Retas e mais retas

O Hugo traçou várias retas numa folha de papel.

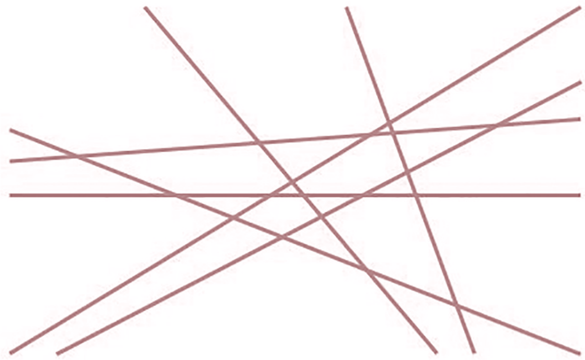
A reta ***r*** interseta 18 retas.

A reta ***s*** interseta 13.

No mínimo, quantas retas interseta a reta ***t***? E no máximo?

Nota: as retas poderão só se intersetar fora da folha.

(Respostas até 31 de dezembro, para zepaulo46@gmail.com*)*



PARALELAS NO QUADRADO

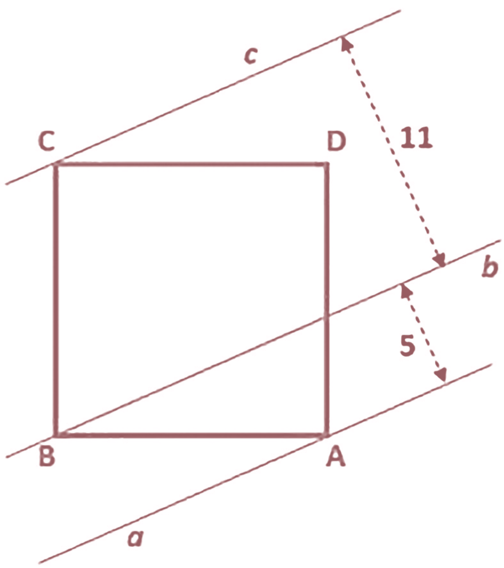
O problema proposto no número 146 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Temos um quadrado ABCD.

Pelos vértices A, B e C traçamos três retas paralelas a, b e c.

A distância entre as retas a e b é de 5 centímetros e entre as retas b e c é de 11 centímetros.

Qual é a área do quadrado?



Recebemos 17 respostas:

Adilson de Campos (Brasil), Alice Martins (Torres Novas), Bruno Visnadi, Carlos Dias, Graça Braga da Cruz (Ovar), Helder Martins (Lisboa), Hugo Ribeiro (Guimarães), Hugo Silva, José Carlos Frias (Lisboa), José Carlos Pereira, Letícia Martins (Guimarães), Mário Roque (Guimarães), Marta Marques Martins, Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Susana Dias (Torres Novas), do duo Eduarda Barreto & Gabriela Barreto (Torres Novas) e do trio João Mendes, Rodrigo Filipe & Rui Fernandes (Guimarães).

O Hugo Ribeiro começou com estas considerações:

> *Devo de dizer que o problema, numa primeira impressão, me parecia impossível. Era como um daqueles problemas em que nos dão a massa do sol, a distância do sol à Terra e nos perguntam qual é a temperatura em Guimarães.*
> *Mas depois de olhar com olhos de ver percebi que não era assim tão complicado. Digamos que inicialmente estava a olhar para o problema. Não a vê-lo.*

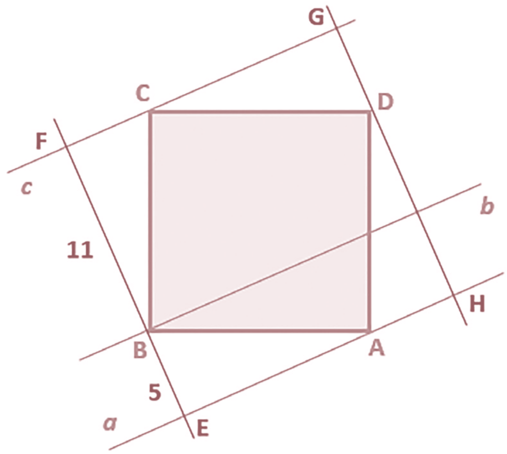
As resoluções foram quase todas geométricas. As exceções vieram dos dois Hugos e do trio de Guimarães, que seguiram a via trigonométrica a partir do ângulo α entre a reta b e o lado BA. A Marta acrescentou também uma confirmação do resultado usando o programa Geogebra.

As estratégias geométricas foram bastante variadas.

1.ª Resolução (para fora do quadrado)

Foi usada por vários leitores (Adilson, Alice, Mário, Graça, JC Pereira). Demos a palavra à Graça.

Redesenhei a figura e completei-a, traçando as retas perpendiculares a a, b e c que passam por B e D:

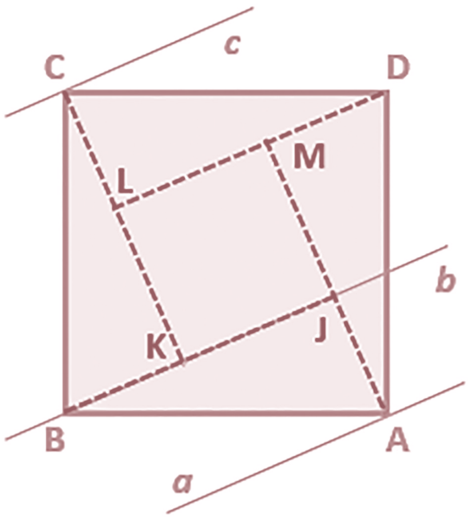


A figura é bem nossa conhecida: é uma das demonstrações do Teorema de Pitágoras! (É imediato mostrar que os triângulos ABE e BCF são congruentes).

A área de ABCD é $11^2 + 5^2 = 146$.

2.ª Resolução (para dentro do quadrado)

Foi seguida pelo duo Barreto e por Alice, Mário, Marta, JC Pereira e Carlos. Seguem-se as explicações deste último.



Desenham-se os segmentos:

– CK perpendicular a b
– DL paralelo a b
– AM perpendicular a b
– BJ sobre b

Os triângulos ABJ, BCK, CDL e DAM são obviamente idênticos.

Pelo enunciado sabe-se que AJ mede 5 e que CK mede 11, logo BJ também mede 11.

O lado AB é a hipotenusa do triângulo retângulo ABJ e mede $\sqrt{5^2+11^2} = \sqrt{146}$.

Logo, BC tem a mesma medida.

A área do quadrado ABCD será

$\overline{AB} \times \overline{BC} = \sqrt{146} \times \sqrt{146} = 146$.

O Mário, usando a figura anterior, acrescentou uma variante a este processo.

Temos $\overline{MJ} = \overline{AM} - \overline{AJ} = 11 - 5 = 6$.

O quadrado ABCD está decomposto num quadrado central, de lado 6, e mais quatro triângulos retângulos idênticos, de catetos 5 e 11. Então, a sua área é

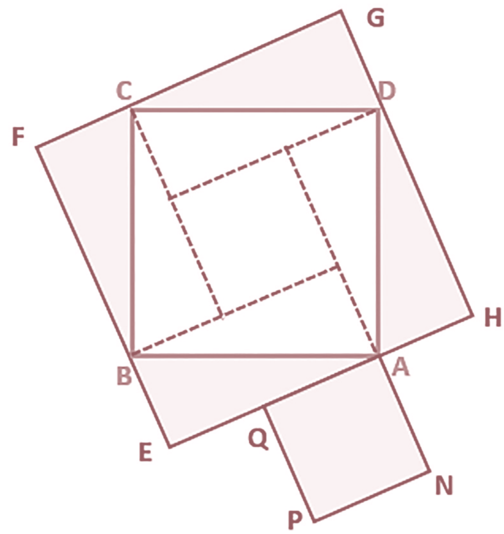
$$6^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 11 = 36 + 110 = 146$$

O José Carlos Frias fez uma mistura dos dois primeiros processos, considerando o triângulo CBK dentro do quadrado e o triângulo CDG fora. Como eles são iguais, pelo teorema de Pitágoras determina-se a medida do lado do quadrado e, a partir daí, a área pedida.

3.ª Resolução (com dois quadrados)

O Mário propôs ainda o seguinte.

Consideremos o polígono EFGHANPQ, formado pela junção do quadrado EFGH, de lado 16, e do quadrado ANPQ, de lado 6.



A área deste polígono é $16^2+6^2=292$

Pela partição da figura, vê-se que a área de ABCD é exatamente metade, ou seja 146.

Nota final: Pedrosa Santos foi enviando resoluções cada vez mais simples, acompanhando a última com a frase de Antoine Saint-Exupéry "A perfeição não é alcançada quando já não há mais nada a ser incluído, mas sim quando já não há mais nada a ser retirado".