

Um Profmat à americana...

Eduardo Veloso

Uma vez na vida
temos que ir à
reunião anual do
National Council of
Teachers of
Mathematics, a APM
dos americanos...
Uma pessoa já
imagina um pouco
como será... Mas,
apesar de tudo, três
dias no meio de dez
mil e tal professores
e de 750
comunicações,
workshops e reuniões
de vários tipos,
excede a nossa
imaginação! E ainda
por cima em New
Orleans, na terra do
Louis Daniel
"Satchmo"
Armstrong.
Oh! my God!

A reunião do NCTM durou três dias e meio — nisso é igual ao PROFMAT... — de 17 a 20 de Abril, mas no dia 12 eu já estava, está claro, em New York. Dormi em Long Island, em casa de um amigo, e o resto do tempo passei, fui a livrarias e a lojas de software e a alguns museus. Contrariamente ao que transparece de alguns filmes e ao que muitos imaginam, New York é uma cidade agradável, calma, onde as pessoas não se agridem. Os autocarros "ajoelham" — são os chamados *kneeling bus* — colocando o estribo junto do chão para as pessoas mais idosas entrarem com facilidade, arrancam só depois das pessoas estarem acomodadas e devagar, e travam com cuidado. O motorista responde com simpatia às perguntas que lhe fazemos, e deseja-nos *a good day in New York!* Nas lojas, não dá ideia que nos estão a fazer um favor quando queremos comprar alguma coisa — e até ficam tristes quando não têm o que pedimos, fazendo um esforço para descobrir onde o poderemos encontrar. E então as livrarias são um paraíso! Ar condicionado, muitas vezes uma cadeira para folhearmos os livros, por vezes até um pequeno café dentro da livraria.

Na Barnes & Nobles, a "maior livraria do mundo", como não podia deixar de ser nos Estados Unidos..., encontramos praticamente tudo o que queremos e que tenha saído recentemente. Não comprei muita coisa, pois sabia que na reunião do NCTM havia imensas possibilidades, possivelmente com desconto para os sócios. Mesmo assim, não resisti ao livro de Polya, *Mathematics and Plausible Reasoning*, e a um livro de que tinha ouvido falar e que não conhecia, *Philosophy of Mathematics*, uma selecção de textos organizada por Paul Benacerraf e Hylary Putnam. A livraria fica perto de

Greenwich Village, um bairro de estudantes e artistas junto da Universidade de New York. Há uns anos Greenwich Village, embora com casas muito bonitas e antigas, estava muito degradado. Verifiquei com surpresa que o ambiente tinha mudado, que tinham sido feitas obras de restauro em muitas fachadas, e que as ruas estavam impecavelmente limpas, com pequenos jardins bem arranjados por toda a parte e muitas flores. Constatei que New York já está na curva ascendente, em relação à qualidade de vida nas cidades, e fiquei um pouco triste ao pensar que nós, em Lisboa e noutras cidades portuguesas, continuamos a descer...



O avião da TWA em que segui de New York para New Orleans ia quase cheio. Preparei-me para cinco horas e tal de viagem, colocando ao meu lado o livro do Polya e o programa do Encontro Anual do NCTM.

George Polya (1887-1985) foi um matemático e professor húngaro que trabalhou durante largos anos da sua vida nos Estados Unidos. É conhecido sobretudo através de *How to Solve It?*, um livro em que expõe magistralmente, embora de forma resumida, as suas ideias sobre a resolução de problemas. Muito citada e difundida, traduzida em numerosas línguas, incluindo o português numa versão publicada no Brasil, esta obra de Polya contribuiu decisivamente para colocar a resolução de problemas no centro das atenções das várias correntes que têm procurado renovar a matemática escolar nas últimas décadas. O livro *Mathematics and Plausible Reasoning*

foi publicado pela primeira vez em 1954, pela Princeton University Press, e significativamente está agora na 12ª edição, a primeira em *paperback*. Sobre o que significa o título do livro — de onde se pode inferir o conteúdo do mesmo — nada melhor do que deixar falar o próprio Polya:

“Falando em sentido estrito, todo o nosso conhecimento fora da matemática e da lógica (a qual é, de facto, uma parte da matemática) consiste em conjecturas. Existem, está claro, conjecturas e conjecturas. Existem conjecturas muito respeitáveis e de confiança como aquelas que são expressas pelas leis da física. Mas há também outras, nem respeitáveis nem de confiança, algumas das quais nos enchem de raiva quando as lemos num jornal. E no meio existe todo o tipo de conjecturas, “bocas” e hipóteses.

Asseguramos os nossos conhecimentos matemáticos através do *raciocínio demonstrativo*, mas apoiamos as nossas conjecturas por meio do *raciocínio plausível*. Uma demonstração matemática é raciocínio demonstrativo, mas a evidência inductiva do físico, a evidência circunstancial do advogado, a evidência documental do historiador e a evidência estatística do economista pertencem ao raciocínio plausível.

[...]

Toda a gente sabe que a matemática oferece uma oportunidade excelente para aprender o raciocínio demonstrativo, mas afirmo que não existe outro assunto do currículo escolar que se preste tanto à aprendizagem do raciocínio plausível. Dirijo-me [neste livro] aos estudantes interessados de Matemática de todos os níveis e digo-lhes: está claro, vamos aprender a demonstrar, mas vamos também *aprender a fazer tentativas*.”



Depois de folhear durante algum tempo os dois volumes deste interessante livro, e de pensar quanto seria bom estar traduzido em português, decidi-me a atacar o programa do encontro do NCTM. O encontro ia decorrer de quarta a sábado de manhã (como nos Profmat's) e a recepção estaria aberta durante a tarde de terça e depois a partir das 7 (sim, sim,

sete..) da manhã de quarta-feira. O pavilhão de exposições estaria aberto todos os dias a partir das 8 da manhã. Quanto ao resto, já imaginava que iria ser difícil fazer uma escolha entre as múltiplas sessões paralelas que deviam existir, mas mesmo assim foi com surpresa que percebi a dimensão do meu problema! As sessões de vários tipos tinham uma numeração única corrida, e fui logo ver à última página do programa quantas sessões havia ao todo: 751!!! Por exemplo, na quarta-feira, às 8.30 da manhã havia 18 sessões e logo às 9 começavam mais 14 e em seguida às 9.30 mais outras... Bom, e durante os quatro dias iria ser sempre assim!

Dois tipos de sessões requeriam inscrições adiantadas, e infelizmente eu estava excluído delas, pois só tinha recebido os boletins de inscrição um ou dois dias antes de partir. Estas sessões eram os *workshops*, equivalentes às nossas sessões práticas, mas de duração menor (apenas uma hora e meia), e as *Math Action Planning Sessions* (MAPS). As MAPS duravam três horas e destinavam-se a aprofundar os *Standards*: em cada MAPS, era escolhido um tema dos *Standards*, e os participantes, agrupados por ano de escolaridade, planeavam actividades para a aula relativas a esse tema e ao respectivo ano de escolaridade. A título de curiosidade, direi que na quarta-feira de manhã, às 8.30, havia 3 MAPS, um sobre avaliação dedicado ao nível K-4 (jardim escola até ao 4º ano de escolaridade), outro sobre sentido espacial para o nível 5-8 e outro para o nível 9-12 sobre matemática discreta. Em cada MAPS eram admitidos 80 participantes. Quanto aos *workshops* eles destinavam-se a grupos de anos de escolaridade, como por exemplo 1-3 (1º ao 3º ano do nosso ensino básico) ou 5-9 (5º ao 9º ano). Às 8.30 havia 14 *workshops* que cobriam praticamente todos os níveis de escolaridade, do pré-primário ao fim do secundário. Temas incluídos: probabilidades, materiais manipuláveis, avaliação, divisão, calculadoras, proporcionalidade, geometria no espaço, estratégias na sala de aula, etc.

Ao longo do dia, outros tipos de sessões eram propostas no programa:

- sessões de interesse geral, isto é, não dedicadas a um nível de escolaridade específico; como exemplo, duas sessões de uma hora, a horas diferentes, para aqueles que vinham pela primeira vez ao encontro do NCTM: explicações e conselhos sobre a organização do encontro e sobre como melhor participar e usufruir das várias oportunidades disponíveis (talvez uma ideia para os organizadores dos nossos futuros Profmat's...)
- comunicações longas (uma hora)
- comunicações curtas (meia hora)
- sessões organizadas pelo próprio NCTM

Bom, passei o resto da viagem a escrever num folha de papel, para as várias horas, as opções que me interessavam — sempre uma meia dúzia a todas as horas — deixando a opção final para decisões de última hora.



O avião começou a descida para New Orleans. Nessa última meia hora, olhei para os meus companheiros de viagem e passei um desafio a mim próprio: quais deles seriam também participantes do encontro do NCTM? Por outras palavras: o que distinguirá exteriormente um aficionado de encontros de professores de matemática de uma pessoa “normal”? Havia pessoas novas e não tão novas, com óculos e sem óculos, pretos e brancos, mulheres e homens. Ainda por uns momentos me passou pela cabeça a ideia de pedir a uma assistente para me deixar propor um problema pelo sistema de intercomunicação, a ver quais deles se entusiasmavam... Mas seria isso um bom critério?

Um pouco depois, já à espera das bagagens, duas jovens tentavam prever em que passadeira iam aparecer as suas malas, e uma delas disse: “é mais provável que seja nesta passadeira, pois está toda a gente a vir aqui para o pé dela, talvez tenham perguntado a alguém...” Pensei: pronto, já descobri duas...



O aeroporto de New Orleans parece acabado de fazer, mas não é diferente de muitos outros que nos Estados Unidos adoptam o mesmo estilo alegre e lavado dos mármorez claros e das grandes vidraças. Mas, enquanto me dirigia para o local onde se recebiam as malas, senti uma atmosfera diferente que a princípio não identifiquei imediatamente. Qualquer coisa que andava no ar... Aí está, eram as ondas sonoras! Em vez da música *soft* de fundo que está sempre a tocar em todos os lugares públicos norte-americanos, e que pende para músicas do tipo "Dr. Jivago", o que eu estava a ouvir era mesmo o mais espantoso par de cantores de jazz que se pode imaginar: Louis Armstrong e Ella Fitzgerald. *Heaven, I'm in heaven...* Agora acreditava que estava realmente em New Orleans...

Pouco depois, ao ouvir as outras pessoas num balcão de informações perguntando como podiam ir para os hotéis respectivos, encontrei a solução para o problema de quais eram os professores de Matemática: eram todos! Na realidade, pensando bem, num encontro com mais de dez mil pessoas, em que uma grande parte mora a três ou mais horas de avião, é natural que sejam precisas várias dezenas de aviões cheios para reunir os seus participantes... Eu apenas tinha vindo num deles! Comecei a visualizar uma outra dimensão de encontros de professores de Matemática...



Todos os dias, desde as sete da manhã até à noite, cinco carreiras especiais de autocarros funcionavam em permanência, transportando os participantes entre os vários hotéis e os locais do encontro. Este decorreu no Centro de Convenções de New Orleans e nas instalações do Hotel Hilton, a cinco minutos de distância a pé. O Centro de Convenções é um edifício moderno, com instalações modelares para encontros deste tipo, como por exemplo muitas dezenas de salas para conferências e *workshops*, todas completamente equipadas com instalação sonora, projectores de vários

tipos, grandes salões para exposições de materiais e livros, e ainda outros tipos de salas para fins múltiplos. Era aí que estavam instalados os vários serviços do Encontro e que se realizavam grande parte das sessões e *workshops* de menores dimensões. No Hotel Hilton existiam, além de múltiplas salas de pequenas dimensões para reuniões de vários tipos, grandes salões comportando mais de mil pessoas sentadas e que se podiam agrupar para sessões ainda de maiores dimensões. Sobre a organização do encontro, só por um esforço lógico (10 mil pessoas... 750 sessões) posso dizer que deve ter existido, pois aparentemente não notei nada... Um quarto de hora ou mais antes de cada sessão, lá estava já o moderador ou introdutor da sessão e o *speaker*, trocando umas piadas em voz baixa ou arrumando uns acetatos perto do retroprojector. As pessoas iam entrando, lentamente. Dois ou três minutos antes do início, a sala estava em geral cheia. Exactamente à hora marcada, o moderador começava a falar. Fosse a sala grande ou pequena, estivessem lá 30 ou duas mil pessoas, ouvia-se sempre bem. Logo na primeira sessão a que fui, percebi porquê, ao ver o moderador, no fim de ter falado, passar o microfone de pendurar na gravata para o orador.

Admirado por não ver ninguém a correr de um lado para o outro com retroprojectores ou computadores, fui ver ao programa se realmente existia alguma comissão organizadora... Verifiquei que sim! E até era bastante grande... Vejamos o número de pessoas em cada subcomissão: programa: 12; banquete, recepção e dança (sim, sim, dança...): 7; equipamentos: 6; hospitalidade: 44; salas das sessões: 84; assuntos NCTM: 120; venda de materiais NCTM: 51; publicidade: 23; acolhimento de estudantes: 2; cartazes: 10; exposição de trabalho de alunos: 17; apoio aos *workshops*: 26. Ao todo, 402 pessoas...



Um dos locais mais frequentados do Encontro era uma espécie de feira de

publicações e materiais didácticos em que inúmeras empresas editoras e produtoras de materiais escolares expunham os seus mais recentes produtos. Visitei essa feira durante horas, como muitos dos outros participantes. Notei que muitos dos novos livros escolares eram publicitados invocando o facto de se conformarem com os *Standards*, o que não deixa de ser significativo. Alguns deles, no entanto, pareceu-me que só superficialmente o faziam. Um caso diferente é o dos livros do projecto UCSMP: *The University of Chicago School Mathematics Project*. Este projecto é dirigido por Zalman Usiskin e desde há vários anos vem publicando e experimentando materiais para um currículo renovado de matemática. Começaram agora a sair, editados pela *Scott, Foresman*, uma série de livros escolares para os vários níveis de ensino. Embora esses livros tenham títulos como *Algebra*, *Geometry* e *Advanced Algebra*, por exemplo, eles correspondem verdadeiramente a um curso integrado, pois os títulos reflectem somente um certo acento tónico em cada livro e a geometria é usada intensamente no livro de álgebra e reciprocamente. Os livros são também exemplares no que diz respeito à ligação da matemática com o mundo real.



No meio da feira, alguém atrás de mim me chamou em português. Era o professor Ubiratan d'Ambrósio, da Universidade de S. Paulo, que já esteve várias vezes em Portugal. Convidou-me para uma reunião do *International Study Group on Ethnomatematics* (ISGEm), que se realizaria nessa tarde. O termo Etnomatemática refere-se, para dizê-lo de uma maneira superficial, à matemática que pré-existe nas crianças e mesmo nos adultos e que resulta naturalmente do ambiente cultural que os rodeia — das tradições, da longa sedimentação de processos expeditos de contar, efectuar operações, resolver problemas do mundo real. Normalmente, a matemática escolar não só não toma como ponto de partida essas tradições e conhecimentos

que os alunos trazem para a escola, como os abafa, ao impor um só modo de pensar a matemática. A reunião realizou-se numa sala do Hotel Hilton, e além de tratar de questões administrativas do grupo, incluiu duas comunicações, uma sobre uma experiência apoiada pela Unesco de desenvolvimento de um currículo de Matemática na Guiné-Bissau e outra, *Video Games in the USA*, referente à matemática que os jovens americanos aprendem nos jogos de vídeo. No fim, houve uma recepção (aperitivos e bebidas várias) para comemorar a filiação do ISGEm no NCTM. A recepção era oferecida pela Addison-Wesley, uma editora de livros escolares, e à saída notei que em cada uma das dezenas de salas do Hilton estava a decorrer, sob os mais variados pretextos (lançamento de um livro ou de um material pedagógico, reunião de um grupo especializado, etc), uma recepção do mesmo tipo. Cada uma delas era oferecida por uma editora, por uma empresa de software, ou por outra empresa ligada à educação matemática e presente no encontro. Talvez outra ideia a aproveitar para os nossos convívios de fim de tarde nos Profmats...



Numa das manhãs, no autocarro em que eu seguia para o Centro de Convenções, sentou-se ao meu lado a Ella Fitzgerald!!! Pelo menos era igualzinha, com os seus dois metros de diâmetro, 150 quilos de peso, um ar incrivelmente simpático, e aqueles dentes de marfim a contrastar com a cor de ébano. Embora os autocarros americanos sejam “proporcionais” a tudo o resto, só a muito custo cabíamos lado a lado. Como é inevitável nos Estados Unidos, sabia que ia meter conversa comigo. E pensei: se for a Ella, vai cantar talvez

*I thought I had found the man of my dreams
Now it seems this is how the story ends
He is going to turn me down and say
Can't we be friends...*

Já estava a pensar como lhe havia de

responder à letra, quando ela me fez a pergunta sacramental: *Where are you from?* (donde é que vem?). Expliquei-lhe que vinha de Portugal, da Europa, e ela fez um ar espantado e disse: *You must be a very big shot to come from so far away only for this!* (o que quer dizer mais ou menos: “você deve ser um tipo muito importante para vir de tão longe só para isto!”). Lá lhe tentei explicar que não pagava bilhetes de avião e que portanto me podia dar a estes luxos, mas não sei se ficou muito convencida. Era professora do ensino primário. De resto, se a amostra dos meus encontros e conversas é significativa, a percentagem de professores do ensino primário presente no encontro era enorme — para aí 30% ou mais — comparada com a que nós temos tido nos Profmat's.



No fim do primeiro dia, à noite, houve uma sessão especial — uma espécie de abertura do encontro — em que estavam presentes cerca de três mil participantes. Constatou fundamentalmente, além da apresentação da nova direcção do NCTM e de outras intervenções sobre assuntos associativos, de uma longa intervenção feita em conjunto pela presidente cessante — Shirley M. Frye — e pela actual presidente, Iris M. Carl. O tema era o próprio tema central do encontro: *The NCTM Standards: New Dimensions in Leadership*. O impacto que estão a ter os *Standards* nos Estados Unidos é imenso, com as autoridades educativas de grande número de estados favorecendo a sua implementação. Assim, novas responsabilidades e dimensões de liderança no movimento para a reforma da matemática escolar estão a ser assumidas pelo NCTM, e foi sobre as implicações deste facto e sobre o seu significado associativo que as duas presidentes fizeram uma animada e muito interessante intervenção. Mas estávamos em New Orleans e a música de jazz não poderia deixar de estar presente. Por isso, no início da sessão, um dos melhores conjuntos de jazz da cidade actuou

durante três quartos de hora. E no fim da sessão, os três mil professores presentes seguiram para a recepção que se seguiu dançando atrás de outro conjunto tradicional de bombos e trompetes — *when the saints go marching in...*



Quanto ao conteúdo científico do encontro, ele foi muito variado, devido ao grande número de comunicações e de *workshops*. Mas foi possível detectar algumas tendências, e um possível barómetro para as medir poderia ser a dimensão das salas e a popularidade de certas sessões.

• **Temas dos Standards** — alguns temas globais dos *Standards* foram objecto de sessões muito concorridas: a matemática como comunicação, as conexões matemáticas, e está claro, a resolução de problemas. Neste último caso, assisti a uma sessão muito interessante por Mary Grace Kantowski, defendendo a ultrapassagem de uma certa interpretação estreita do Polya e chamando a atenção para o livro *Mathematics and Plausible Reasoning*, que já referi atrás. Salientou ainda o partido a tirar do software que está a ser produzido, em particular de geometria, citando em particular o *The Geometer's Sketchpad* (O Bloco de Notas do Geómetra), para o Macintosh, um programa excelente de geometria na mesma linha do francês *Cabri-Géomètre*. No fim da sessão, corri com muitos outros para a feira dos materiais e ainda consegui comprar um dos últimos exemplares.

• **Fractais, Caos, etc.** — sem dúvida, os assuntos que moviam maiores multidões para as respectivas sessões, que foram várias. Numa delas, *Fractals for the Classroom: The Fascinating Concept of Chaos and Fractals*, apresentada por Heinz-Otto Peitgen, um professor alemão da Universidade de Bremen, foi preciso abrir a divisória entre dois salões do Hilton para comportar os milhares de professores que quiseram assistir. Alguns ecrãs gigantes de vídeo, um belíssimo sistema sonoro, uma assistên-

cia animadíssima e um apresentador excepcional tornaram aquela sessão também inesquecível.

Outros assuntos populares eram os relativos a **modelação e aplicações da matemática**, comportando um grande número de sessões, e **matemática discreta**, o tema do *yearbook* deste ano do NCTM.

Por fim, não quero deixar de salientar, por ser assunto de muita actualidade para nós, um tema que atraiu também um grande número de professores, que seguiram com muito interesse a comunicação de Zalman Usinski chamada: *The Creation and Destruction of a Myth: Either You Have It in Math or You Don't*. O mito que Usiskin tentou destruir com a sua fulminante argumentação foi o de que “uns têm jeito ou queda para a matemática e outros não” e o sistema que ele atacou foi o da criação de classes especiais para “aqueles que não conseguem acompanhar”. Esse sistema, muito usado nos Estados Unidos, tem provado mal, segundo Usiskin e outros. Um aluno que passa para uma classe mais atrasada, para supostamente *recuperar* o seu atraso, e repetir sem qualquer motivação aquilo que não o interessou, o mais certo é nunca mais sair de lá, e manter e aumentar o seu atraso até ao fim da escolaridade. Por outro lado, como dizia Usiskin, nas classes para os “superdotados” é que se fazem as coisas interessantes que motivariam todos os alunos.

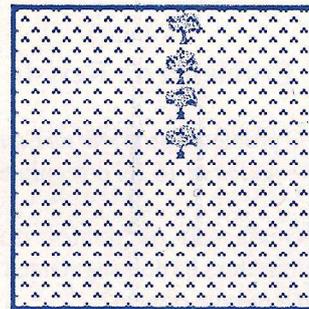
O direito de *todos* os alunos aos benefícios de um programa interessante e rico de Matemática é um ponto de vista central nos *Standards*. Neste aspecto, o NCTM luta contra a situação actual norte-americana, em que a discriminação é a regra. Como vai ser entre nós? Vamos deixar que se formem classes especiais, ou “introdutórias”, como lhes chamava o projecto ministerial de avaliação que se tornou conhecido no passado ano lectivo, para daqui a 20 anos termos de lutar como o NCTM contra elas?

1. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, edição do NCTM, 1989. Ver a tradução portuguesa organizada pela APM: *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática*.

A herança

No número 15 desta revista apresentámos uma solução para o problema “A Herança”, cujo enunciado passamos a transcrever:

Um lavrador deixou aos seus quatro filhos um terreno quadrado, onde existiam quatro árvores. As suas disposições estipulavam que o terreno deveria ser dividido em quatro partes iguais, com a mesma configuração e tendo uma árvore em cada uma das parcelas. Os filhos satisfizeram integralmente a vontade do pai. Como foi possível?



Mais duas soluções

Tal como desejávamos, houve quem descobrisse mais duas brilhantes maneiras de satisfazer a vontade do lavrador.

Estas resoluções chegaram-nos da Esc. Sec. de Mira-Sintra e foram elaboradas por dois alunos do 8º ano: o Pedro Alves (fig. 1) e o Nuno Oliveira (fig. 2).

Nota: Nas figuras, foram utilizadas diferentes tramas, em substituição das cores que existiam nos originais.

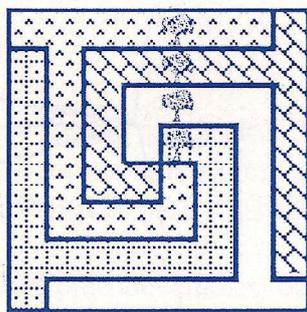


figura 1

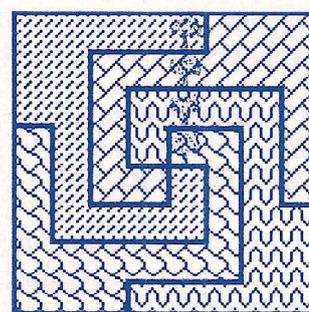


figura 2