

# Questões à volta dos problemas

JOSÉ PAULO VIANA

Quando queremos que a resolução de problemas tenha um papel decisivo no ensino da Matemática, pode ser importante, ou mesmo essencial, refletir sobre o assunto e tentar responder a uma série de questões. O que iremos fazer é justamente procurar encontrar resposta para um conjunto de interrogações que, enquanto professores, nos podem surgir quando queremos resolver problemas com os alunos.

Claro que as respostas aqui apresentadas refletem não só as experiências por que passei mas também as opiniões que criei e as opções que fui tomando. Não são, de modo nenhum, respostas definitivas nem absolutas. Pretendem simplesmente ser um contributo para as desejáveis discussões que se devem ir tendo nas escolas entre os professores.

## EM QUE ANOS DE ESCOLARIDADE SE PODERÁ PROPOR UM CERTO PROBLEMA?

Perante um problema que nos parece interessante, temos de pensar em que anos de escolaridade ele fará sentido e poderá contribuir positivamente para o desenvolvimento do raciocínio dos alunos ou para a aplicação, numa situação inesperada, de conteúdos matemáticos recentemente tratados. Por outro lado, o mesmo problema poderá ser apresentado, com ligeiras variantes ou restrições, em diferentes níveis de escolaridade. É o que acontece, por exemplo, com o problema “Um número muito grande”:

### Qual é o maior número que se consegue obter usando apenas quatro vezes o algarismo 2?

Descoberto esse número, que ultrapassa a capacidade das calculadoras, pode lançar-se uma nova pergunta a quem tenha um pouco mais de conhecimentos matemáticos:

*Aproximadamente, quantos algarismos tem esse número?*

Quando os alunos já estudaram os logaritmos de base 10, podemos mesmo levar o problema mais longe:

*Exatamente, quantos algarismos tem esse número?*

## O PROBLEMA DEVE ESTAR DIRETAMENTE RELACIONADO COM OS CONTEÚDOS DO PROGRAMA?

Claro que não é obrigatório. Sempre que possível deveremos ir colocando problemas relacionados com o que os alunos estão a aprender, e os manuais escolares trazem habitualmente este tipo de propostas.

No entanto, em qualquer momento pode ser oportuno um problema interessante, ligado a outros conteúdos matemáticos ou que, não diretamente relacionado com o que os alunos estão a estudar nesse momento, obrigue a um tipo de raciocínio não usado com frequência. Existem muitas fontes onde os procurar: revistas, como a *Educação e Matemática* e a *Mathematics Teacher*, ou livros de divulgação, como os da coleção *O Prazer da Matemática*, da Gradiva, ou livros de recolha de problemas como os *Desafios*.

Um bom exemplo disto é o problema “Soma para 2017”:

*Descobre as parcelas desta soma, em que cada letra corresponde a um só algarismo e vice-versa. Além disso, nenhum número começa por 0.*

$$\begin{array}{rcccc} & A & B & C & \\ & D & E & F & \\ + & G & H & J & \\ \hline 2 & 0 & 1 & 7 & \end{array}$$

Com este enunciado, o problema pode ser proposto a qualquer pessoa. Aos mais novos exigir-se-á apenas que descubram uma solução. Para quem conheça a prova dos nove, pode sugerir-se que responda primeiro a esta questão:

*Dos dez algarismos 0, 1, 2, ..., 8, 9 só vamos usar nove. Lembra-te da prova dos nove e descobre qual é o algarismo que, de certeza, não poderá ser usado.*

## O PROBLEMA ESCOLHIDO É ADEQUADO PARA A MAIORIA DOS ALUNOS DA TURMA PARA ONDE O VOU LEVAR?

Esta é uma questão que deve estar sempre presente. Um problema desadequado pode ter efeitos contraproducentes e negativos:

- desmotivar vários alunos,
- acentuar a ideia, infelizmente frequente, de que a Matemática é muito difícil, abstrata e só ao alcance de uma minoria.

Como as turmas são normalmente heterogêneas, de vez em quando temos de ter previstos prolongamentos ou variantes do problema para os propor aos alunos que o conseguem resolver mais depressa que a maioria. Um exemplo é, no problema anterior, “Soma para 2017”, acrescentar uma restrição ao enunciado inicial:

*O número ABC é a menor das três parcelas. Qual é o maior valor possível para ABC?*

E depois:

*Qual é o menor valor possível para ABC?*

## ONDE DEVEM OS ALUNOS RESOLVER O PROBLEMA: NA AULA OU EM CASA?

Alguns problemas serão resolvidos na sala de aula. Como os alunos têm bem presente a situação, é possível avançar mais facilmente para uma discussão alargada:

- verificando a validade das várias estratégias de resolução que foram descobertas e usadas,
- comparando as várias estratégias apresentadas,
- analisando as possíveis soluções (se houver mais que uma),
- avançando para variantes ou prolongamentos do problema.

Outros problemas deverão ser resolvidos em casa e entregues ao professor. Desta forma, poderemos testar dois objetivos que normalmente não são fáceis de avaliar, pelo menos de forma sistemática, no decorrer das aulas:

- a capacidade de encontrar uma estratégia de resolução e de chegar à solução,
- a capacidade de transmitir ideias, raciocínios e conclusões matemáticas por escrito.

Neste caso, devemos previamente explicar claramente que os alunos poderão (e, por vezes, deverão) discutir o problema entre si ou com outras pessoas mas que a resolução e a passagem a escrito terão de ser sempre rigorosamente individuais.

Podem existir alguns inconvenientes:

- como os trabalhos têm de ser previamente corrigidos, a discussão do problema poderá não ser tão profunda e

enriquecedora visto terem passado alguns dias e os alunos não terem tão presente as estratégias que utilizaram,

- não há garantias de que os trabalhos foram na realidade feitos pelos alunos.

Na minha opinião, isto não acontece com frequência e a maior parte dos casos são facilmente identificáveis (a linguagem usada não é a habitual no aluno, o tipo de raciocínio é mais rebuscado do que o costume, a técnica matemática não foi ainda dada nas aulas, etc.).

Uma forma de atenuar esta última desvantagem é, quando acharmos que isto possa ter acontecido ou vir a acontecer, pedir aos alunos que expliquem uma ou duas passagens da resolução. Claro que, para isto, é preciso fazer uma boa gestão do tempo.

## COMO DEVE O PROBLEMA SER RESOLVIDO: INDIVIDUALMENTE OU EM GRUPO?

Não há regras absolutas sobre esta questão. Alguns problemas têm mais sentido se pensados e feitos individualmente, enquanto outros se tornam muito mais ricos e formativos se forem analisados, discutidos e resolvidos em grupo. Contudo, mesmo nestes últimos, penso que é de exigir sempre uma resolução escrita individual.

## COMO DEVEM OS ALUNOS APRESENTAR A RESOLUÇÃO: ORALMENTE OU POR ESCRITO?

Tudo dependerá dos objetivos que o professor pretende alcançar com o problema.

A apresentação oral exige muito mais tempo de aula e, por isso, muitas vezes não pode ser pedida a todos os alunos. Tem a vantagem de permitir ao professor discutir certos aspetos e aperceber-se de falhas ou lacunas que, noutras circunstâncias, talvez passassem despercebidas.

A resolução escrita pode ser pedida a todos os alunos e corrigida e classificada pelo professor. Posteriormente, é possível dedicar parte de uma aula à análise do problema e das estratégias de resolução.

Durante a discussão dos problemas, poderá valer a pena referir que:

- Todas as estratégias que levam à solução são boas.
- Algumas estratégias poderão ter vantagens sobre outras mas apenas por serem mais claras, menos trabalhosas ou utilizarem conceitos e técnicas mais simples.
- Embora o objetivo último seja chegar a uma solução, é conveniente usar estratégias que nos permitam garantir que encontrámos todas as soluções e, também, que possam ser usadas noutros problemas e situações.

## O QUE DEVEM APRESENTAR OS ALUNOS: APENAS A RESPOSTA OU UM RELATO DE TODO O PROCESSO DE RESOLUÇÃO?

Só em casos excepcionais nos interessará apenas a resposta.

No ensino da Matemática, a riqueza da resolução de problemas virá não apenas do desenvolvimento dos raciocínios e técnicas específicos desta disciplina mas também do aperfeiçoamento da capacidade de transmitir, oralmente ou por escrito, as ideias, os conceitos e os processos matemáticos.

## COMO DEVERÁ SER FEITA A AVALIAÇÃO DO TRABALHO DOS ALUNOS?

A avaliação deve estar sempre presente, embora possa assumir várias formas.

Em todos os casos, alguns comentários poderão ser muito úteis para o aperfeiçoamento do aluno. Além das eventuais correções matemáticas, devemos ir chamando a atenção para outros aspetos: a necessidade de se usar linguagem apropriada, o benefício da clareza, a vantagem de se ser conciso.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que tenho verificado quase sempre é que, perante um bom problema, praticamente toda a gente se concentra a tentar

encontrar uma solução. E a grande maioria não desanima perante as dificuldades. Por exemplo, veja-se o que me aconteceu nalgumas aulas em que foi proposto um problema interessante. Quando um grupo significativo de alunos já o tinha resolvido e me pareceu que era preciso avançar para os ocupar, não me contive e disse: *Vou dar uma pista*. Mas logo os que ainda não tinham terminado reclamaram e, sem levantar os olhos do papel ou da calculadora, gritaram: *Espere só um bocadinho!* E eu, vendo o erro da minha impaciência, esperei...

Sou de opinião que, no decorrer das aulas, os problemas deverão estar sempre presentes. Uma vez como introdução a um novo conceito ou a uma nova técnica de cálculo. Outras vezes como forma de verificar se esses conceitos ou técnicas estão assimilados. Outras ainda para fazer a ponte entre diferentes temas da Matemática. Finalmente, de vez em quando, simplesmente como forma de desenvolver e comparar os vários tipos de raciocínio.

(Adaptado de Viana, J. P. (2012), *Uma Vida Sem Problemas – A Matemática nos Desafios do Dia a Dia*, Lisboa: Clube do Autor)

JOSÉ PAULO VIANA



The logo for VPCT2018 features a stylized red silhouette of two profiles facing each other, with the text 'A voz dos Professores de C&T' and 'Encontro Internacional 2018' overlaid.

**VPCT2018**  
**Encontro Internacional**

---

8 a 10 Nov 2018, UTAD, Vila Real, Portugal

<http://vpct2018.utad.pt>

O VPCT2018 – **A voz dos professores de C&T Encontro Internacional**, com a duração de três dias, pretende ser um fórum internacional, para profissionais da Educação em Ciência e Tecnologia (Ciências Matemáticas, Ciências da Natureza, Ciências Físicas e Químicas, Engenharia, Informática e Tecnologia), apresentarem e discutirem relatos e investigação de práticas de ensino e divulgação de C&T. Em particular pretende-se:

- Divulgar, apreciar, valorizar e melhorar as práticas de ensino de C&T de professores de todos os níveis de ensino que lecionem estas matérias, mostrando o que fazem para que seja possível refletir e melhorar;
- Interagir com investigadores, para que tanto professores como investigadores possam beneficiar deste trabalho conjunto.