Geometria com e sem muros

A ideia chave deste artigo é uma reflexão sobre a utilização de programas de geometria dinâmica (AGD) na aprendizagem da geometria desde os primeiros anos. Esta reflexão é feita aproveitando o duplo sentido da palavra muro e brincando um pouco com esse sentido.

UM PROBLEMA COM MUROS

São bastante conhecidos os problemas de geometria sobre muros. A variação do comprimento da sombra de um muro em função da sua altura, a obtenção da altura do muro sem precisar de ir ao cimo do muro são dois dos modelos mais comuns. Nesta nota resolvo e discuto mais um. O problema é simples e foi divulgado há algum tempo pelo José Paulo Viana num dos seus artigos semanais do Jornal Público. Não me lembro exatamente da formulação apresentada, mas o problema é o seguinte:

> *Temos dois muros paralelos e ligamos o topo de cada um deles à base do muro oposto por uma corda, como mostra a figura 1. As duas cordas encontram-se num ponto. Um dos muros tem 3 m de altura e o outro 5 m. Qual é a altura do ponto de encontro das duas cordas.*

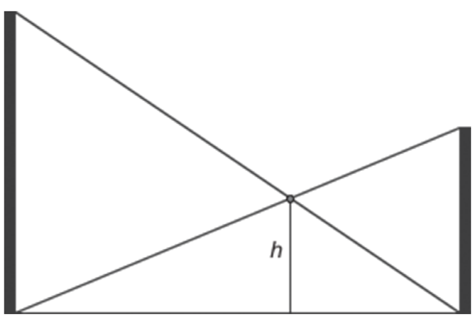

Figura 1

Para mim é impensável nos dias de hoje abordar um problema de geometria como este sem recorrer de imediato a um ambiente de geometria dinâmica (AGD). Para fazer a construção dinâmica surge logo uma questão, qual é a distância entre os muros? A ausência deste dado, que não foi facultado, aponta logo para fazer a construção dinâmica com esta distância variável. Depois de feita a construção, basta fazer as medições e obtemos de imediato o valor da altura pedida. O problema está resolvido para os valores dados e identifica-se logo um primeiro invariante: a altura pedida mantém-se quando se varia a distância entre os muros. Porém, ainda nos falta conhecer outras relações entre os vários elementos da figura.

O passo seguinte é identificar alguns elementos e estabelecer relações entre eles. Propositadamente decido representar os dados por letras pois o ambiente dinâmico empurra-me para trabalhar com medidas variáveis, o que é o mesmo que dizer que estamos a trabalhar com qualquer medida (figura 2).

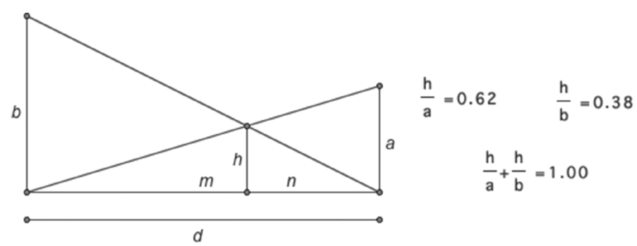

Figura 2

Obtidas algumas medidas e calculando a razão entre a altura pedida e a altura de cada um dos muros, surge um novo e desafiador invariante. A soma destas duas razões mantém-se sempre igual a 1. Conhecida esta relação, o problema está resolvido para qualquer valor de a e de b, isto é, para todas as medidas da altura de cada um dos muros. Basta substituir *a* e *b* e calcular h.

Nesta fase faz sentido perguntar porque será a soma das duas razões invariante e igual a 1?

Para compreender esta relação o problema vai passar rapidamente de um problema de geometria a um problema de álgebra.

$\frac{m}{h} = \frac{d}{a}$ ou seja $m = \frac{dh}{a}$

$\frac{n}{h} = \frac{d}{b}$ ou seja $n = \frac{dh}{b}$

de onde se tira $\frac{dh}{a} + \frac{dh}{b} = d$

que simplificado é $\frac{h}{a} + \frac{h}{b} = 1$

relação esta que é equivalente a $h(a+b) = ab$

ou seja $h = \frac{ab}{a+b}$

O problema que já estava resolvido com o AGD para quaisquer medidas da altura de muros, fica agora totalmente compreendido. Mas tornou-se um problema de álgebra e isso carregou-o de dificuldades, colocou-lhe mais muros, agora de natureza compreensiva. Considero que ao nível da aprendizagem o problema foi desafiador e interessante na parte do AGD, adequado ao 3º ciclo para todos os alunos. A segunda parte, algébrica, já coloca outras exigências e é discutível para que nível a sua adequação para todos.

Como conclusão destaco a ideia de que, com recurso a um AGD, o problema dos muros adquiriu uma configuração totalmente diferente do que se fosse resolvido com papel e lápis. Aliás, sem um AGD o problema dos muros era, simultaneamente, um problema de geometria e de álgebra, e teria sido resolvido com recurso às relações entre os elementos de dois triângulos retângulos. A resolução de um problema como este leva-nos a questionar a orientação do ensino da geometria, tanto ao nível dos conteúdos a trabalhar como da natureza das tarefas a realizar pelos alunos. É aqui que entra a segunda parte da reflexão.

APRENDER GEOMETRIA SEM MUROS

Descrevo agora um episódio simples passado recentemente numa turma de 2.º ano de escolaridade. Nesta turma a professora integra o recurso ao GeoGebra, pelos seus alunos, desde o 1.º ano.

A tarefa proposta aos alunos foi a seguinte:

> *Descobrir todas as bandeiras triangulares que se podem construir num geoplano de 3 por 3.*

O GeoGebra permite trabalhar com uma rede quadriculada e, por isso, é uma representação fiel do geoplano com a mais valia de ser dinâmica. Os alunos tinham de recorrer ao GeoGebra para fazer as experiências e depois representar as soluções obtidas no papel. O objetivo da tarefa era construir triângulos, em posições diversas, e identificar relações simples entre os lados dos triângulos. O contexto escolhido, construir bandeiras, tinha como intenção proporcionar logo uma orientação para que os triângulos não fossem desenhados nas posições mais comuns.

Na resolução os alunos descobriram os 8 triângulos possíveis (figura 3). Nem todos os alunos descobriram todos os triângulos, mas o oitavo, o último da figura 3, em baixo à direita, foi descoberto por vários alunos e originou uma discussão coletiva animada. Mas o mais interessante é que a própria professora, ao fazer a planificação da tarefa, tinha pensado que os alunos não iriam descobrir este oitavo triângulo pois era o único que não tinha nenhum lado coincidente com as linhas da rede quadriculada e poderia não ser considerado como uma bandeira. Foram os alunos que o descobriram e argumentaram que só com este tinham todos os triângulos possíveis.

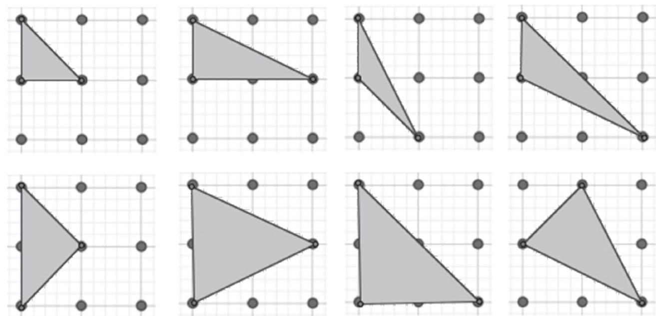

Figura 3

Os alunos desta professora resolvem tarefas de geometria desafiadoras e as expectativas da professora são sempre elevadas, no entanto eles ultrapassam-nas sem dificuldade e acabam por surpreender a professora. Vale a pena destacar que esta professora lhes apresenta a geometria sem muros.

No caso das bandeiras, o problema sugere logo um desenvolvimento que é descobrir todos os quadriláteros possíveis de construir num geoplano de 3 por 3 e depois descobrir todos os polígonos. No caso do problema dos muros ficou clara a abordagem por invariantes que os AGD possibilitam para a resolução de problemas.

A matemática sempre teve muros para os alunos. Entendidos aqui muros como obstáculos que é preciso ultrapassar. Os recursos tecnológicos permitem eliminar muitos desses muros. Infelizmente parece que insistimos em manter os muros, mesmo quando temos recursos cada vez mais acessíveis e poderosos à disposição de todos e que nos permitem eliminá-los.