

Modelação matemática experimental para um ensino integrado de STEM

ANA MARGARIDA BAIOA

SUSANA CARREIRA

Em vários países, tem vindo a tornar-se cada vez mais presente uma perspetiva de ensino que se afirma pela ênfase na integração e conexão entre saberes, métodos e conceitos de diversas disciplinas. Essa integração e conexão está presente em inúmeras recomendações e orientações nacionais e internacionais, tais como: o *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*, o *Projeto de Flexibilidade e Autonomia Curricular* e os suportes teóricos dos estudos do PISA, dando realce ao desenvolvimento da capacidade de interpretação, compreensão, análise e tratamento matemático de situações que envolvem problemas da vida quotidiana e fenómenos do mundo real.

Assim, temos reconhecida a importância da capacidade de mobilização de conhecimento matemático e extra-matemático para a resolução de problemas que se revestem de enorme complexidade e exigência, no mundo em que vivemos, desde a área da saúde, passando pela engenharia, até ao ambiente. Para todos estes grandes problemas torna-se claro que é indispensável a integração de conhecimentos científicos de múltiplas áreas e também que a participação de modeladores matemáticos constitui uma mais-valia.

Uma perspetiva de ensino integrado que abraça o ensino interdisciplinar de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática é hoje conhecida por Educação em STEM (acrónimo de Science, Technology, Engineering, and Mathematics).

Um ensino integrado de STEM (realçado pela designação iSTEM) permite e promove o uso de materiais e equipamentos, incentiva o trabalho prático (“mãos na massa”), a aprendizagem cooperativa, a discussão e pesquisa, o questionamento e a elaboração de conjecturas, a produção de justificações, a elaboração de relatórios, a atividade de resolução de problemas, incluindo o recurso a tecnologias. O papel do professor é essencialmente o de facilitador da aprendizagem, incentivando conexões entre as disciplinas por forma a ajudar os alunos a construir conhecimento de forma consistente e significativa. A possibilidade de ver as atividades experimentais com base em objetos reais como um tipo particular de atividades de modelação

matemática baseia-se nos seguintes pressupostos: (1) os alunos têm a oportunidade de “aprender fazendo” (enquanto criam, manipulam e experimentam, simulam, conjecturam e validam); (2) trabalhar com materiais concretos é uma forma de analisar matematicamente as propriedades dos objetos e dos fenómenos, permitindo abordagens mais realistas.

A modelação oferece oportunidades para os alunos desenvolverem a sua própria matemática enquanto trabalham sobre um problema. Quer dizer, os problemas exigem que os alunos se apropriem da situação, de forma a matematizá-la da maneira mais significativa e razoável para eles. Trata-se, pois, de um processo cíclico de interpretação de informações, escolha de dados relevantes, identificação de procedimentos que podem levar a novas informações, criando múltiplas representações matemáticas (Lesh & Doerr, 2003).

O processo de modelação matemática é tipicamente descrito com base na execução de um ciclo que engloba várias fases, sendo que a progressão ao longo do ciclo pode variar consoante a atividade desenvolvida pelos alunos na resolução do problema (figura 1).

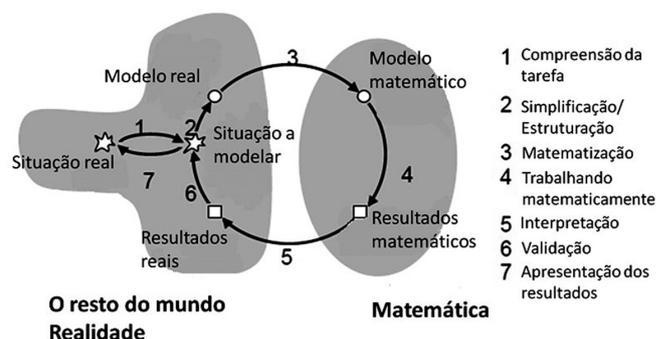


Figura 1. Ciclo de modelação matemática (Blum & Leiß, 2007)

É de notar que, em particular num contexto STEM, o processo de modelação matemática parece estar muito próximo do chamado processo de *design* de engenharia, como pode ser evidenciado no seguinte esquema (figura 2).

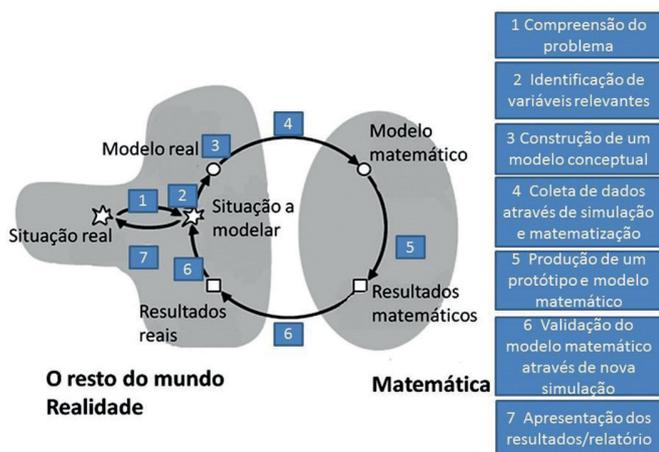


Figura 2. Ciclo de modelação matemática em tarefas com recurso a simulações e construção de protótipos

Podemos hoje afirmar com bastante segurança que a modelação matemática tem uma importância irrefutável na aprendizagem da Matemática de todos os alunos e em todos os níveis de ensino. É, para além do mais, uma forte possibilidade a considerar se pretendemos promover uma educação integrada e um ensino menos fragmentado, mais centrado no aluno e na capacidade de resolução de problemas, favorecendo, por exemplo, a aquisição de várias das competências elencadas no *Perfil dos Alunos*.

UMA TAREFA DE MODELAÇÃO MATEMÁTICA EXPERIMENTAL EM CONTEXTO STEM

Em seguida, apresentamos um exemplo para a aula de Matemática baseado numa tarefa de modelação matemática que envolve trabalho experimental e o desenvolvimento de um protótipo do mundo real com a utilização de simulações.

A tarefa é inspirada nos sistemas de reconhecimento baseados em características extraídas da palma da mão (geometria ou informação palmar).

As características das mãos são das mais antigas ferramentas biométricas para autenticação e identificação automática de pessoas, estando disponíveis desde os finais da década de 1970 e sendo atualmente consideradas como um tipo de padrão codificado para situações de baixa segurança. Estes dispositivos, usados maioritariamente para controlo de acesso, têm aplicações diversas, por exemplo, nas áreas da defesa e da segurança. A figura 3 ilustra um sistema de segurança de reconhecimento biométrico utilizado em muitas empresas e lugares com acesso restrito de pessoal.

Na tarefa “Biometria da mão” os alunos são desafiados a criar uma base de dados biométricos para o desenvolvimento de um sistema de reconhecimento através da biometria/geometria da mão – utilizando para o efeito modelos físicos (conjunto de imagens digitalizadas das suas próprias mãos) – e a fazer a simulação do reconhecimento de uma mão não identificada, isto

é, a aceitação ou rejeição de um dado indivíduo por comparação com os dados compilados na base.



Figura 3. Sistema de segurança com reconhecimento biométrico da mão

A tarefa foi construída, e aplicada em duas turmas do 9.º ano, no âmbito de uma investigação de doutoramento em curso no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Neste estudo, todas as tarefas de modelação (no total de cinco) foram realizadas em aulas de Matemática regulares, tendo como características comuns a criação de um ambiente experimental que pressupõe a utilização de materiais relacionados com o problema proposto e a produção de um relatório escrito por cada grupo sobre o trabalho efetuado e as conclusões obtidas (Carreira & Baioa, 2018). Além disso, foi igualmente decidido que cada uma das tarefas colocaria um problema em que era pedida uma resposta a um pedido ou encomenda apresentado por uma pessoa ou grupo de pessoas (por exemplo, um cliente).

Os alunos organizaram-se em grupos de trabalho de 3 a 5 elementos e receberam conjuntos iguais de materiais para o desenvolvimento de simulações.

Cada grupo tinha, assim, à sua disposição as imagens em papel das suas próprias mãos (uma fotocópia de cada mão) e o objetivo era o de responder à necessidade de criar um sistema de reconhecimento que validasse os dados biométricos dos elementos do grupo e rejeitasse os de uma pessoa que não pertencesse ao grupo. Para o teste e validação do respetivo protótipo, a cada grupo foi entregue uma fotocópia de uma mão “desconhecida”.

No desenvolvimento do trabalho, cada grupo deu um nome à sua base de dados biométricos e um número de registo a cada elemento do grupo (figura 4) numa ficha individual de registos biométricos.

BASE DE DADOS (título) A minha mão versão 2.1.0

Nº Registo (código) 0309

Identificação Indivíduo _____

Figura 4. Cabeçalho da ficha biométrica de um elemento de um grupo

Os alunos recolheram dados da imagem em tamanho real da sua própria mão (figura 5), medindo com uma régua diversos comprimentos, e registaram os valores obtidos num esquema de uma mão representado em papel (figura 6), relacionando deste modo, de forma intuitiva, dados numéricos e conceitos básicos da anatomia da mão.



Figura 5. Recolha de dados biométricos

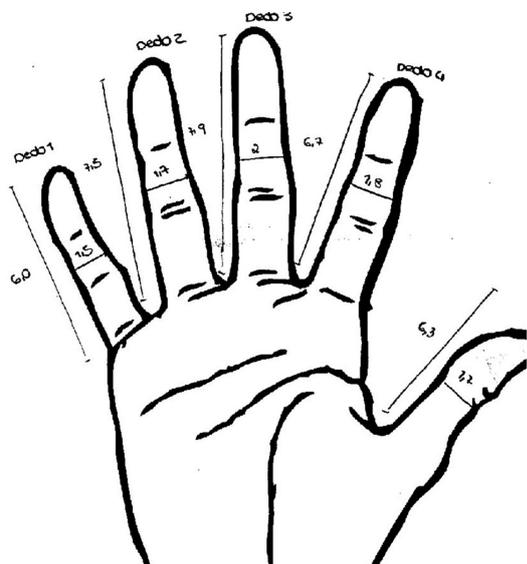


Figura 6. Definição dos dados a recolher

Em seguida, os alunos organizaram os dados obtidos numa tabela, tendo em vista a procura de um modelo matemático para a autenticação de dados desconhecidos. Estas duas ações realizaram-se praticamente em simultâneo. Os vários conceitos envolvidos, tais como, diferenciação dos dedos, comprimento e largura do dedo em vários segmentos, distinção das falanges, medidas de comprimento e sua relação com a configuração da mão, começaram a surgir de forma livre, sem uma regularidade aparente. Os dados numéricos foram depois facilmente obtidos e compilados (figuras 7 e 8).

A fase de construção de um modelo matemático que permitisse comparar dados externos com o padrão de identificação constituiu a parte mais morosa da atividade e aquela em que os alunos revelaram mais dificuldades.



Figura 7. Registo de dados de cada indivíduo

N.º	NOME	Dedo 1		Dedo 2		Dedo 3		Dedo 4		Dedo 5	
		L	C	L	C	L	C	L	C	L	C
0009	Aluno	1,5	6,4	1,7	7,7	1,9	8,2	1,9	7,1	2	6,5
0009	Aluno	1,5	6,0	1,7	7,5	2	8,7	1,8	6,7	1,7	6,3
2575	Aluno	1,5	6,2	1,8	7,6	2	8,2	1,2	7,2	1,9	6,5

Figura 8. Tabela com os dados biométricos de um grupo

Primeiro, foi alvo de bastante discussão a escolha de um método com o qual se poderiam comparar os dados; depois foi igualmente exigente a generalização de uma regra que tivesse por base a forma de construção da base de dados, não emergindo imediatamente hipóteses de soluções. Os alunos debateram-se com o problema de definir matematicamente a aproximação ou afastamento entre dados numéricos. A professora teve, assim, um papel facilitador mais ativo, nesta fase, dando pistas por meio de exemplos mais simples, para que os alunos conseguissem avançar na obtenção de um modelo matemático ajustado aos critérios biométricos que haviam formulado (figura 9). Muitas das dificuldades giraram em torno da ideia de fiabilidade de um processo para comparação entre dados obtidos experimentalmente e dados desconhecidos (de uma mão indeterminada).



Figura 9. Alunos comparando as suas mãos em torno da questão da variabilidade

O facto de os alunos estarem a simular um processo de captura de dados biométricos, usando reproduções fotográficas das suas próprias mãos, e de se aperceberem de muitos detalhes e variações dessa parte do corpo humano, levou-os a refletir longamente sobre o modo de integrar esse conhecimento num sistema de reconhecimento realizado por uma máquina que tem como objetivo aceitar ou rejeitar dados biométricos.

Um exemplo de um modelo matemático que foi considerado e posteriormente formalizado, na discussão coletiva, é o seguinte: se designarmos por j o número de indivíduos da base de dados e i o número de medidas retiradas da palma da mão, a aceitação da mão desconhecida significa que existe um j para o qual qualquer das medidas captadas da mão desconhecida, M_i , satisfaz a condição $M_{ij} - \delta < M_i < M_{ij} + \delta$, onde M_{ij} é a medida i do indivíduo j da base de dados e δ representa o erro estipulado como aceitável.

Para a validação do protótipo que foi concebido por cada grupo, isto é, o sistema de autenticação dos dados de uma mão desconhecida, foi distribuída outra imagem (fotocópia) de uma mão não identificada, tirada aleatoriamente do conjunto de imagens de toda a turma. Usando essa imagem, os alunos recolheram os dados necessários, de acordo com o seu modelo de captura de dados biométricos, para depois verificarem se a mão “lida” ou “padronizada” pelo sistema de reconhecimento pertencia ao seu grupo ou não. Para essa decisão de aceitação/rejeição, usaram o modelo matemático de comparação entre os novos valores capturados e os valores constantes do cadastro do grupo (figura 10).

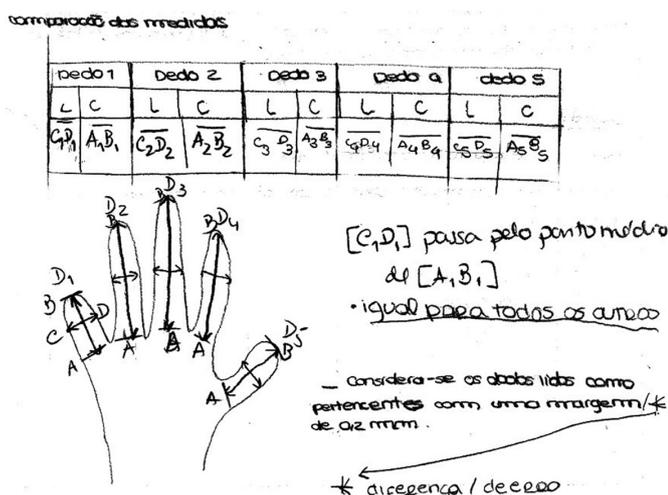


Figura 10. Exemplo de modelo matemático para reconhecimento através da geometria da mão

Cada grupo elaborou um relatório onde descreveu os passos realizados e apresentou os dados recolhidos, o modelo matemático considerado para a comparação de dados e a forma de autenticação dos mesmos. Em muitos casos, os alunos

combinaram a linguagem matemática e a linguagem corrente, nas suas formas de descrição e apresentação do seu modelo de autenticação dos dados desconhecidos.

A qualidade das capacidades desenvolvidas pelos alunos, no âmbito da intervenção didática proposta, pode constituir motivo de reflexão acerca de aspetos de gestão curricular, nomeadamente no que respeita ao tipo de tarefas apresentadas aos alunos e à vantagem em criar e usar materiais, designadamente que envolvam experimentar, interpretar e analisar. Por um lado, a experimentação e o uso de materiais potenciam a procura de soluções reais para problemas reais e, por outro lado, há que sublinhar o facto de que se poderão implementar este tipo de propostas em qualquer altura do ano escolar, pois não está em jogo apenas um conteúdo mas sim um conjunto de saberes que são mobilizados pelos alunos. A construção do modelo matemático para descrever o sistema pretendido permite gerar uma importante discussão e exploração da situação experimental, que envolve a ativação e desenvolvimento de conceitos matemáticos relevantes, como por exemplo, distâncias e intervalos numéricos, pontos médios de intervalos, desvio e desvio absoluto, conjunção de condições, etc.

O exemplo da tarefa “Biometria da mão” e as evidências do trabalho que os alunos podem desenvolver a partir da tarefa, tirando partido de materiais simples e usuais, na sala de aula, permitem mostrar algumas das características fundamentais da modelação matemática experimental e as suas potencialidades para a aprendizagem.

Referências

- Blum, W., & Leif, D. (2007). How do teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling - Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Carreira, S., & Baioa, A. M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 50(1-2), 201-215.
- Lesh, R., & Doerr, H. (Eds). (2003). *Beyond Constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

ANA MARGARIDA BAILOA

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS D. MANUEL I – TAVIRA, UIDEF, INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA

SUSANA CARREIRA

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA, UNIVERSIDADE DO ALGARVE, UIDEF, INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA