

Férias na Sildávia

A Sildávia tem um sistema monetário um pouco estranho. Há moedas de três tipos, que valem um, cinco e doze sildares.

Nas férias, o Vítor e o Mário foram até lá. No último dia, foram a uma loja comprar uma T-shirt com a bandeira do país.

O Vítor pagou a sua com dez moedas, umas de “12” e outras de “1”.

Já o Mário usou as suas últimas onze moedas, sendo umas de “5” e as restantes de “1” para comprar a dele.

Qual é o preço de uma T-shirt?



(Respostas até 31 de março, para zepaulo46@gmail.com)

DATA DE NASCIMENTO

O problema proposto no número 147 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Estava no café quando cheguei a Manuela, acompanhada de um amigo que se apresentou: “Sou o Luís.”

Quando começámos a falar de matemática e de problemas, disse-me ele:

– Vê lá esta curiosidade. Em 2021, no dia em que fizer anos, a minha idade vai ser um divisor do ano em que nasci. E mais, se multiplicarmos os números correspondentes a esse dia, a esse mês e à idade que terei nessa altura, o resultado é precisamente o ano em que nasci.

Fiz uns cálculos.

– Só com estas indicações, não é possível descobrir quando nasceste.

– Ah! – Acrescentou ele. – Mas se soubesses a minha idade, saberias logo a resposta.

Qual é a data do teu nascimento do Luís?

Recebemos 12 respostas, enviadas por Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Carlos Dias, Eugénia Graça Martins (Lisboa), Fausto Barros da Silva (Coimbra), Graça Braga da Cruz (Ovar), Guilherme Salvador, Letícia Martins (Guimarães), Mário Roque (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Susana Dias (Torres Novas) e Vítor Fernandes (Guimarães).

As estratégias seguidas pelos nossos leitores foram muito parecidas. A principal diferença surge logo no início, na procura dos possíveis anos de nascimento, em que algumas resoluções utilizaram o computador ou a máquina de calcular. Mas tal não era preciso. Demos a palavra ao Mário:

A primeira constatação é a seguinte: se a idade do Luís, no dia em que fizer anos em 2021, é um divisor do ano em que nasceu... será também necessariamente um divisor de 2021.

De facto, sendo i a idade do Luís no dia em que fizer anos em 2021, então $2021 - i = ni$ para algum natural n . Ou seja:

$$2021 = (n+1)i.$$

Como $2021 = 43 \times 47$, podemos então concluir que, no dia em que fizer anos em 2021, o Luís fará 43 ou 47 anos. No primeiro caso terá nascido em 1978; no segundo em 1974.

A partir daqui, as diversas resoluções são muito parecidas.

Analisemos cada um dos casos:

A) Caso faça 43 anos, como $1978:43 = 46$, então 46 terá que ser decomposto como o produto de dois números naturais, d e m , com $1 \leq d \leq 31$ e $1 \leq m \leq 12$.

Como $46 = 23 \times 2$, então teremos neste caso uma única hipótese para o dia e para o mês do nascimento do Luís: 23 de fevereiro!

B) Caso faça 47 anos, como $1974:47 = 42$ e como $42 = 2 \times 3 \times 7$, teremos quatro hipóteses para a sua decomposição num produto de tipo $d \times m$: 21×2 , 14×3 , 7×6 e 6×7 .

Assim, a última informação do Luís implica que... o primeiro caso seja o escolhido. A sua data de nascimento será então 23 de fevereiro de 1978.

Pedrosa Santos acrescenta o seguinte comentário:

Como o Luís nasceu em fevereiro de 1978, tem hoje 40 anos. Já não se pode candidatar à Medalha Fields!

Nota final: a Letícia e o Mário levantam uma questão relativa ao enunciado do problema e à unicidade da solução.

A resolução anterior tem por base algo que poderá ser pacificamente considerado: a nossa resposta final não pode depender do dia em que o encontro do Zé Paulo com o Luís teve lugar.

Penso que, se tal não for considerado, o segundo caso poderá também fornecer uma resposta única. Suponhamos que o Luís nasceu de facto no ano da revolução dos cravos. Se o encontro no café se deu este ano, antes de 21 de Fevereiro, saber a idade do Luís nessa data (43 anos), conduziria à data de nascimento de 21 de Fevereiro. De modo idêntico, se o encontro teve lugar de 21 de Fevereiro a 13 de Março, a idade do Luís nessa data (44 anos) levaria também aquela data de nascimento! Estes casos não contrariam a última informação do Luís, apesar de não nos deixarem saber a resposta sem que ele dissesse, de facto, a sua idade.

Para garantir que só pode existir uma solução, a Letícia sugere que a última informação dada pelo Luís deveria ser:

“Mas se soubesses o ano em que nasci, saberias logo a resposta.”