de integrais e aproximação de soluções de equações diferenciais
	Probabilidades e Estatística	Distribuição de Poisson, Variáveis aleatórias contínuas, Testes de hipóteses e intervalos de confiança; testes não paramétricos
H3 Matemática (inclui H2 Matemática)	Comunicar ideias matemáticas usando linguagem matemática	Lógica e teoria de conjuntos
	Desenvolver e avaliar criticamente argumentos matemáticos usando os princípios do raciocínio matemático, incluindo métodos de demonstração	Demonstração pelo método de indução matemática, contraexemplos, princípio da gaiola de pombos, princípio da simetria
	Resolver problemas matemáticos usando heurísticas de resolução e problemas	Método analítico, resolver um problema similar, mais simples, separar em casos diferentes, reformular o problema

2. O ensino deve partir dos conhecimentos pré-requisitos dos tópicos; tomar consciência dos interesses e experiências dos estudantes; e empenhá-los numa aprendizagem ativa e refletiva.

3. O ensino deve ligar a aprendizagem ao mundo real, abraçar a tecnologia e enfatizar as competências do século XXI.

E efetivamente os documentos concretizam muitas destas ideias. Por exemplo, no que diz respeito à ligação ao mundo real, aparecem listas explícitas não exaustivas em todos os programas sobre os temas que podem ser tratados, tais como: crescimento populacional, matemática financeira, ótica, circuitos elétricos, motores de pesquisa, criptografia, música digital, investigação clínica ou pesquisas de mercado.

Todos estes programas estão alinhados com as *Competências para o Século XXI* oficialmente definidas. Pretende-se que os estudantes pensem criticamente e de maneira inventiva e comuniquem e expliquem os seus raciocínios eficazmente quando resolvem problemas e não se limitem a recordar fórmulas e procedimentos e a efetuar cálculos. Além disso, os textos oficiais enfatizam que a exposição dos estudantes às aplicações e modelação matemática melhora a sua compreensão e a sua

valorização da matemática. O Enquadramento Matemático (*Mathematics Framework*) indica que o foco central do Currículo é a Resolução de Problemas de Matemática, ou seja, usar a Matemática para resolver problemas.

Será esta a chave para uma boa preparação para o Ensino Superior? É pelo menos um modelo diferente do nosso que convém estudar com atenção.

Nota final: em Portugal há menos estudantes a completar o ensino secundário do que na média dos países europeus e há muito menos estudantes (com a idade entre 30 e 34 anos) a conseguir concluir o Ensino Superior.

Temos pois de investir muito na transição entre o secundário e o superior, mas igualmente tanto no ensino secundário como no próprio ensino superior.

Enquanto docente de Matemática do Ensino Secundário sente, efetivamente, que existe alguma falta de identidade deste ciclo de ensino face à eventual dependência relativamente ao Ensino Superior? Esta (des)conexão leva a que os alunos estejam mais preocupados em serem bem preparados para os exames nacionais de acesso ao Ensino

Tertiary educational attainment in the EU Member States

(% of those aged 30 to 34 having successfully completed tertiary education)



Superior e menos preocupados em aprenderem Matemática com significado, ou ambos os aspetos têm possibilidade de coexistir? (Teresa Moreira)

Não me parece que a “dependência” do secundário relativamente ao ensino superior tenha forçosamente que implicar a perda de identidade deste nível de ensino...

De facto, com o alargamento da escolaridade obrigatória para 12 anos de escolaridade, deixou de haver um espaço “temporal” entre o secundário e o superior mas, para mim, esta colagem perspetivava não só um maior nível de escolarização para todos, como também a possibilidade para a generalidade dos jovens não “esgotar” o seu percurso formativo no 12.º ano. No entanto, esse alargamento foi efetivado, em 2012, por Decreto Lei, sem qualquer avaliação das suas consequências, nem eventuais medidas de reformulação ou de adaptação essenciais para que não estivéssemos, passados 6 anos, a viver a situação atual que, esta mesa intitulou de “desconexão” entre os dois níveis de ensino.

Franco de Oliveira numa comunicação partilhada nas Jornadas do Departamento de Matemática da Universidade de Évora, a 3 de Julho de 2019, sobre o tema *Matemática e seu ensino, que futuro?*, referiu Keith Devlin, num livro publicado em 1997. Nesse livro, Devlin defende algumas teses sobre a matemática e o seu ensino no futuro. Como explica Franco de Oliveira, Devlin é um lógico, matemático e investigador no Instituto Avançado das Ciências e Tecnologias Humanas da Universidade de Stanford. Investiga o uso de diferentes meios para ensinar e comunicar a matemática para diversos públicos e fundou e chefia uma empresa de tecnologia educacional chamada BrainQuake, que projeta e constrói jogos de vídeo para aprendizagem da matemática.

A primeira tese defendida por Devlin intitula-se: Uma “nova era” na matemática e consequências para o ensino da matemática.

Até ao final do séc. XIX, e bem dentro do séc. XX, a matemática significava, para a maioria das pessoas, aplicar técnicas *standard* para resolver problemas bem definidos com respostas certas. Mas com o desenvolvimento da ciência e tecnologia nas últimas décadas, a necessidade de matemática começou a mudar. Com computadores omnipresentes que podem tornar toda a matemática processual mais rápida e precisa do que qualquer ser humano, ninguém que queira, ou queira manter, um bom emprego pode agora ignorar essa mudança da antiga “aplicação de procedimentos conhecidos” para nova ênfase na resolução criativa de problemas. Qual o significado disto para a educação matemática? Se, durante séculos, aprender matemática era aprender a dominar uma coleção de procedimentos *standard* para resolver problemas bem definidos que tivessem respostas certas, os livros de matemática, por sua vez, eram essencialmente livros de receitas. Atualmente, todas aquelas receitas de matemática foram codificadas em dispositivos, alguns dos quais transportamos nos nossos bolsos. De repente, numa única geração, o domínio das competências matemáticas processuais que prevaleceram durante três mil anos tornou-se irrelevante. Os alunos já não precisam de treinar para fazer cálculos longos: o que eles (nós) precisamos no mundo de hoje é uma compreensão mais profunda de como e porque funciona a aritmética indo-árabe. (Oliveira, 2019, p. 2)

À luz desta leitura e para responder à segunda parte da questão que o Paulo colocou com ênfase nos alunos, eu só consigo, como professora do secundário, lançar novas questões:

- O que é aprender com significado nos dias de hoje?
- Conseguirei eu, professora, potenciar os atuais programas e metas de Matemática A para uma aprendizagem com significado?
- Será que o ensino superior constitui uma continuidade deste tipo de aprendizagens?
- Não estarei eu, professora, em nome do desenvolvimento de outro tipo de aprendizagens a “condenar” o prosseguimento de estudos dos meus alunos uma vez que o acesso ao ensino superior depende quase exclusivamente do resultado obtido num exame nacional que assenta (dando cumprimento ao estabelecido nos Programas e Metas) fundamentalmente no domínio dos procedimentos – as tais “receitas” que Keith referia? Será que são os professores do secundário os verdadeiros “reféns” da atual política de acesso ao ensino superior?

Acresce ainda, legitimamente, as expetativas dos alunos, dos pais, da escola e da sociedade em geral. O nosso dilema hoje, parece-me que, é precisamente conciliar todas estas opções, sem prejuízo de qualquer aluno independentemente do seu percurso formativo.

Será que as alterações introduzidas pelos DL n.º 54 (inclusão) e n.º 55 (autonomia e flexibilidade) irão permitir eliminar ou

reduzir algumas das (des)conexões referidas? Está o Ensino Secundário e a Matemática, em particular, a dar resposta a que se pretende com estes dois documentos legais? (Teresa Moreira)

Vou começar por acrescentar aos dois documentos referidos, o Perfil do Aluno à saída da Escolaridade Obrigatória e citar novamente a tal comunicação de Franco de Oliveira relativamente a outra tese que Devlin apresentou sobre o ensino da Matemática:

- A aula de matemática de ontem não irá prepará-lo para os trabalhos de amanhã.
- Apesar de muitas estatísticas mostrarem que as competências CTEM (Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática) ainda têm grande procura e, certamente, um curso de matemática ainda ser bom para a colocação profissional, a competência que está hoje em grande demanda e continuará a crescer, é a capacidade de, perante um novo problema, possivelmente não bem definido, e provavelmente sem uma resposta única “certa”, progredir nele, em alguns casos (mas não todos!) “resolvê-lo” (o que quer que isto signifique). Os problemas de que precisamos hoje para a matemática surgem num contexto confuso do mundo real, e parte do progresso é descobrir exatamente o que é preciso nesse contexto. (p. 2)

A propósito de um dos cursos livres sobre *Pensamento matemático* da responsabilidade de Devlin, Franco de Oliveira comenta ainda:

A matemática escolar concentra-se geralmente em aprender procedimentos para resolver problemas estereotipados. Os matemáticos profissionais pensam em maneiras de resolver problemas reais, problemas que podem surgir do mundo quotidiano, da ciência ou da própria matemática. A chave para o sucesso na matemática escolar é aprender a “pensar dentro da caixa”. Em contraste, uma característica fundamental do pensamento matemático é “pensar fora da caixa” - uma competência valiosa no mundo atual. (p. 2)

Ora, o *Perfil do aluno à saída da escolaridade obrigatória*, parece ser uma tentativa de mudança de rumo numa direção futurista e preparatória do futuro dos nossos alunos. No entanto, quer o DL 55, quer o DL 54, ficam muito aquém do necessário para ser possível a concretização desta intenção. No caso específico da Matemática A, é positiva e importante, no DL 55, a introdução das AE. No entanto, defini-las como baseadas nos atuais *Programas e Metas* e sem qualquer alteração ao nível da avaliação externa é inevitavelmente reduzir os professores e as escolas à opção pela continuidade dos modelos de ensino-aprendizagem já estabelecidos. Algumas das atuais opções a este nível constituem inclusivamente um retrocesso como têm sido as opções relativamente à utilização da tecnologia, que se refletem não só na existência de 2 cadernos no exame nacional, mas também no *reset* da informação pessoal do aluno

– do aluno mais carenciado ainda por cima... mas não se esgota na tecnologia, será que a valorização das questões de escolha múltipla (em nome da equidade...) permitem o desenvolver das tais outras competências?

O DL 54, ao colocar dentro da sala de aula e fazendo depender das medidas a adotar por cada professor a recuperação dos alunos com necessidades educativas especiais, não criando quaisquer condições para tal e mais uma vez não havendo qualquer reflexo das medidas de recuperação na avaliação externa é mais um indicador de que não há “vontade política” para a mudança. Lá terão, novamente, que ser os professores a “fazer o pino” e, façam-no ou não, serão os únicos responsáveis pelo insucesso dos alunos.

A eventual abolição dos exames no final do Ensino Secundário: que vantagens e desvantagens para a componente das aprendizagens dos estudantes e para a sua formação global? (Teresa Moreira)

Custa-me discutir a questão em termos de vantagens/desvantagens...

Quero acreditar que o que contribui para a formação dos alunos são mais as aprendizagens que desenvolve ao longo dos 12 anos de escolaridade do que as horas de preparação para o exame nacional... Apesar de haver um claro desequilíbrio no peso dado a cada uma das partes – 70% para 30%. Os exames nacionais do ensino secundário assumem-se como certificadores de um final de ciclo – objetivo pouco claro uma vez que dois dos quatro exames se realizam no 11.º ano... Assim sendo, não têm um reflexo direto nas aprendizagens dos alunos como tem a avaliação interna, seja formativa ou sumativa. Para que servem, então, os exames nacionais?

Eu, pessoalmente, considero que atualmente os exames nacionais existem por dois motivos: por um lado, o sistema educativo não confia nos professores e nas escolas e, por outro, esse mesmo sistema tem uma cada vez mais forte necessidade de seriar o desempenho dos alunos através de uma classificação de 0 a 20. Estamos atualmente a desenvolver nos alunos um espírito altamente competitivo, por um lugar ou por uma nota, que se reflete num sistema educativo que impõe a clara separação entre aqueles que podem chegar ao topo da escala (e entrar, por exemplo, em Medicina, Arquitetura ou em Engenharia no Instituto Superior Técnico...) e aqueles que, se se esforçarem muito, muito, poderão alguns deles, uma minoria, desejavelmente, talvez, prosseguir os seus estudos num politécnico... Afinal que Educação para a Cidadania temos nós?

Referências

Oliveira, A. J. F. (2019, julho). *Matemática e seu ensino, que futuro?* Comunicação apresentada nas Jornadas do Departamento de Matemática da Universidade de Évora.