Expressões numéricas na promoção do pensamento relacional no 1.º ciclo do ensino básico

Isabel Correia
Susana Colaço
Neusa Branco

Os alunos desde os primeiros anos de escolaridade devem desenvolver a sua proficiência de cálculo, dando sentido aos números e às operações, e à sua capacidade de raciocínio, conseguindo identificar regularidades e generalizá-las. Várias situações de sala de aula são propícias a essas aprendizagens, tal como o trabalho com expressões numéricas para a promoção do pensamento relacional. O pensamento relacional envolve uma abordagem ao trabalho com números que foca a identificação de relações numéricas significativas (Jacobs, Franke, Carpenter, Levi & Battey, 2007), tendo por base o conhecimento das propriedades das operações e a sua utilização, sem que seja necessário o seu conhecimento formal, ou seja, o conhecimento da sua definição. O pensamento relacional compreende a análise de expressões ou equações na sua globalidade e não como processos a serem realizados passo a passo (Carpenter, Levi, Franke & Zeringue, 2005; Franke, Carpenter & Battey, 2008). Os alunos evidenciam pensamento relacional quando compreendem porque são possíveis as transformações nas expressões e porque substituem expressões por outras que lhe são equivalentes, aspeto essencial para o pensamento algébrico (Kaput, 2008).

Neste artigo procuramos conhecer o desempenho de alunos do 3.º ano de escolaridade em expressões matemáticas onde se evidencia o pensamento relacional e analisar aspetos centrais da sua discussão em sala de aula.

EXEMPLOS DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS EM TESTES NACIONAIS E INTERNACIONAIS NO 1.º CICLO

Nos últimos anos, provas de avaliação nacionais e internacionais para alunos do 1.º ciclo do ensino básico, têm contemplado expressões numéricas com espaços vazios para os alunos preencherem. Apresentamos, em seguida, alguns exemplos dessas situações e os resultados obtidos. Em 2011, o *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) questiona o valor em falta para que a igualdade $3+8=\_\_+6$ seja verdadeira. Esse espaço está imediatamente a seguir ao sinal de igual, do seu lado direito. Nesta questão, apenas 40% dos alunos portugueses responderam corretamente. No teste intermédio de 2.º ano de 2013, 34,6% dos alunos indicaram corretamente o número em falta para completar corretamente a igualdade $17-5=\_\_-4$. O espaço para preencher está também junto ao sinal de igual, do seu lado direito. Contudo, esta expressão envolve a subtração. Dos que erraram, 37,1% colocaram o número 12 no espaço em falta, resultado que, tal como refere o relatório "indicia uma visão operacional do sinal de igual em detrimento de uma visão relacional" (IAVE, 2013, p. 17), uma vez que os alunos colocam a seguir ao sinal de igual o resultado da operação que está do lado esquerdo do sinal de igual, desprezando a operação do lado direito. Em 2014, no teste intermédio do 2.º ano, evidencia-se uma melhoria nos resultados (IAVE, 2015) que pode estar associada a uma melhoria na interpretação do uso do sinal de igual para expressar uma relação de equivalência em detrimento da interpretação operacional, mas também ao facto de estar envolvida a adição e não a subtração, como anteriormente. Os alunos tinham que indicar o número que completava corretamente a igualdade $15+8=\_\_+7$, ao que responderam corretamente 50% dos alunos. Os dois documentos referem a importância dos alunos se envolverem em situações que permitam desenvolver o significado do sinal de igual, de modo a promover a passagem de uma visão procedimental para uma visão relacional. O teste intermédio de 2.º ano de 2015 envolve uma divisão, estando o espaço para preencher do lado esquerdo, $\_\_\div 4=5$, e a prova de aferição de 2.º ano de 2016 também apresenta expressões numéricas com espaços para preencher do lado esquerdo e do lado direito do sinal de igual, envolvendo a adição, $11+\_\_=19$, $19+\_\_=25$, $8+4=\_\_+5$. Destes dois últimos anos não estão publicados os resultados.

DISCUSSÃO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS NO 3.º ANO DE ESCOLARIDADE

No âmbito da prática pedagógica, durante a formação inicial da primeira autora deste artigo, foram propostas a 22 alunos de 3.º ano várias tarefas que visavam promover o pensamento relacional. Na aula, os alunos respondiam individualmente a cada questão e perante as respostas obtidas em cada uma eram envolvidos na sua discussão coletiva, confrontando interpretações e relações entre eles. A discussão sobre o modo como pensam sobre as diversas expressões numéricas é fundamental para o desenvolvimento do seu pensamento relacional. A apresentação e a discussão de diferentes abordagens que possam surgir, por parte de alguns alunos, permitem que sejam analisadas várias relações de modo que progressivamente se apropriem de diferentes estratégias e selecionem estratégias eficientes para cada situação.

Identificamos aqui a interpretação dos alunos do sinal de igual em expressões numéricas e a sua capacidade de estabelecer relações entre os números e usar as propriedades das operações, no âmbito de uma abordagem que visa a promoção do pensamento relacional. Além disso, descrevemos as principais ideias matemáticas envolvidas na discussão coletiva proporcionada pela dinâmica da ferramenta digital Kahoot!. A figura 1 exemplifica o modo como a questão é projetada para os alunos, ficando a questão na parte superior, um círculo com o tempo restante para resposta e as várias opções de resposta. A figura 2 apresenta o esquema de cores e figuras (vermelho -△; azul - ◇; laranja - ○; verde - □) que os alunos observam no seu dispositivo (*smartphone*, *tablet* ou computador). Esse esquema corresponde ao que é projetado, permitindo-lhes selecionar a sua resposta.

Figura 1. Exemplo de questão colocada no Kahoot!

Figura 2. Esquema de cores e figuras para resposta no dispositivo do aluno

Esta ferramenta digital permite definir um período de tempo para resposta e quando este termina fornece ao professor dados das respostas dos alunos em cada questão, permitindo que este identifique e discuta com a turma as principais ideias matemáticas e os principais erros de interpretação e de cálculo que os alunos cometem.

As tarefas que aqui apresentamos dizem respeito ao trabalho com expressões numéricas envolvendo a adição, em particular, igualdades em que falta um número e igualdades que os alunos devem identificar como verdadeiras ou falsas. Para Carpenter, Franke e Levi (2003) o trabalho com expressões numéricas contribui para que os alunos: (i) se envolvam em discussões sobre o uso apropriado do sinal de igual; (ii) usem o pensamento relacional; (iii) tenham confiança na utilização de propriedades matemáticas fundamentais, e (iv) elaborem conjeturas.

Situação 1 - Qual o valor em falta na expressão: 7 + 8 = □+ 9

Para esta questão surgem como possibilidades de resposta os valores 15, 6, 8 e 24. A maioria dos alunos (64%) assinala como resposta correta o valor 15, o que evidencia uma visão procedimental, tendo os alunos colocado no espaço imediatamente a seguir ao sinal de igual o resultado da operação que está à esquerda deste sinal, 7 + 8, ignorando parte da expressão do lado direito (+ 9). Apenas 23% dos alunos assinala a resposta correta, o valor 6. Face a estes resultados a discussão em sala de aula focou (i) a posição do sinal de igual e do espaço a preencher e o papel da parcela 9 no lado direito do sinal de igual, e (ii) comparação de parcelas de um lado e de outro do sinal de igual, de modo a estabelecer relações entre elas e com isso determinar o valor em falta.

Situação 2 - Qual o valor em falta na expressão: 23 + 15 = 26 + □

Para esta questão surgem como possibilidades de resposta os valores 12, 18, 38 e 64. Metade dos alunos assinala a resposta correta, o valor 12, o que mostra uma melhoria no desempenho dos alunos. Contudo, 27% ainda evidencia uma visão procedimental, indicando como resposta o valor 38 que corresponde à soma à esquerda deste sinal, 23 + 15, ignorando ainda parte da expressão do lado direito (26). A discussão em sala de aula focou uma vez mais (i) a posição do sinal de igual e do espaço a preencher e o papel da parcela 26 no lado direito do sinal de igual, e (ii) a comparação de parcelas de um lado e de outro do sinal de igual, de modo a determinar o valor a compensar na parcela em falta para igualar os resultados de ambos os lados, tal como exemplifica a Figura 3.

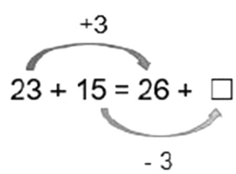

Figura 3. Esquema de relações na igualdade da situação 2

Situação 3 - Qual o valor em falta na expressão: 72 + 36 = 36 + □

Nesta questão surgem como possibilidades de resposta os valores 36, 108, 72 e 10. Cerca de 41% dos alunos assinala a resposta correta, o valor 72. Trata-se de uma situação onde se aplica a propriedade comutativa da adição, sendo dada uma das parcelas no lado direito que é igual a uma das parcelas do lado esquerdo. Os resultados evidenciam que os alunos ainda revelam dificuldade na intepretação da expressão, em particular do significado do sinal de igual e da sua posição na expressão, tendo cerca de 27% dos alunos dado como resposta o valor 108 (72 + 36). Além dos aspetos relacionais já evidenciados nas questões anteriores, emerge também nesta questão a referência à propriedade comutativa da adição.

Situação 4 - Qual o valor em falta na expressão: □+ 177 = 331 + 170

Nesta questão surgem como possibilidades de resposta os valores 331, 324, 177 e 323. Cerca de 86% dos alunos assinala corretamente o valor em falta, 324. Este resultado revela uma grande melhoria na interpretação da expressão e no estabelecimento de relações entre as parcelas de um e de outro lado do sinal de igual. Na discussão coletiva emerge a referência à posição da parcela em falta e a relação entre os valores de um lado e de outro, destacando-se a compensação necessária para se verificar a igualdade.

Situação 5 – Assinala a igualdade que é falsa:

18 + 15 = 20 + 13; 18 + 26 = 20 + 24;
18 + 22 = 20 + 24; 18 + 12 = 20 + 10

Nesta questão não é solicitado o valor em falta, mas são apresentadas quatro expressões diferentes, sendo que três delas respeitam a igualdade e uma delas não verifica a igualdade. Os resultados são bastante dispersos. Apenas 25% dos alunos responde corretamente e assinala a igualdade 18 + 22 = 20 + 24 como falsa. A igualdade que mais alunos consideram como falsa (40%) é 18 + 15 = 20 + 13. Estes resultados evidenciam a necessidade de propor e discutir situações diversificadas para melhorar a compreensão dos alunos e para que estes sejam colocados perante desafios cognitivos significativos para a sua aprendizagem matemática.

A CONCLUIR

Esta experiência permite conhecer a interpretação das igualdades e do sinal de igual que os alunos apresentam e identificar aspetos a abordar em sala de aula para o desenvolvimento do seu pensamento relacional. Como refere o NCTM (2017), uma das práticas de ensino nucleares que visam a promoção de uma aprendizagem profunda da Matemática é a obtenção e a utilização de evidências do pensamento dos alunos. Esse documento refere que "um ensino eficaz da matemática usa evidências do pensamento dos alunos para avaliar o seu progresso no sentido da compreensão matemática e para ajustar continuamente o ensino de modo a apoiar e ampliar a aprendizagem" (p. 53). O trabalho realizado contribui para a aprendizagem matemática dos alunos, bem como para o desenvolvimento do conhecimento profissional da futura professora, em particular, sobre o significado que os alunos atribuem ao sinal de igual e como desenvolvem o seu raciocínio e expressam as suas ideias matemáticas. Ao considerar as evidências dos erros cometidos pelos alunos e das lacunas conceptuais que evidenciam, o professor pode planear a sua prática ajudando-os a melhorar a sua compreensão e o seu raciocínio matemático. Os resultados obtidos nesta experiência reforçam a importância de práticas que fomentem o pensamento relacional, recorrendo a igualdades diversificadas e levando os alunos a estabelecer relações entre as operações e os números de um lado e outro do sinal de igual.

Referências

Carpenter, T., Franke, M., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school* (1.ª ed.). Portsmouth: Heinemann.

Carpenter, T., Levi, L., Franke, M., & Zeringue, J. (2005). Algebra in elementar school: Developing relational thinking. *ZDM Mathematics Education 37*(1), 53-59.

Franke, M., Carpenter, T., & Battey, D. (2008). Content matters: Algebraic reasoning in teacher professional development. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 333-359). New York: Lawrence Erlbaum e NCTM.

IAVE (2013). *Projeto testes intermédios - 1.º ciclo do ensino básico. Relatório 2013.* Lisboa: IAVE. Disponível em http://iave.pt/np4/file/106/Relatorio_TI_2_2013_LV.pdf.

IAVE (2015). *Projeto testes intermédios - 1.º ciclo do ensino básico. Relatório 2014*. Lisboa: IAVE. Disponível em http://iave.pt/np4/file/103/Relat_TI2_2014_com_anexos.pdf.

Jacobs, V., Franke, M., Carpenter, T., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 258-288.

Kaput, J. (2008). What is Algebra? What is algebraic reasoning?. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

NCTM (2017). *Princípios para a ação:Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. (Tradução do original de 2014). Lisboa: APM.

Isabel Correia

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Santarém

Susana Colaço

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Santarém

UIIPS

Neusa Branco

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Santarém

UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, UIIPS