

A matemática sob (sobre) pressão

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO

O currículo tradicional de matemática tem sofrido diversas críticas no tocante à reduzida importância que costuma dar às conexões entre a matemática e contextos aplicados do mundo real (UNESCO, 2016). É fato não faltarem exemplos de contextos reais da física, da engenharia e das ciências sociais que fazem uso intenso de ferramentas matemáticas, cabendo à comunidade de educadores avaliarem a adequação e pertinência da penetração de tais problemas no currículo de matemática da escola básica. Uma estratégia que nos parece interessante para a incorporação de problemas aplicados nas aulas de matemática é a da busca de situações reais que permitam o trabalho simultâneo de tópicos do currículo canônico da matemática com ideias gerais exploradas nas ciências. Um tópico importante do currículo de matemática da escola básica que permite inúmeras aproximações com as ciências é o do estudo das grandezas e medidas. A proposta deste artigo é de apresentar dois exemplos de aproximação entre o estudo de grandezas e medidas com o estudo do conceito físico de pressão. No primeiro exemplo estimaremos o peso de um carro usando a pressão dos seus pneus e no segundo projetaremos um apagador de lousa mais eficiente explorando a relação entre grandezas envolvida na fórmula de pressão.

ESTIMANDO O PESO DE UM CARRO

A pressão P é a relação entre uma determinada força F e sua área A de distribuição, expressa pela fórmula matemática $P = \frac{F}{A}$. Muita “limonada” pode ser tirada desse “limão” em aulas de matemática da escola básica, como veremos a seguir.

Pensei nisso pela primeira vez quando li uma matéria no jornal a respeito do impacto negativo dos veículos pesados sobre a manta asfáltica que recobre ruas e estradas. Nela dizia que o excesso de peso dos caminhões poderia reduzir em até 50% da vida útil do asfalto das estradas ao provocar ondulações na pista que, posteriormente, se transformam em buracos. Naquela ocasião fiquei curioso em saber qual era o peso do meu carro. O caminho mais curto para isso, e muito sem graça, seria consultar o manual do veículo. Foi então que me lembrei do matemático alemão Karl Weirstrass (1815-1897) quando dizia que matemático que não é poeta não é um verdadeiro matemático. Para tentar estimar o peso do carro com “poesia” me ocorreu um experimento simples envolvendo o conceito de

pressão. Por “experimento simples” entenda-se o uso apenas de papel, régua e um medidor da pressão dos pneus do carro (foto 1), além de fita adesiva.



Foto 1. Material utilizado

A ideia básica consiste em utilizar a área de contato dos pneus do carro com o chão e a pressão de cada pneu para estimar a força exercida pelo veículo sobre o chão. Essa força está diretamente relacionada com a massa total do carro. Vamos ao trabalho!

Inicialmente “cerque” um dos quatro pneus do carro por folhas de papel de tal forma que seja possível estimar a área do pneu em contato com o chão, como mostram as fotos 2 e 3.



Foto 2. Pneu traseiro esquerdo (início) Foto 3. Pneu traseiro esquerdo (final)

Em seguida, desloque o veículo para frente, sem mover as folhas de papel, que devem ser fixadas ao chão com fita adesiva. Com esse procedimento podemos estimar a área da região do pneu que estava em contato direto com o chão e que corresponde, aproximadamente, a área de um “buraco retangular” demarcado pelas quatro folhas de papel sobre o chão que cercaram o pneu. Quanto maior for a massa do veículo sobre a roda do carro, maior será a área do “buraco retangular” demarcado. Na foto 4 estão indicadas as medidas referentes ao “buraco retangular” demarcado pelo pneu traseiro esquerdo do meu carro sob o chão.

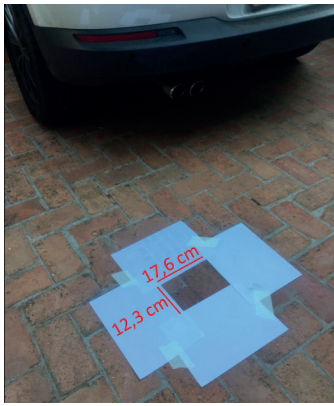


Foto 4. Área de contato do pneu com o chão = $216,48 \text{ cm}^2 \cong 216,5 \text{ cm}^2$

Chegou a hora de usar o medidor de pressão do pneu que, no nosso caso, estava regulado na unidade PSI, que é a abreviação de “pound force per square inch” (libras força por polegada quadrada). A pressão do pneu analisado inicialmente era de 29 PSI, como mostra a foto 5.



Foto 5. Pressão de 29 PSI.

Uma vez que estamos mais familiarizados com o uso do Sistema Internacional de Unidades, converteremos a pressão do pneu para quilogramas-força (kgf) por centímetro quadrado (cm^2). Uma libra equivale à 0,45592 kgf e, portanto, 29 PSI correspondem, aproximadamente, à 13,222 kgf por polegada quadrada. Como uma polegada quadrada equivale a 6,4516 centímetros quadrados, a pressão do pneu, em kgf/cm^2 , será dada por $13,222 \div 6,4516$, ou seja, aproximadamente $2,05 \text{ kgf}/\text{cm}^2$.

Agora vamos usar a fórmula matemática da pressão para descobrir a força exercida pelo pneu sobre o chão. Vale observar que estamos utilizando a força F em quilograma-força (kgf), o que significa dizer que o resultado obtido já será a massa, em kg, sobre o pneu traseiro esquerdo do carro. Vamos às contas:

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow 2,05 = \frac{F}{216,5} \rightarrow F \cong 443,83 \text{ kgf}, \text{ ou seja, temos massa aproximada de } 443,83 \text{ kg sobre esse pneu.}$$

Agora temos que repetir a coleta de dados e os cálculos para os outros três pneus do carro. No caso do veículo analisado, os dados foram:

Pneu	Pressão (PSI)	Pressão (kgf/cm^2)	Área (cm^2)	Força (kgf)	Massa (kg)
frente-esquerda	30	2,12	182,8	387,54	387,54
frente-direita	31	2,19	220,4	482,68	482,68
traseiro-esquerda	29	2,05	216,5	443,83	443,83
traseiro-direita	30	2,12	186,2	394,74	394,74
Total					1708,79

De acordo com o manual do veículo, seu peso bruto é igual a 1622 kg. Levando-se em consideração que o veículo analisado estava com metade da capacidade de 64 litros do seu tanque com gasolina, e que a gasolina tem densidade aproximada de $0,75 \text{ g}/\text{cm}^3$ ($0,75 \text{ kg}/\text{L}$), o “peso” estimado de combustível no veículo é de $32 \times 0,75 = 24 \text{ kg}$. Segue, portanto, que o peso real do carro é de, aproximadamente, $1622 + 24 = 1646 \text{ kg}$. Comparando esse valor com o peso estimado do carro de 1708,79 kg, nosso erro, por superestimativa, foi de aproximadamente 3,8%, o que sugere que o método utilizado fornece valores com boa precisão.

PROJETANDO UM APAGADOR DE LOUSA MAIS EFICIENTE

Eu sou daqueles professores que se lamentam pela gradativa substituição das lousas de giz pelas lousas brancas. Minha ninite alérgica adora a lousa branca, mas minha paixão pela geometria e desenho geométrico são absolutamente saudosos da lousa de giz. Quem utiliza com frequência lousa branca já deve ter notado que o trabalho de apagá-la se torna mais fácil quando inclinamos ligeiramente o apagador, como mostram as fotos 6 e 7.

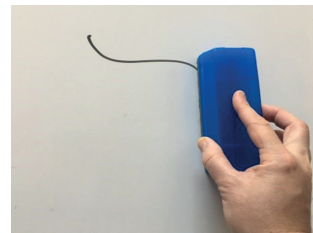


Foto 6. Apagador na posição usual

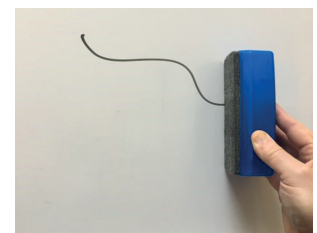


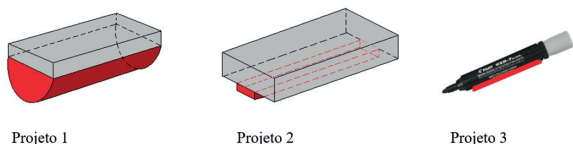
Foto 7. Apagador inclinado (mais eficaz)

Tal fato pode ser justificado com a ajuda da mesma fórmula de pressão que usamos para estimar o peso do carro. Ao inclinar o apagador estamos reduzindo sua área de contato com a lousa. Se a força exercida sobre o apagador não for alterada, o apagador exercerá uma pressão maior sobre a lousa, o que facilita o trabalho de apagá-la.

Isso posto, está lançado o desafio para os alunos: elaborar e testar um projeto de apagador de lousa branca mais eficiente do que os apagadores convencionais. Tarefas que promovem o raciocínio e a resolução de problemas com o uso de diferentes

abordagens e estratégias têm sido apontadas como caminho promissor na busca de melhor apropriação dos processos que levam à aprendizagem (NCTM, 2014). Nossa compreensão é a de que esse desafio tem bom potencial de promover o raciocínio e a diversidade de estratégias dos alunos.

A figura a seguir mostra três projetos de apagadores elaborados por alunos. Observe que, em todos os projetos, a ideia que comanda a inovação é a de reduzir a área de contato do feltro, que está fixado no apagador, com a lousa branca.



Como queremos uma área de contato menor do feltro com a lousa, os alunos autores do projeto 3 propuseram a fixação de uma tira de feltro diretamente no cilindro do corpo da caneta usada na lousa branca. A ideia, apesar de criativa, aumentou consideravelmente a sujeira nas mãos do usuário que a manipulava. O projeto 1, apesar de eficiente ao apagar a lousa, não se mostrou satisfatório do ponto de vista ergonômico. O projeto 2, que foi o mais eficiente dos três, também contou com a elaboração cuidadosa de um método experimental de verificação da sua eficiência, como será apresentado a seguir. Inicialmente, começaremos com a lista de materiais usados para o teste do projeto 2 de apagador: pequena lousa branca, apagador de lousa branca, balança, fita de velcro, martelo (além de fita adesiva).



Foto 8. Materiais utilizados

Na montagem do experimento, o martelo deve ser fixado com fita adesiva no dorso do apagador, como mostram as fotos 9 e 10.



Foto 9. Montagem do apagador/martelo



Foto 10. Conjunto apagador/martelo finalizado

As situações que serão testadas incluem o apagador original (foto 11) e o apagador modificado com a fixação de uma tira tripla de velcro (foto 12). Deve-se observar que o feltro do apagador original é feito de material semelhante ao feltro da fita de velcro utilizado no apagador modificado.



Foto 11. Apagador original



Foto 12. Apagador modificado

Próximo passo: fazer a pesagem dos dois conjuntos completos e tomar as medidas de comprimento e largura dos retângulos correspondentes às áreas de contato dos apagadores com a lousa. Essas medidas serão utilizadas posteriormente em alguns cálculos (fotos 13 e 14).

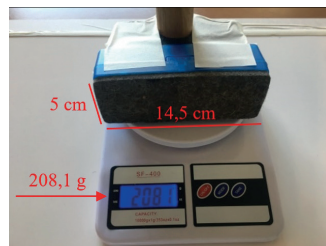


Foto 13. Medidas do apagador oficial

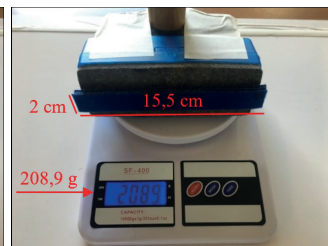


Foto 14. Medidas do apagador modificado

Estamos prontos para iniciar os testes com os dois tipos de apagador. Para tanto, colocamos a pequena lousa branca sobre uma mesa, escrevemos a palavra teste duas vezes e, em seguida, arrastamos o apagador original e o apagador modificado sobre cada uma das palavras escritas na lousa, como mostram as fotos 15, 16, 17 e 18.

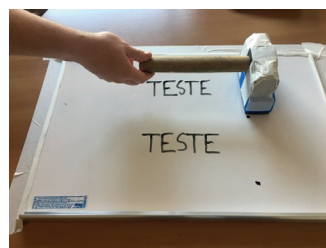


Foto 15. Teste com o apagador modificado

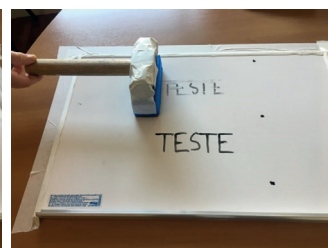


Foto 16. Teste com o apagador original



Foto 17. Teste com o apagador original

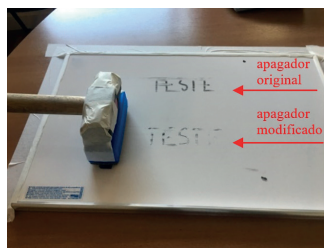


Foto 18. Teste com o apagador modificado

Como podemos observar na foto 18, o apagador modificado obteve resultados mais satisfatórios do que o original ao apagar a lousa. Os conjuntos apagador/martelo possuem praticamente a mesma massa, o que implica dizer que ambos exercem aproximadamente a mesma força sobre a superfície da lousa. Como a área de contato do apagador original com a lousa ($5 \times 14,5 = 72,5 \text{ cm}^2$) é maior do que a do apagador modificado ($2 \times 15,5 = 31 \text{ cm}^2$), a melhora na eficácia do apagador modificado em relação ao original se deve ao aumento da pressão sobre a superfície da lousa. Vamos calcular qual foi esse aumento.

Apagador original	Apagador modificado
$P_{\text{original}} = \frac{208,1}{72,5} \cong 2,87 \text{ kgf/cm}^2$	$P_{\text{modificado}} = \frac{208,9}{31} \cong 6,74 \text{ kgf/cm}^2$

Aumento da pressão de, aproximadamente, 134,8% ↑

CONCLUSÃO

Sem grandes modificações estruturais no atual currículo de matemática da escola básica é possível inserir diversas situações aplicadas do mundo real em que os alunos possam exercitar sua capacidade de resolver problemas, além de projetar e testar experimentos. Espero que esse dois estudos matemáticos da pressão contribuam com ideias para novas aulas aplicadas em contextos reais.

Referências

- UNESCO (2016). *Os desafios do ensino de matemática na educação básica*. Brasília: UNESCO / Editora Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). (disponível gratuitamente em francês em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776f.pdf>)
- NCTM (2014). *Princípios para a Ação – Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Lisboa: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) / Associação de Professores de Matemática.

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO

COLÉGIO SANTA CRUZ, SÃO PAULO, BRASIL

ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EIEM 2019



O Encontro de Investigação em Educação Matemática promovido anualmente pela Sociedade Portuguesa de Investigação (SPIEM) realiza-se, este ano, nos dias 16 e 17 de novembro, na pitoresca vila de Alte, entre o barrocal e a serra algarvia, perto de Loulé, onde encontraremos condições excelentes para a concentração e reflexão que um encontro científico exige, bem como para a confraternização social que o complementa.

O EIEM 2019 dedica-se ao tema “Conexões matemáticas”, um tema cada vez mais relevante no atual cenário de questionamento STEM—STEAM, com reflexos no enquadramento curricular que em Portugal, e não só, ainda se tateia relativamente à Matemática e às outras áreas disciplinares.

As inscrições e as propostas de comunicações realizam-se no site do encontro, com acesso via <http://spiem.pt/>, até meados de setembro. Não perca esta oportunidade!