O TERRENO DA LETÍCIA

A Letícia herdou um terreno com a forma de um trapézio.
Os lados paralelos do trapézio medem 66 e 90 metros.
Os outros dois lados têm 34 e 50 metros de comprimento.
Qual é a área do terreno?

(Respostas até 10 de junho, para *zepaulo46@gmail.com*)

RETAS E MAIS RETAS

O problema proposto no número 148 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

O Hugo traçou várias retas numa folha de papel.
A reta r interseta 18 retas.
A reta s interseta 13.
No mínimo, quantas retas interseta a reta t?
E no máximo?

Recebemos 7 respostas: Carlos Dias, Graça Braga da Cruz (Ovar), José Carlos Frias (Lisboa), Letícia Martins (Guimarães), Mário Roque (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e família Ferreira (Celorico da Beira): Conceição, Armando, Inês, Afonso e José.

O problema levantou algumas dificuldades e nem todos conseguiram chegar às duas soluções. O Mário, apesar de ter acertado, começou com este comentário:

Não me é fácil descrever o processo que segui para procurar resolver este intrigante problema! Se é que chegou, sequer, a existir processo… Muita tentativa erro, muita (pseudo) solução ótima, logo rejeitada…

Para se avançar dá jeito referir algumas considerações.

Família Ferreira: “Duas retas no plano ou são estritamente paralelas ou intersetam-se (nem que seja fora da folha de papel). Se forem coincidentes são a mesma reta (não tem interesse)”.

Graça: “As retas *r* e *s* não podem ser paralelas porque, se o fossem, intersetavam o mesmo número de retas”.

Mário: “A reta *r* é intersectada mais cinco vezes do que a *s*. Isto implica que têm que existir forçosamente retas paralelas a *s*”.

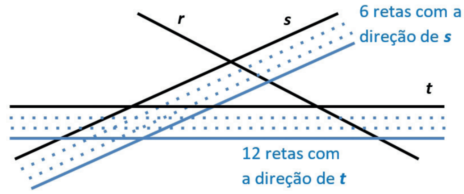
Como a reta *r* interseta 18 retas e a *s* interseta 13 “há mais 5 retas paralelas a *s* que a *r*”.

Número mínimo

Temos de maximizar o número de retas com a direção de *t* e minimizar o número de retas com as direções de *r* e de *s*.

Sendo 6 o número mínimo de retas com a direção de *s* e 1 o número mínimo de retas com a direção de *r*, então, *t* interseta 7 retas. Para que *s* intersete 13 retas (e *r* 18) tem de haver 12 retas com a direção de *t*.

Podemos ver esta situação no esquema seguinte em que, para facilidade de visualização, se agruparam os conjuntos de retas paralelas.

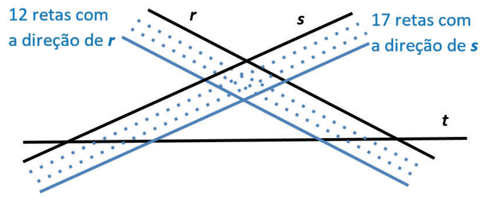


Número máximo

Temos de minimizar o número de retas com a direção de *t* e maximizar o número de retas com as direções de *r* e de *s*.

Desta forma, teremos uma única reta com a direção de *t*. Para que *s* intersete 13 retas tem de haver 12 retas com a direção de *r* e, assim sendo, haverá 17 com a direção de *s*.

A reta *t* vai intersetar 12+17=29 retas.



Generalização

Podemos generalizar o problema, com a reta *r* a intersetar x retas e a *s* a intersetar y.

Sejam:

R o número de retas com a direção de *r*,
S o número de retas com a direção de *s*,
T o número de retas com a direção de *t*.

Para obter o mínimo, será R=1, $S=x-y+1$ e $T=y-1$, com a reta *t* a intersetar $x-y+2$ retas.

Para obter o máximo, será $R=y-1$, $S=x-1$ e T=1, com a reta *t* a intersetar $x+y-2$ retas.