

Números racionais nos primeiros anos - a abordagem pela partilha equitativa

O conceito de número racional está entre os conceitos mais difíceis que as crianças têm de aprender no ensino básico. Encontrar formas de as ajudar na construção deste conceito, é contribuir fortemente para o seu desenvolvimento de sentido de número. A investigação tem sugerido uma primeira abordagem ao estudo das frações através da exploração do significado de partilha equitativa (ver Fosnot & Dolk, 2002; Mamede & Nunes, 2008; Monteiro & Pinto, 2007; Streefland, 1993), na medida em que ajuda os alunos a compreender o significado do numerador, do denominador e sua relação, facilitando a construção do conceito de fração. Neste significado, o denominador da fração representa o número de recipientes e o numerador representa o número de itens inteiros a distribuir pelos recipientes. Contudo, a mesma investigação realça também a necessidade de uma exploração posterior de outros significados, nomeadamente parte-todo, operador, medida e razão tendo em vista a construção de um conceito de número racional completo.

Apesar de reconhecida como relevante na compreensão do conceito de fração, a partilha equitativa parece ainda não ser confortavelmente dominada por alunos do 1.º e 2.º ciclos, pelo que importa continuar a estudar os efeitos desta abordagem nos primeiros anos de escolaridade. Assim, neste artigo analisam-se as produções de alunos do 5.º, 4.º e 3.º anos de escolaridade, na resolução de três tarefas de partilha equitativa apresentadas pelas respetivas professoras, Ana, Rita e Maria, em aulas observadas pela primeira autora.

O CASO DO 5.º ANO DE ESCOLARIDADE

Ana implementou a sua primeira tarefa numa turma de 21 alunos que dividiu em seis grupos de trabalho. Estes alunos tinham frequentado o 1.º CEB com o Programa de Matemática em vigor. Para resolver a tarefa “O Rodrigo convidou três amigos para a sua festa de aniversário e encomendou três pizzas. Os quatro amigos dividiram igualmente as três pizzas entre si. Que parte de pizza comeu cada amigo? Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos” - os seis grupos recorreram à representação icónica para modelarem a situação. Porém, apenas dois grupos identificaram as quantidades envolvidas recorrendo às frações (figura 1).

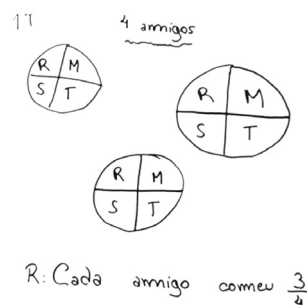


Figura 1. Produção com recurso à modelação icónica e fração

Assim, após terem dividido cada uma das três pizzas, que representaram em quatro partes iguais, atribuíram $\frac{1}{4}$ de cada pizza a cada um dos amigos. Posteriormente, concluíram que cada amigo comeu $\frac{3}{4}$ de pizza, conclusão que parece ter decorrido da adição intuitiva de $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Os outros quatro grupos, não conseguiram identificar as quantidades envolvidas quer com recurso às frações, quer com recurso aos numerais decimais (figura 2).

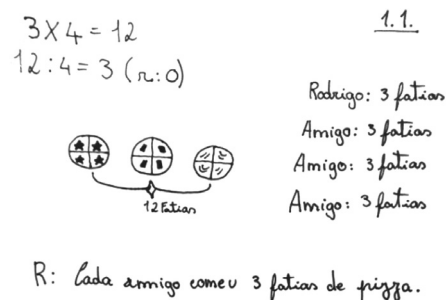


Figura 2. Produção com recurso à representação icónica e números inteiros

Estes alunos, apesar de terem dividido cada uma das pizzas em quatro partes iguais, apenas identificaram o número de “fatias” que cada amigo comeu, embora tenham deixado evidente, na representação icónica, que se estavam a referir a fatias de $\frac{1}{4}$ cada uma. Contudo, estes alunos evidenciaram problemas com a unidade de referência e por conseguinte, com o conceito de divisão, já que consideraram doze fatias totais, olhando-as como partes individuais, sugerindo que perante uma unidade contínua, veem as suas partes constituintes como unidades discretas. Evidenciam ainda dificuldades na mudança conceptual na

passagem dos números inteiros para os números fracionários. Esta dificuldade foi já previamente identificada por Monteiro e Pinto (2007) em estudos com alunos da mesma faixa etária. De acordo com Ana, a discussão desta tarefa em grande grupo promoveu a troca de estratégias e, por conseguinte, uma primeira oportunidade de levar os alunos a ultrapassarem as dificuldades apresentadas nas suas produções em pequenos grupos, nomeadamente as relativas à unidade de referência considerada. Refere que durante a discussão surgiu a exploração da adição de frações, de forma intuitiva, bem como a sua conexão com a multiplicação, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, sem que tivessem surgido conceções erróneas frequentemente identificadas na literatura, como por exemplo adicionar numeradores e denominadores da fração ou multiplicar o número inteiro pelo numerador e pelo denominador da fração.

Esta turma não parecia muito familiarizada com o conceito de fração, nem com a exploração deste tipo de tarefas. No entanto, segundo Ana, o contexto real da tarefa, significativo para os alunos, parece ter promovido a representação icónica da mesma e consequente resolução intuitiva no caso dos grupos que não apresentavam dificuldades com a unidade de referência, uma vez que conseguiram identificar as quantidades envolvidas por recurso à representação fracionária. Porém, mesmo nos casos em que apresentaram dificuldades com a unidade de referência, o referido contexto facilitou uma abordagem intuitiva à situação, tendo-se revelado facilitador do emergir de ideias fundamentais relativas às frações durante a discussão em grande grupo.

Dado que estes alunos já trabalharam as frações no 1.º ciclo, era expectável que tivessem abordado os objetivos preconizados para esse ciclo de ensino, nomeadamente a resolução de problemas de vários passos envolvendo números racionais, as aproximações de números racionais e operações com frações.

O CASO DO 4.º ANO DE ESCOLARIDADE

Rita implementou a sua primeira tarefa numa turma de 20 alunos que dividiu em nove grupos de trabalho. Estes alunos, à semelhança dos do 5.º ano, já tinham também abordado frações durante o 1.º ciclo, no programa em vigor. Para resolver a tarefa “No dia do seu aniversário a Joana levou para a escola um saco com chocolates para distribuir pelos colegas. A Joana começou por distribuir, igualmente, 3 chocolates aos primeiros 4 colegas que chegaram à sala. Que porção de chocolate comeu cada um? Justifica a tua resposta utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.”, os nove grupos recorreram à representação icónica para modelarem a situação e identificaram as quantidades envolvidas recorrendo às frações, tendo surgido diferentes estratégias. Sete grupos representaram os três chocolates e dividiram cada um deles em quatro partes iguais. Posteriormente parecem ter retirado $\frac{1}{4}$ de cada chocolate para cada colega, adicionado $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ e concluído que cada colega comeu $\frac{3}{4}$ (figura 3).

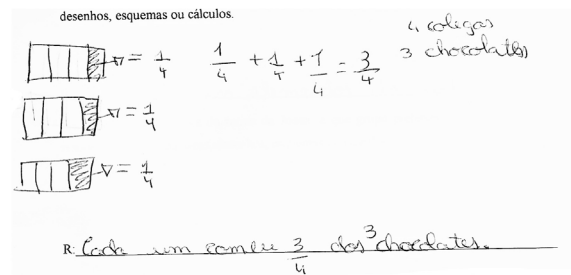


Figura 3. Produção com recurso à representação icónica e fração

Os outros dois grupos, apesar de terem recorrido também à representação icónica para modelarem a situação, usaram uma estratégia diferente dos grupos anteriores, já que dividiram dois chocolates em duas partes iguais e o terceiro chocolate em quatro partes iguais, tendo atribuído a cada colega $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ de chocolate e concluído que cada colega comeu $\frac{3}{4}$ (figura 4).

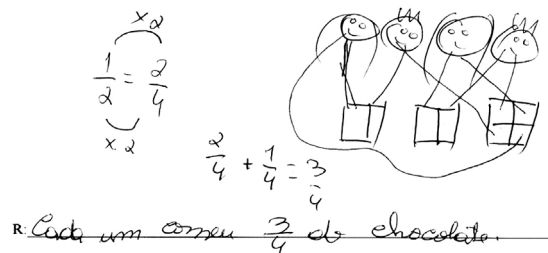


Figura 4. Produção com recurso à representação icónica e fração

Estes grupos deixaram evidente o conhecimento de que a adição de frações requer que estas tenham o mesmo denominador e, portanto, conhecimento da equivalência de frações, nomeadamente da regra formal. Também estes resultados foram apresentados e discutidos em grande grupo e levaram Rita a afirmar que o recurso à representação icónica da situação, promovido pelo contexto da tarefa, parece ter suportado o procedimento de partilha equitativa, bem como o raciocínio aditivo e multiplicativo, que levou à identificação das quantidades envolvidas. Segundo Rita, estes resultados revelam melhorias significativas relativamente aos resultados apresentados por estes mesmos alunos no teste de diagnóstico, onde nenhum aluno evidenciou entendimento da fração como partilha equitativa.

O CASO DO 3.º ANO DE ESCOLARIDADE

Maria implementou a sua primeira tarefa numa turma de 19 alunos que dividiu em nove grupos de trabalho. Estes alunos encontravam-se a estudar frações no âmbito do programa em vigor, tendo já abordado a adição e subtração das mesmas. Para resolver a tarefa “Quatro amigos foram a um restaurante e pediram três pizzas. Dividiram igualmente as três pizzas. Que parte de piza comeu cada amigo? (Descrevam o processo que utilizaram para responderem à questão. Podem fazê-lo utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos)”, os nove grupos recorreram à representação icónica da situação, tendo apresentado diferentes estratégias. Assim, quatro grupos

dividiram cada uma das pizzas em quatro partes iguais, tendo concluído que cada amigo comeu $\frac{3}{4}$ de pizza (figura 5).

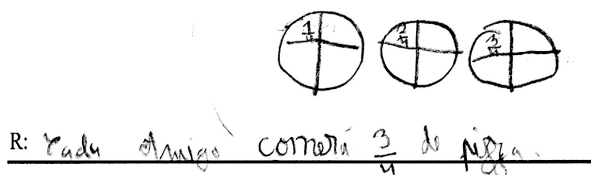


Figura 5. Produção com recurso à representação icónica

Estes alunos parecem ter adicionado $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ou multiplicado $3 \times \frac{1}{4}$ de forma intuitiva, chegando à sua resposta. Outros quatro grupos recorreram à representação icónica apenas de uma pizza, tendo-a dividido em quatro partes iguais e multiplicado por 3 (figura 6).

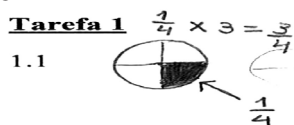


Figura 6. Produção com recurso á representação icónica e fração

Deste modo, parecem ter percebido que cada amigo comeria $\frac{1}{4}$ de cada pizza, logo sendo 3 pizzas, cada amigo comeria $\frac{3}{4}$ de pizza, tendo representado formalmente $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$. Porém, este produto parece ter surgido de forma intuitiva, já que de acordo com Maria, aquando da resolução desta tarefa, os alunos ainda não tinham explorado a multiplicação de um número inteiro por uma fração. Houve ainda um grupo que recorreu a duas estratégias diferentes, estando uma correta e outra incorreta. Quando recorreram à representação icónica, em que dividiram cada uma das pizzas em quatro partes iguais, registaram $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, pelo que parecem ter percebido que esta era a quantidade de pizza que cada amigo comeu (figura 7). Contudo, numa outra resolução em que parecem ter percebido que cada amigo poderia comer $\frac{1}{2}$ mais $\frac{1}{4}$ de pizza, já evidenciaram dificuldades tendo cometido um erro muito comum na adição de frações, o de adicionarem numeradores e denominadores.

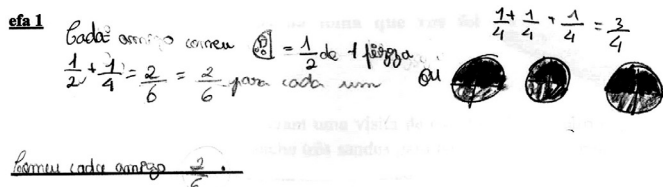


Figura 7. Duas estratégias e um erro comum

Basear o raciocínio na representação icónica da situação parece ter promovido a adição intuitiva das quantidades envolvidas. Corroborando as ideias de Fosnot e Dolk (2002), Monteiro e Pinto (2007) e Streefland (1993), a conexão entre as respostas informais dos alunos e os símbolos convencionais parece ter permitido dar significado às diferentes representações dos números. No entanto, este mesmo grupo apresentou dificuldades

quando optou por uma estratégia não suportada, de forma tão evidente, pela representação icónica. Assim, ao passarem de forma mais imediata para a formalização, acabaram por evidenciar o erro comum da adição de numeradores e denominadores, dificuldade que, de acordo com Monteiro e Pinto (2007), poderá advir de um ensino precoce e descontextualizado, com ênfase nos procedimentos. As autoras referem mesmo que “é mais fácil para uma criança de 9 ou 10 anos perceber, numa primeira fase, que se come metade de uma pizza e depois um quarto de pizza, come três quartos de pizza, do que perceber que $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ representa $\frac{3}{4}$, desligado do contexto” (p.16). Por conseguinte, é importante que na aula de matemática sejam discutidas estas situações.

NOTAS FINAIS

A partilha equitativa parece ter promovido a conexão entre as representações informais dos alunos, sobre as quantidades representadas por frações e a representação formal das mesmas, corroborando dados de investigações prévias (Mamede & Nunes, 2008; Streefland, 1993), que evidenciam a importância destas tarefas na construção do conceito de fração.

Contudo, a literatura tem sublinhado que o conceito de número racional só é adquirido quando o aluno domina todos os significados de fração (Behr, Harel Post & Lesh, 1992, Mamede & Nunes, 2008) e sua tradução nos diferentes modos de representação. Assim, importa integrar tarefas promotoras da compreensão dos números racionais não negativos nos diferentes significados, diversificando modos de representação.

Bibliografia

- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational Number, Ratio, and Proportion. In D.A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 296-333). New York: MacMillan Publishing Company.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Mamede, E., & Nunes, T. (2008). Building on Children's Informal knowledge in the Teaching of Fractions. In O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (Eds.), *Proc. 32nd Conf of the Int. Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp.345-352). Morelia, México: PME.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: APM.
- Streefland, L. (1993). Fractions: a realistic approach. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Romberg (Org.), *Rational numbers-An integration of research*. London: Lawrence Erlbaum.

HÉLIA PINTO

ESECS, CI&DEI, INSTITUTO POLITÉCNICO DE LEIRIA

EMA MAMEDE

CIEC, UNIVERSIDADE DO MINHO