

Comunicação matemática, uma das 7 competências matemáticas fundamentais no PISA

JAIME CARVALHO E SILVA

Em que medida os jovens adultos estão preparados para encarar os desafios do futuro? Serão eles capazes de analisar, raciocinar e *comunicar* as suas ideias de forma eficaz? Será que têm a capacidade de continuar a aprender ao longo da sua vida?

É com estas frases que se inicia o documento de apresentação do estudo internacional PISA da OCDE no longínquo ano de 2000 (OECD, 2000). Nessa altura o estudo PISA estava a começar a ser implementado e poucos lhe prestavam atenção. Mas hoje a orientação do estudo mantém-se praticamente a mesma, a de tentar entender se os sistemas educativos são realmente eficazes usando análises comparativas internacionais para aprofundar a nossa capacidade de intervenção no sistema educativo. O estudo é hoje muito discutido nacional e internacionalmente, mas não é claro qual o impacto que tem em cada um dos países envolvidos.

A literacia matemática do estudo PISA foi definida como sendo a capacidade de identificar, de compreender e se envolver em matemática e de realizar julgamentos bem fundamentados acerca do papel que a matemática desempenha na vida privada de cada indivíduo, na sua vida ocupacional e social, com colegas e familiares e na sua vida como cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (OECD, 2002; Ramalho, 2002). Nesta definição, o termo “envolver em matemática” inclui a *comunicação*, a tomada de posição em direção a, em relação a, a avaliação, e mesmo a expressão de opiniões sobre a matemática (OECD, 2002).

A operacionalização desta definição em termos do questionário que é aplicado em cada vez mais países, passou pela identificação de três dimensões da literacia matemática: processos (competências), conteúdos e contextos. Assim, as tarefas do PISA foram desenhadas para incluir um conjunto de processos matemáticos pertinentes para todos os níveis educacionais. Um dos 8 processos (competências) aí identificados e que nos interessa agora discutir é o da *Comunicação matemática*, que inclui:

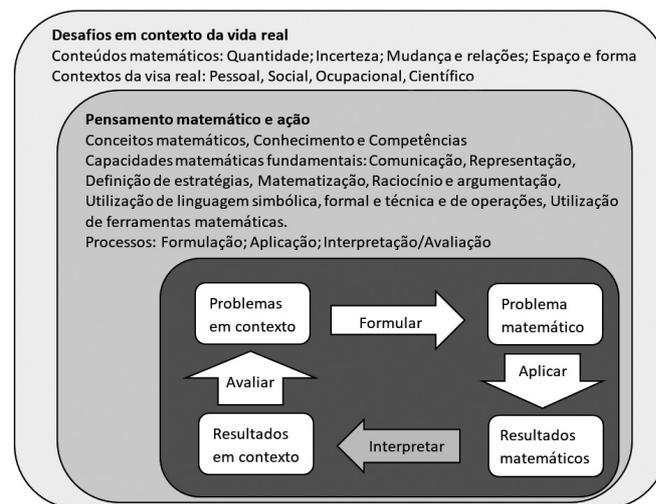
– a expressão de um indivíduo numa variedade de modos, em assuntos com conteúdo matemático, sob forma oral e escrita; e

– a compreensão de afirmações escritas ou orais de outros indivíduos acerca desses assuntos.

Além disso, a *comunicação matemática* aparece explicitamente mencionada noutro dos processos, a *Modelação*, pois esta inclui a comunicação acerca do modelo e dos seus resultados (incluindo as limitações destes resultados).

Mais tarde os 8 processos foram reduzidos a apenas 7 pois o último, *Uso de auxiliares e de instrumentos*, acabou por ficar prejudicado pela dificuldade em o implementar de forma comparável em todos os países participantes, sendo, pois, uma das limitações óbvias do estudo PISA.

No diagrama da figura 1 (PROJAVI, 2013) podemos observar o lugar central atribuído à competência de comunicação (matemática):



Fonte: OCDE, 2012

Figura 1. Quadro conceitual para avaliação da Literacia Matemática

As tarefas do PISA não avaliam estas competências de uma forma individual, antes põem em prática simultaneamente muitas dessas capacidades (OECD, 2002). Por isso, para a descrição de níveis de competência matemática, o PISA organizou os processos em três classes, de acordo com o tipo de capacidade de pensamento; a partir de 2003 passou a usar seis níveis de

proficiência (Ramalho, 2004). As pontuações nas escalas de literacia matemática foram então agrupadas em seis níveis de proficiência que representam conjuntos de tarefas de dificuldade crescente, em que o nível 1 é o mais baixo, e o nível 6 o mais elevado. No nível mais elevado espera-se que os alunos sejam capazes de “formular e *comunicar* com exatidão as suas ações e reflexões no que respeita às suas descobertas, interpretações, argumentos, bem como a adequação dos mesmos às situações originais”. No nível 5 espera-se que os alunos consigam “refletir sobre as suas ações e formular e *comunicar* as suas interpretações e raciocínios”. No nível 4 espera-se que os alunos sejam “capazes de construir e de *comunicar* explicações e argumentos, com base nos seus argumentos, interpretações e ações”. No nível 3 espera-se que os alunos consigam “desenvolver *comunicações* curtas, que relatem os seus resultados, interpretações e raciocínios”. Nos níveis mais baixos, 1 e 2, não se espera que os alunos manifestem competências identificáveis de comunicação.

Deve notar-se que esta competência também aparece na literacia de Leitura e na literacia em Ciências, mas aqui não desenvolveremos tal aspeto.

ALGUNS EXEMPLOS DO PISA

É interessante observar como a competência de comunicação se reflete nos itens que são conhecidos no estudo PISA (muitos dos itens não são divulgados publicamente para facilitar a comparação entre diferentes anos).

O item apresentado na figura 2 evidencia competências de comunicação (OECD, 2004; Ramalho, 2004):

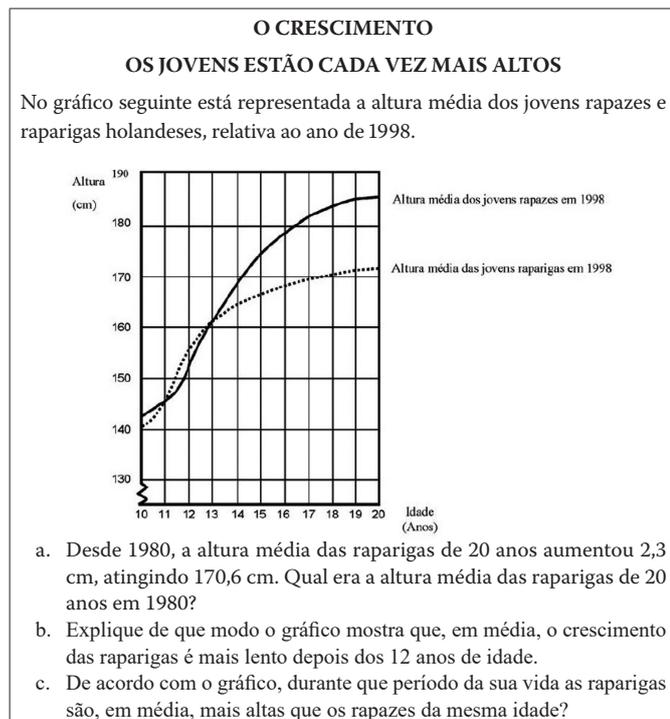


Figura 2

A alínea a) é bastante simples, mas o aluno pode ficar confundido com o facto de o gráfico não ser necessário para obter uma resposta a esta alínea. O objetivo de tal aspeto é claro: o aluno tem de saber extrair a informação relevante de todos os dados que lhe são fornecidos, ignorando a informação não relevante para a resposta. A alínea b) já é consideravelmente mais complexa. Os estudantes, para obter a cotação total, precisam não só de mostrar o seu raciocínio de forma convincente, mas também de mostrar à vontade com representações gráficas, obtendo conclusões e *comunicando* as suas descobertas.

Um outro item usado no PISA 2003 (figura 3) apela também à capacidade de comunicação.

TAXA DE CÂMBIO

Mei-Ling, de Singapura, está a preparar uma estadia de 3 meses na África do Sul, integrada num programa de intercâmbio de estudantes. Ela precisa de trocar dólares de Singapura (SGD) por rands sul-africanos (ZAR).

- Mei-Ling soube que a taxa de câmbio entre o dólar de Singapura e o rand sul-africano era de:
 $SGD = 4,2 ZAR$.
Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura por rands sul-africanos a esta taxa de câmbio. Que quantia recebeu Mei-Ling em rands sul-africanos?
- Quando Mei-Ling regressou a Singapura, três meses depois, tinha ainda 3900 ZAR. Ela trocou-os por dólares de Singapura, reparando que a taxa de câmbio tinha mudado para:
 $1 SGD = 4,0 ZAR$.
Quantos dólares de Singapura recebeu Mei-Ling?
- Durante esses três meses, a taxa de câmbio mudou e passou de 4,2 para 4,0 ZAR por um SGD.
Para Mei-Ling foi vantajoso reconverter os seus rands sul-africanos em dólares de Singapura, quando a taxa de câmbio era de 4,0 ZAR, em vez de 4,2 ZAR? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

Figura 3

As duas primeiras questões implicam a interpretação de um contexto simples, embora implique alguma matematização de um contexto da “vida real”. A terceira questão é mais complexa e além de um raciocínio não imediato exige ainda competências de comunicação de modo a que o raciocínio efetuado seja explicado de forma convincente.

Um exemplo bastante difícil, mas muito interessante e claramente relacionado com as competências necessárias a um cidadão do mundo de hoje, envolve o uso de gráficos (figura 4).

Este é um problema de grau máximo de dificuldade no estudo PISA e é baseado num gráfico verídico usado num contexto semelhante ao do problema apresentado. Para resolver satisfatoriamente este problema é necessário que o estudante use e comunique devidamente a sua argumentação que se baseia na interpretação crítica de dados, estabelecendo comparações com valores que precisam de ser devidamente extraídos do

gráfico, fazendo uma comparação numérica tanto em termos absolutos como em termos relativos.

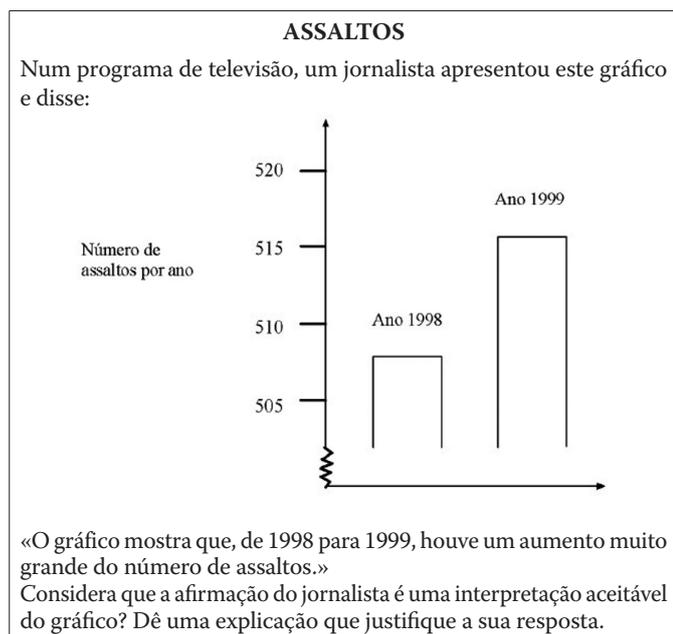


Figura 4

Um dos itens de literacia matemática onde é mais evidente a necessidade da competência de *comunicação* é apresentado na figura 5.

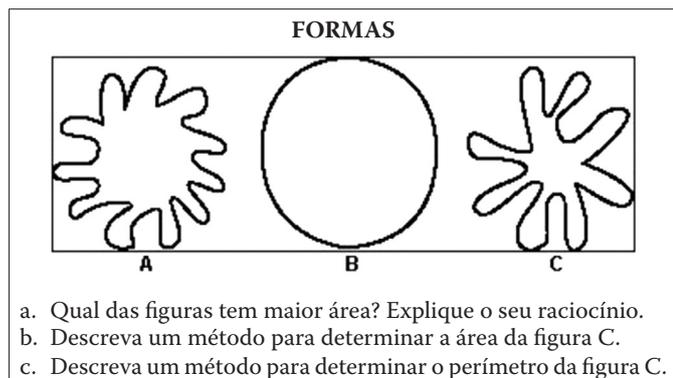


Figura 5

Em todas as questões a competência de comunicação é claramente indispensável. Na questão a), uma resposta admissível envolve afirmar que “a figura B tem a maior área pois as outras cabem dentro dela”. Isto exige raciocínio geométrico não imediato nem rotineiro e a sua comunicação explícita e clara. A segunda envolve encontrar um método aceitável (por exemplo sobrepondo uma quadrícula ou inscrevendo triângulos ou enchendo com água uma versão tridimensional) e depois explicá-lo com um mínimo de clareza. A questão c) é ainda mais difícil, mas admite métodos engenhosos mais simples como usar um fio colocado por cima do desenho.

Qualquer das questões enunciadas parece ser bastante rica e claramente admite outras variantes e generalizações.

COMUNICAÇÃO E MODELAÇÃO MATEMÁTICA

Já antes referimos sobre a relação forte que existe entre as competências de comunicação e de modelação. Esse mesmo aspeto é realçado no relatório conjunto da SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) e do COMAP (Consortium for Mathematics and Its Applications) onde se salienta que não só os estudantes encontram na modelação um espaço privilegiado para exercitar as suas competências de comunicação, como a própria modelação não pode dispensar a comunicação, pois dentro das próprias equipas que trabalham a modelação matemática os seus elementos devem saber comunicar bem para poder ter sucesso (Garfunkel & Montgomery, 2016). As tarefas de modelação matemática, usando dados concretos, recorrem frequentemente a diagramas, tabelas de dados e relatórios escritos, por vezes em linguagem bastante técnica, e isto obriga os estudantes a combinar estas diferentes representações nos seus raciocínios e a exprimir-se usando diferentes tipos de visualizações, modelos matemáticos de índole mais abstrata e textos mais ou menos longos, também com alguma linguagem mais técnica:

Os problemas de Modelação colocam uma prioridade alta na comunicação dentro das equipas assim como das equipas com os que estão fora do grupo. (Garfunkel & Montgomery, 2016)

Para evidenciar esta relação forte vamos citar um exemplo (figura 6) que foi usado na competição internacional de Modelação Matemática IM2C (*International Mathematical Modeling Challenge*) em 2018. Esta é uma versão reduzida do problema (IM2C, 2018) pois o enunciado é mais longo ao levantar algumas hipóteses de abordagem, discutir algumas dificuldades e requerer uma apresentação dos resultados bastante específica.

O MELHOR HOSPITAL

Suponha que há 4 ou 5 hospitais razoavelmente acessíveis a partir da sua residência. Quer escolher o “melhor” hospital para os seus tratamentos de rotina ou não urgentes. Como é que poderia medir e escolher o “melhor” destes hospitais locais? E se a sua situação for tal que estaria disposto a viajar muitos quilómetros e admitira escolher entre 50 hospitais? Que variáveis usaria e como poderia medir cada uma delas?

O número de mortes evitáveis ocorridas em cada hospital poderia ser uma variável, mas como definir “morte evitável”? Outras variáveis poderiam ser a experiência dos médicos, a atenção recebida de médicos, enfermeiros e outros técnicos, etc.

Pretende-se que encontre um modelo matemático que use a mortalidade e outros fatores para medir a qualidade de um hospital, que use esses fatores com dados de hospitais concretos para decidir qual o melhor hospital e que elabore um relatório de 2 páginas que possa ser entendido sem competências matemáticas ou informáticas.

Figura 6

Algumas das respostas que foram premiadas podem ser encontradas em: <http://immchallenge.org/Contests/2018/Results.html>

UMA BREVE PERSPETIVA NACIONAL E INTERNACIONAL

A generalidade dos sistemas educativos contempla de forma cuidada e detalhada a capacidade de comunicação matemática. Por exemplo, em Singapura a comunicação (matemática) é considerada um dos processos essenciais na resolução de problemas de Matemática, que está no centro do enquadramento curricular oficial:

“Os processos matemáticos dizem respeito ao raciocínio, *comunicação* e conexões, aplicações e modelação, assim como as capacidades de pensamento e heurística. Estes processos são parte integrante da aquisição e aplicação do conhecimento matemático. O desenvolvimento dos processos matemáticos dos estudantes deve permear todos os níveis da aprendizagem matemática, e ser feito através de uma variedade de problemas, incluindo problemas não rotineiros, problemas de resposta aberta e problemas do mundo real.” (ME-NIE, 2012)

A competência de comunicação (em geral e, implicitamente, também matemática) aparece referenciada noutros contextos bastante diversos. Aparece por exemplo no recentemente publicado *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Oliveira Martins et al., 2017), como não podia deixar de ser. Com efeito aí é referido que

“Pretende-se que o jovem, à saída da escolaridade obrigatória, seja um cidadão (...) capaz de pensar crítica e autonomamente, criativo, com competência de trabalho colaborativo e com capacidade de *comunicação*”

e ainda que

“As competências associadas a Informação e *Comunicação* implicam que os alunos sejam capazes de (...) colaborar em *diferentes contextos comunicativos*, de forma adequada e segura, utilizando diferentes tipos de ferramentas (analógicas e digitais), com base nas regras de conduta próprias de cada ambiente.”

Mas não aparece só no contexto dos Ensinos Básico e Secundário. Aparece também no Ensino Superior. Citaremos apenas a reforma de Bolonha, que modificou por completo o panorama do Ensino Universitário português. No Decreto-Lei nº 74/2006 de 24 de março do Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior, estabelece-se que o grau de licenciado deve ser conferido aos que demonstrem

“Competências que lhes permitam *comunicar* informação, ideias, problemas e soluções, tanto a públicos constituídos por especialistas como por não especialistas”

Note-se a preocupação do legislador (o Ministro era Mariano Gago) em incluir a comunicação não só aos seus pares como ao público em geral. Não é difícil constatar que ainda estamos longe de atingir este objetivo.

CONCLUSÃO

Não é por acaso que a comunicação matemática é uma das 7 competências matemáticas fundamentais no estudo PISA. Outros estudos internacionais corroboram este lugar importante e o currículo dos países com melhores resultados nesse estudo dá-lhe uma grande atenção. Os detalhes aqui expostos são suficientes para concluir que um bom currículo escolar de matemática em Portugal, sobretudo no Ensino Básico e no Ensino Secundário, deve contemplar de forma profunda e decidida a competência de comunicação matemática.

Referências

- Garfunkel, S. & Montgomery, M., ed. (2016). *GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education*, COMAP and SIAM, Philadelphia, 2016. <https://siam.org/Publications/Reports/Detail/Guidelines-for-Assessment-and-Instruction-in-Mathematical-Modeling-Education>
- IM2C (2018). International Mathematical Modeling Challenge – Contest results and winning paper, *Consortium*, 115, 25-50.
- Libertini, J. (2018). Using modeling to reinforce non-mathematical skills, part I – Communication, *Consortium*, 115, 1-3.
- ME-NIE: Ministry of Education and National Institute of Education, Singapore (2012), *Mathematics Education in Singapore*. Produced as part of Singapore’s National Presentation at the 12th International Congress on Mathematical Education at Seoul, Republic of Korea (8 to 15 July 2012).
- OECD (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- OECD (2001). *Knowledge and Skills for Life: First Results from PISA 2000*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- OECD (2002). *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment: Reading, Mathematical and Scientific Literacy*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- OECD (2004). *Learning for Tomorrow’s World: First Results from PISA 2003*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- Oliveira Martins, G. et al (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, Ministério da Educação/Direção Geral da Educação (DGE), Lisboa.
- PROJAVI (s/d), *Matemática - Itens Libertos 2000 / 2003/ 2006*, PISA – Programme for International Student Assessment.
- PROJAVI (2013), *PISA 2012, Portugal - Primeiros Resultados*. ProjAVI Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos, Ministério da Educação e Ciência.
- Ramalho, G. (Coord.) (2001). *Resultados do Estudo Internacional PISA 2000: Primeiro Relatório Nacional*. Lisboa: GAVE do Ministério da Educação.
- Ramalho, G. (Coord.) (2002). *PISA 2000 - Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos portugueses*. Lisboa: GAVE do Ministério da Educação.
- Ramalho, G. (Coord.) (2004). *Resultados do Estudo Internacional PISA 2003: Primeiro Relatório Nacional*. Lisboa: GAVE do Ministério da Educação.

JAIME CARVALHO E SILVA

CMUC/DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE COIMBRA