# Como manuais escolares abordam o tema Números Racionais

**Joana Brocardo, Catarina Delgado, Irene Segurado, Isabel Rocha, Manuela Pires**

Numa revista temática focada no impacto da investigação nas aprendizagens, considerámos importante olhar para os manuais escolares, um dos mediadores da aprendizagem que fortemente influencia o modo como os alunos aprendem e o que aprendem.

Optámos por focar o tema "Números racionais" analisando manuais dos anos de adoção para 2017/2018, o 2.º e o 6.º anos. No 3.º ciclo, em que não houve nenhum ano em adoção, escolhemos o 7.º ano, por ser o ano em que se trabalham mais os números racionais. Em cada um destes anos, selecionámos os dois manuais mais adotados: *PLIM!* 2.º ano da Texto Editores e *TOP! 2* da Porto Editora, 2.º ano; *Máximo 6* da Porto Editora e *Novo MSI 6* da Areal Editores, 6.º ano; *Novo Espaço 7* e *Matemática 7*, ambos da Porto Editora, 7.º ano.

A investigação realizada neste tema reúne alguma unanimidade perspetivando, por exemplo, a importância de desenvolver gradualmente as 'grandes ideias' subjacentes aos números racionais, de construir significados e relações ao nível dessas ideias e de usar contextos e modelos apropriados. Cada uma destas indicações, embora muito relevante, é demasiado vasta para poder ser analisada no âmbito deste artigo. Por isso, selecionámos aspetos mais ´micro' mas que têm sido muito estudados pela investigação sobre os números racionais representados na forma de fração: a introdução do conceito de fração, explorar os vários significados das frações, perceber que o todo importa e relacionar as várias representações de números racionais.

Neste artigo os manuais são vistos como oportunidades para concretizar parte do que hoje se sabe sobre a aprendizagem dos números racionais. Assim, não foi nosso propósito procurar o que está 'bem' ou 'mal' em cada manual. Por isso, o objetivo da análise que fazemos nos pontos seguintes é sugerir ao professor ideias concretas que será importante trabalhar, para além das que os manuais já indicam e proporcionar uma reflexão sobre algumas das opções seguidas pelos manuais analisados.

## INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

O modo como se deverá iniciar o trabalho com as frações não reúne unanimidade ao nível da investigação. Nos manuais de 2.º ano analisados, a opção seguida parece ir na linha da sugerida pelo investigador holandês Streefland, fortemente defensor de começar a abordagem das frações a partir de contextos de partilha equitativa (ver figuras 1 e 2, que incluem as tarefas que introduzem o tópico 'Frações').

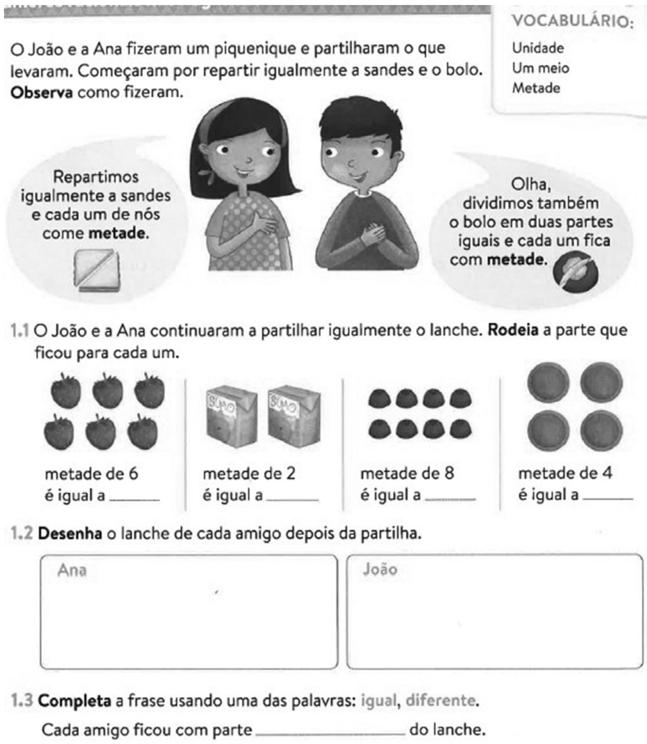
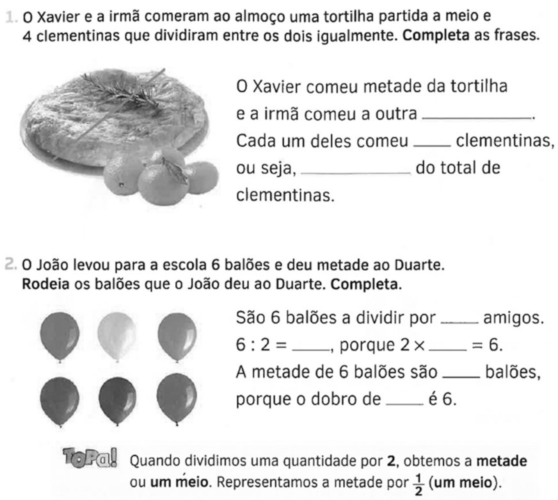



**Figura 1.** Tarefa de introdução ao conceito de fração – manual PLIM! (p. 84)

Tal como sugerido por este investigador, os contextos propostos são inspirados na realidade quotidiana das crianças. No entanto, a exploração do contexto de partilha para dar significado à fração, parece perder-se numa exploração que engloba vários significados de fração. No manual *PLIM!,* a partilha de uma sandes por dois amigos, e no manual *TOP!* 2, a partilha de uma tortilha por dois irmãos, são exemplos que podem dar sentido à fração $\frac{1}{2}$ como representando 1:2. Os restantes exemplos de partilha destes manuais introduzem frações unitárias ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$), não incluindo nenhum exemplo de partilha que diga respeito a outro tipo de frações, como por exemplo $\frac{2}{5}$, que envolvem analisar situações mais complexas e que habitualmente não se exploram no 2.º ano.

Embora propondo inicialmente situações de partilha equitativa, nenhum dos manuais utiliza a notação de fração para representar essa partilha. O *TOP! 2* explicita simbolicamente a divisão de um conjunto de objetos, por exemplo, na questão 2 da figura 2, representa o 6:2, mas não recorre à representação sob a forma de fração. No *PLIM!,* na questão 1.1 da figura 1, podemos ver que não se representa, por exemplo, o $\frac{6}{2}$ nem o 6:2.


1. O Xavier e a irmã comeram ao almoço uma tortilha partida a meio e 4 clementinas que dividiram entre os dois igualmente. **Completa** as frases.

O Xavier comeu metade da tortilha e a irmã comeu a outra ____________.
Cada um deles comeu ____ clementinas, ou seja, __________ do total de clementinas.

2. O João levou para a escola 6 balões e deu metade ao Duarte. **Rodeia** os balões que o João deu ao Duarte. **Completa.**

São 6 balões a dividir por ____ amigos.
6 : 2 = ____, porque 2 × ____ = 6.
A metade de 6 balões são ____ balões, porque o dobro de ____ é 6.


Quando dividimos uma quantidade por **2**, obtemos a **metade** ou **um meio**. Representamos a metade por $\frac{1}{2}$ (**um meio**).

**Figura 2.** Tarefa de introdução ao conceito de fração – manual TOP! 2 (p. 120)

No manual *PLIM!,* a divisão por partilha centra-se na partilha por 2, passa-se a associar o operador $\frac{1}{2}$ com a metade de uma unidade ou de um conjunto de objetos e propõem-se exercícios focados na determinação da metade ou na identificação das duas metades de um mesmo objeto, mas sem nunca relacionar 'a metade de' com 'o dobro de'. Não se opta, por isso, por seguir uma recomendação da investigação que vai no sentido de considerar que só se compreende bem uma relação/operação quando se consegue articulá-la com a operação/relação inversa.

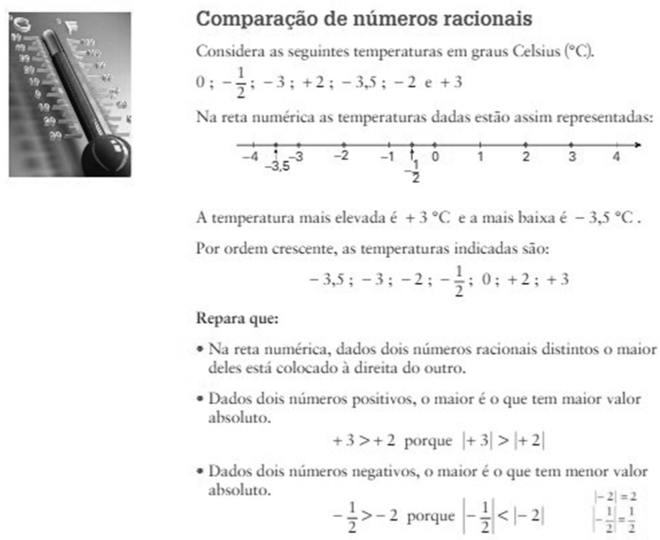
## SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES

Um dos aspetos que dificulta a aprendizagem das frações está associado aos seus diferentes significados: relação parte-todo, medida, quociente, operador e razão (por exemplo, Kieren, 1988). A investigação realizada tem focado diferentes aspetos relativos a cada um destes significados e é unânime em recomendar que se trabalhem todos os sentidos das frações. Identifica-se igualmente uma forte indicação de realçar a relação parte-todo, inerente aos números fracionários, em que o 'todo' é visto como uma unidade fracionada (Freudenthal, 2002).

Nos manuais de 2.º ano são introduzidos os significados de parte-todo, operador e medida. Tal como recomenda a investigação, predominam as tarefas com contextos em que se foca a relação parte-todo, trabalhando contextos associados a frações menores ou iguais à unidade e em que 'o todo' (discreto ou contínuo) é dado e definido. O significado de operador é globalmente introduzido em tarefas em que se pede para determinar "$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ de …". As situações de medida, em número mais reduzido, incluem contextos associados à comparação do comprimento de objetos.

No manual *Máximo 6* introduz-se o significado de razão, em que assenta o conceito de proporção. Note-se, no entanto, que este significado é rapidamente abandonado para resolver situações de proporcionalidade que são, sobretudo, associadas ao uso da propriedade fundamental das proporções e da regra de três simples.

Nos manuais de 6.º ano e de 7.º ano não são focados outros significados das frações que passam a ser exclusivamente 'olhadas' como uma representação de um número racional. A perspetiva global adotada é a de, quanto muito, exemplificar com um contexto, como por exemplo a medição de temperatura com um termómetro, que permita explicar o funcionamento de uma regra que a seguir se pratica (ver figura 3).


**Comparação de números racionais**

Considera as seguintes temperaturas em graus Celsius (°C).

$0\,;\ -\frac{1}{2}\,;\ -3\,;\ +2\,;\ -3{,}5\,;\ -2\ \text{e}\ +3$

Na reta numérica as temperaturas dadas estão assim representadas:



A temperatura mais elevada é $+3$ °C e a mais baixa é $-3{,}5$ °C.

Por ordem crescente, as temperaturas indicadas são:

$$-3{,}5\,;\ -3\,;\ -2\,;\ -\frac{1}{2}\,;\ 0\,;\ +2\,;\ +3$$

**Repara que:**

- Na reta numérica, dados dois números racionais distintos o maior deles está colocado à direita do outro.
- Dados dois números positivos, o maior é o que tem maior valor absoluto.

$$+3 > +2 \ \text{porque}\ |+3| > |+2|$$

- Dados dois números negativos, o maior é o que tem menor valor absoluto.

$$-\frac{1}{2} > -2 \ \text{porque}\ \left|-\frac{1}{2}\right| < |-2| \qquad |-2| = 2 \quad \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

**Figura 3.** Comparação de números racionais – manual *Matemática 7* (p. 12)

Embora não tenhamos focado a análise em todos os anos de escolaridade, podemos identificar uma tendência geral que, em parte, traduz o que a investigação recomenda: valorizar a relação parte-todo e introduzir os diferentes significados de fração. No entanto, o valor do significado das frações parece ser quase exclusivamente necessário para a introdução de conceitos sendo praticamente abandonado nos 6.º e 7.º anos. Nestes manuais os significados são considerados tópicos ‘de revisão’ ou indicados para o professor referir na aula. Também não se identificaram situações que fazem apelo à construção da relação parte-todo com ‘todos’ não estruturados e/ou infinitos ou relação parte-parte (Freudenthal, 2002), aspetos que poderiam, por exemplo, ser trabalhados no 6.º ano, a propósito de contextos usados para introduzir situações de razão (por exemplo, partindo da composição nutricional de embalagens de produtos alimentares).

## O TODO IMPORTA

Vários investigadores realçam que uma ideia que está constantemente presente ao comparar e operar com frações é a de que estas representam relações em que o ‘todo importa’ (por exemplo, Lamon, 2007). Esta é uma ideia muito relevante para adicionar e subtrair frações, mas que habitualmente só é referida na introdução destas operações com frações. É o caso dos manuais analisados em que não se identificou nenhuma situação do tipo da usada por (Silva, 2012) na investigação que realizou com os seus alunos de 5.º ano: era pedido aos alunos que analisassem um diálogo em que duas crianças conversam e em que uma refere ter comido metade de um chocolate que tinha recebido e a outra ter comido um quarto de um chocolate que também lhe tinham oferecido (ver figura 4).

**A discussão do João e da Maria**

**Ontem o João esteve em casa da Maria, para fazerem um trabalho de investigação em grupo. Como é costume, o avô da Maria, sempre que a visita, leva-lhe um docinho! E durante uma pausa no trabalho que estavam a fazer, a Maria e o João foram apanhados de surpresa… o avô tinha trazido chocolates!!**

**No dia seguinte, já na escola o João e a Maria comentavam um com o outro:**

- **O meu avô deu-me um quarto de um chocolate! – dizia a Maria.**
- **E a mim deu-me metade de um chocolate! – dizia o João.**

**Na tua opinião, quem terá comido mais? E quem terá comido menos?**

**Explica o teu raciocínio.**

**Figura 4.** Tarefa “A discussão do João e da Maria” (Silva, 2012, p.157)

## RELAÇÃO ENTRE AS VÁRIAS REPRESENTAÇÕES DE NÚMEROS RACIONAIS

Compreender e saber usar as relações entre as várias representações de números racionais é um aspeto igualmente realçado pela investigação (por exemplo, Galen, Feijs, Figueiredo, Gravemeijer, Herpen & Keijzer, 2008).

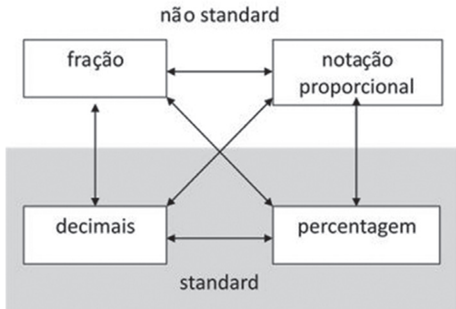
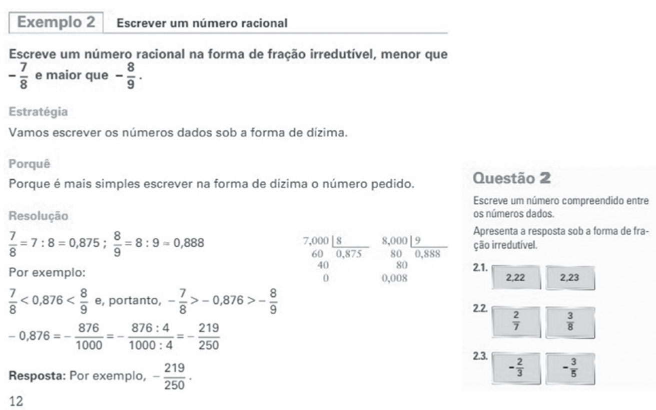



**Figura 5.** Relação entre as representações de números racionais (Galen et al., 2008, p. 32)

Globalmente, nos manuais analisados, as situações de comparação são maioritariamente exploradas visando o uso de regras (relativas às frações com o mesmo numerador, às frações com o mesmo denominador, obter frações com o mesmo denominador, …) ou mecanizando a passagem da fração para a representação decimal.

Por exemplo, quando se introduz a razão no *Matemática 7*, não se estabelece qualquer relação com as percentagens nem com as frações. Passa-se a falar apenas de razão e a representá-la na forma de razão (a:b ou $\frac{a}{b}$ ) ou a associar-lhe a sua representação decimal. Deste modo, não se identificam situações que podem ser significativas para relacionar a razão com a percentagem como seja pensar que 3 pessoas em 5 é o mesmo que 30 em 50, que 60 em 100 e que 60% (da razão para a percentagem). Neste manual, a relação entre representações é usada sem ter em atenção o significado do número racional que se está a analisar. É o que acontece no exemplo 2 da página 12 (ver figura 6), que pede para representar na forma de fração irredutível um número menor que $-\frac{7}{8}$ e maior que $-\frac{8}{9}$ e em que se indica como estratégia de resolução passar para a representação em dízima por ser “mais simples”.



Exemplo 2 **Escrever um número racional**

**Escreve um número racional na forma de fração irredutível, menor que $-\frac{7}{8}$ e maior que $-\frac{8}{9}$.**

Estratégia

Vamos escrever os números dados sob a forma de dízima.

Porquê

Porque é mais simples escrever na forma de dízima o número pedido.

Resolução

$\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0{,}875$ ; $\frac{8}{9} = 8 : 9 \approx 0{,}888$

Por exemplo:

$\frac{7}{8} < 0{,}876 < \frac{8}{9}$ e, portanto, $-\frac{7}{8} > -0{,}876 > -\frac{8}{9}$

$-0{,}876 = -\frac{876}{1000} = -\frac{876:4}{1000:4} = -\frac{219}{250}$

**Resposta:** Por exemplo, $-\frac{219}{250}$.

12

Questão 2

Escreve um número compreendido entre os números dados.

Apresenta a resposta sob a forma de fração irredutível.

2.1. 2,22 2,23

2.2. $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{8}$

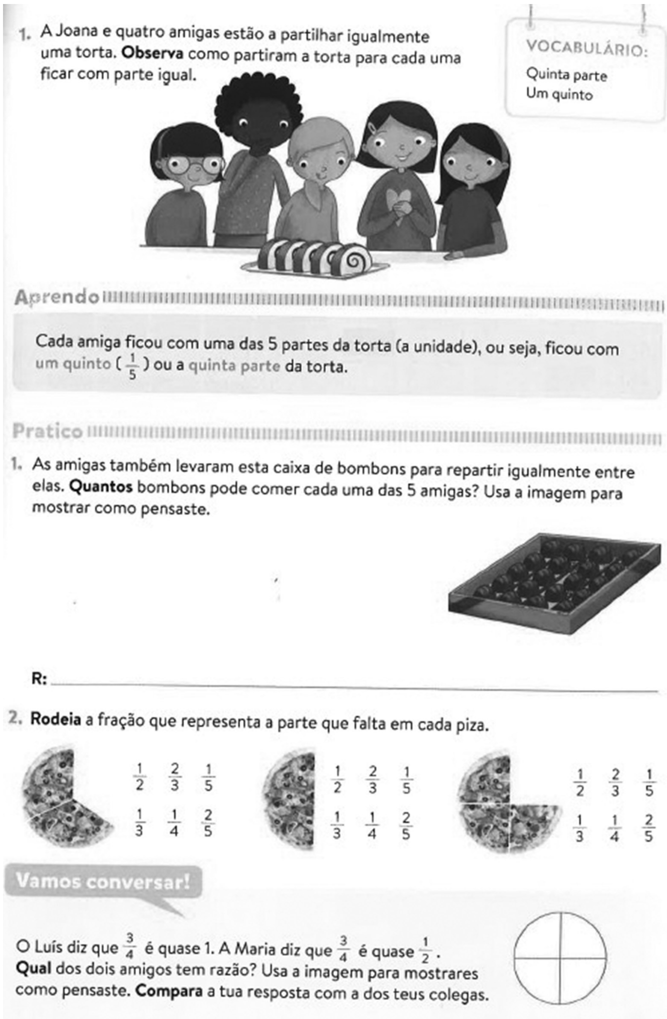
2.3. $-\frac{2}{3}$ $-\frac{3}{5}$

**Figura 6.** Escrever um número racional na forma de fração irredutível (*Matemática 7,* p. 12)

## OUTRAS RECOMENDAÇÕES DA INVESTIGAÇÃO

Outras recomendações relevantes da investigação dizem respeito, por exemplo, à exploração de diferentes tipos de tarefas, à promoção da compreensão em oposição à prática de regras a que não se atribui sentido e à valorização do cálculo mental.

Nos manuais analisados predominam as tarefas fechadas (exercícios e problemas), cuja resolução é orientada a partir de um exemplo resolvido. De um modo geral, em cada página identifica-se um conceito e uma ´técnica' que é aplicada nas tarefas propostas nessa página e, nalguns casos, nas seguintes (como ilustram os exemplos das figuras 7, 8 e 9).



1. A Joana e quatro amigas estão a partilhar igualmente uma torta. **Observa** como partiram a torta para cada uma ficar com parte igual.

VOCABULÁRIO:
Quinta parte
Um quinto

**Aprendo**

Cada amiga ficou com uma das 5 partes da torta (a unidade), ou seja, ficou com um quinto ($\frac{1}{5}$) ou a quinta parte da torta.

**Pratico**

1. As amigas também levaram esta caixa de bombons para repartir igualmente entre elas. **Quantos** bombons pode comer cada uma das 5 amigas? Usa a imagem para mostrar como pensaste.

R: ______

2. **Rodeia** a fração que representa a parte que falta em cada piza.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$

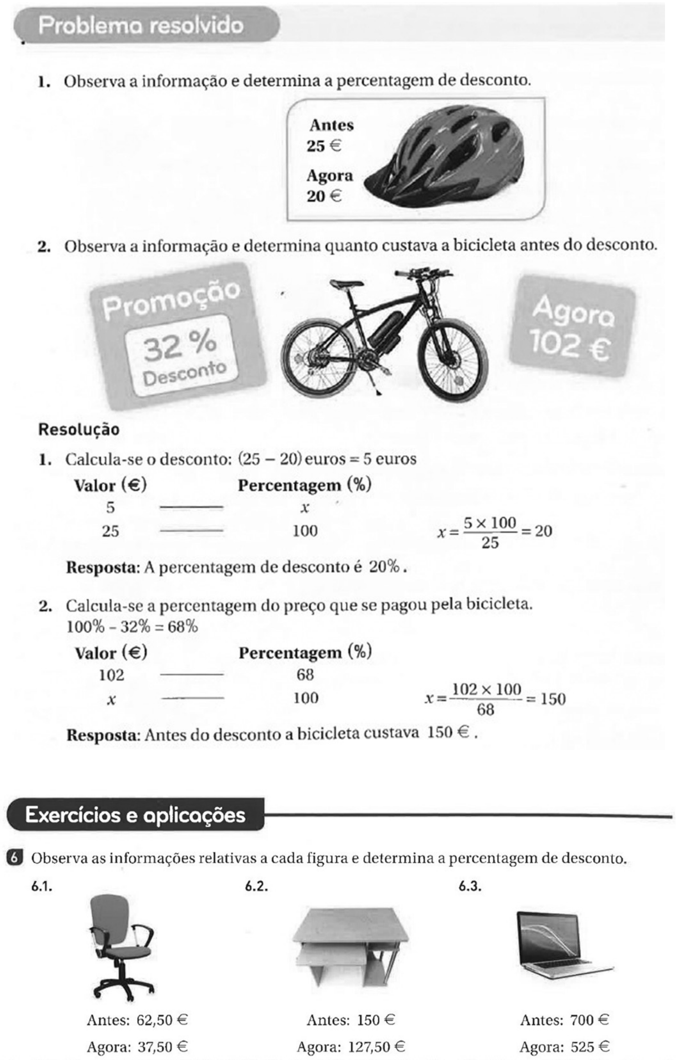
$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$

**Vamos conversar!**

O Luís diz que $\frac{3}{4}$ é quase 1. A Maria diz que $\frac{3}{4}$ é quase $\frac{1}{2}$. **Qual** dos dois amigos tem razão? Usa a imagem para mostrares como pensaste. **Compara** a tua resposta com a dos teus colegas.

**Figura 7.** Exemplos de tarefas – manual *PLIM!* (p. 89)



**Problema resolvido**

1. Observa a informação e determina a percentagem de desconto.

**Antes** **25 €**
**Agora** **20 €**

2. Observa a informação e determina quanto custava a bicicleta antes do desconto.

Promoção 32 % Desconto
Agora 102 €

**Resolução**

1. Calcula-se o desconto: $(25 - 20)$ euros $= 5$ euros

| **Valor (€)** | | **Percentagem (%)** |
|---|---|---|
| 5 | ——— | $x$ |
| 25 | ——— | 100 |

$$x = \frac{5 \times 100}{25} = 20$$

**Resposta:** A percentagem de desconto é 20%.

2. Calcula-se a percentagem do preço que se pagou pela bicicleta.
$100\% - 32\% = 68\%$

| **Valor (€)** | | **Percentagem (%)** |
|---|---|---|
| 102 | ——— | 68 |
| $x$ | ——— | 100 |

$$x = \frac{102 \times 100}{68} = 150$$

**Resposta:** Antes do desconto a bicicleta custava 150 €.

**Exercícios e aplicações**

6 Observa as informações relativas a cada figura e determina a percentagem de desconto.

6.1. Antes: 62,50 € Agora: 37,50 €

6.2. Antes: 150 € Agora: 127,50 €

6.3. Antes: 700 € Agora: 525 €

**Figura 8.** Exemplos de tarefas – manual *Máximo 6,* (pp. 122-123)

Uma outra recomendação da investigação diz respeito à importância de dar significado ao que se faz, não centrando a experiência de aprendizagem na aplicação de regras. As propostas dos manuais analisados, de 6.º e de 7.º anos, relativas aos números racionais não seguem, de um modo geral, esta orientação. As regras são enunciadas e depois são aplicadas, sem que se dê significado ao que se faz nem se veicule a flexibilidade no uso de procedimentos que facilitem o cálculo. De um modo geral as propriedades das operações são aplicadas para calcular o valor de uma expressão numérica, seguindo procedimentos formais (ver figuras 10, 11 e 12).

**Regra de três simples**

Como determinar quantas partes de anilina vermelha, $x$, temos de usar se tivermos 8 partes de anilina amarela e quisermos manter o mesmo tom de cor de laranja?

| Número de partes de anilina vermelha | Número de partes de anilina amarela |
|---|---|
| 3 | 2 |
| $x$ | 8 |

Sabemos que o número de partes de anilina vermelha e o número de partes de anilina amarela necessárias para fazerem o mesmo tom de cor de laranja são grandezas diretamente proporcionais, sendo $\frac{3}{2}$ a constante de proporcionalidade.

O valor de $x$ pode ser calculado:

**1. Através de uma proporção**

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{8} \quad \text{logo} \quad \frac{3}{2} \overset{\times 4}{=} \frac{12}{8}$$

**2. Através da propriedade fundamental das proporções**

$$3 \times 8 = 2 \times x \quad \text{logo} \quad x = 12$$

**3. Usando a regra de três simples**

3 ——— 2

$x$ ——— 8

$$x = \frac{3 \times 8}{2} \quad \text{ou seja} \quad x = 12$$

**4. Utilizando a constante de proporcionalidade**

$$x = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

Assim, são necessárias 12 partes de anilina vermelha para 8 partes de anilina amarela.

***EXEMPLO***

**A Mafalda vai fazer sumo de laranja misturando concentrado de sumo com água.**
**Na embalagem está escrita a seguinte informação:**
**"A cada 2 copos de concentrado de sumo devem juntar-se 6 copos de água".**

Qual é o número de copos de água a acrescentar a 5 copos de concentrado de sumo?

**Resolução**

Cálculo do número de copos de água para 5 copos de concentrado de sumo, utilizando a regra de três simples:

2 ——— 6

5 ——— $x$

$$x = \frac{5 \times 6}{2} \quad \text{ou seja} \quad x = 15$$

**Figura 9.** Exemplos – manual *MSI 6* – 2.ª parte - (p. 20)

**Representação de números fracionários na reta numérica**

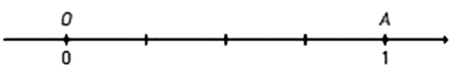
**Exemplos**

- Marcar na reta numérica o ponto $B$ de abcissa $\frac{3}{4}$.

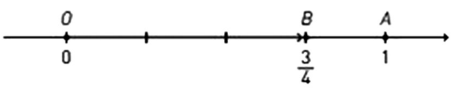
O número $\frac{3}{4}$ permite estabelecer uma relação com a unidade.

A unidade é dividida em quatro partes iguais e $\frac{3}{4}$ representa três dessas quatro partes.

Na reta numérica seja $A$ o ponto de abcissa 1. Começa-se por dividir o segmento de reta $[OA]$ em quatro partes iguais.




A partir da origem, no sentido positivo, consideram-se três dessas partes obtendo-se o ponto $B$ que tem de abcissa $\frac{3}{4}$.




Representa-se por $B \longrightarrow \frac{3}{4}$

**Figura 10.** Representação de números fracionários na reta numérica – manual Novo Espaço 7 (p. 22)

# 3. Multiplicação e divisão em $\mathbb{Q}$ – propriedades

## 3.1. Multiplicação em $\mathbb{Q}$

**Recorda**

- Sendo $a$, $b$, $c$ e $d$ números naturais tem-se:
  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.
- Sendo $q$ um número racional não negativo tem-se:
  $0 \times q = q \times 0 = 0$

**Exemplos**

- $5 \times \frac{7}{4} = \frac{5 \times 7}{4} = \frac{35}{4}$
- $\frac{6}{5} \times 3 = \frac{6 \times 3}{5} = \frac{18}{5}$
- $\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$
- $\frac{8}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8 \times 2}{5 \times 3} = \frac{16}{15}$

**Produto de um número natural por um número racional**

O produto de um número natural $n$ por um número racional $q$ é a soma de $n$ parcelas iguais a $q$.

Assim, tem-se: $\underbrace{q + q + \ldots + q}_{n \text{ parcelas}} = n \times q$ (ou $q \times n$)

**Figura 11.** Multiplicação e divisão em Q – manual *Novo Espaço 7* (p. 35)

**Quociente entre um número racional e um número natural**

Define-se quociente entre um número racional $q$ e um número natural $n$, ou seja, $q : n$ ou $\frac{q}{n}$, como sendo um número racional cujo produto por $n$ é igual a $q$, ou seja, $\frac{q}{n} \times n = q$.

Prova-se que $\frac{(-q)}{n} = -\frac{q}{n}$, com $q \in \mathbb{Q}$ e $n \in \mathbb{N}$.

**Exercício**

Mostrar que $\frac{(-5)}{3} = -\frac{5}{3}$.

**Resolução:**

Sabe-se que $\frac{(-5)}{3}$ é o número racional cujo produto por 3 é igual a $(-5)$.

O produto de $\left(-\frac{5}{3}\right)$ por 3 é dado por $\left(-\frac{5}{3}\right) \times 3$.

Como $\left(-\frac{5}{3}\right) \times 3 = -\left(\frac{5}{3} \times 3\right) = -5$, conclui-se que $-\frac{5}{3}$ representa o mesmo número racional que $\frac{(-5)}{3}$.

Logo, $\frac{(-5)}{3} = -\frac{5}{3}$ como se pretendia mostrar.

**Figura 12.** Quociente entre um número racional e um número natural – manual Novo Espaço 7 (p. 36)

De facto, é raro, ou mesmo inexistente, o uso das propriedades das operações para facilitar o cálculo mental.

Esta perspetiva muito centrada no uso de regras, reflete-se, igualmente na valorização do cálculo escrito em claro detrimento do cálculo mental. Nos manuais de 6.º e 7.º anos analisados, calcular o valor de uma expressão numérica é quase sinónimo de cálculo escrito. Não se integra o trabalho com números de referência, a procura de representações dos números que facilitem o cálculo nem o uso flexível de relações numéricas que decorrem de propriedades estudadas.

No manual *Matemática 7* o cálculo mental é referido para calcular, por exemplo, $(-5)^2$ (ver figura 13), mas quando se pede para calcular $(-1)^2 + (-1)^3 - 1$ (ver figura 14) já não se dá a indicação de usar o cálculo mental.

**1. Cálculo mental**

Calcula mentalmente.

**1.1.** $3^2$ **1.2.** $(-5)^2$

**Figura 13.** Exemplos de tarefas – manual Matemática 7 (p. 41)

**3.4.** $(-1)^2 + (-1)^3 - 1$

**Figura 14.** Exemplos de tarefas – manual *Matemática 7* (p. 39)

## O PAPEL DO MANUAL DO ALUNO

Refletindo uma perspetiva curricular tendencialmente normativa, o manual escolar é muitas vezes encarado pelos professores, pelos pais e até mesmo pelos alunos como o guião a seguir nas aulas. Estas deverão ser uma engenhosa combinação de explicação dos exemplos usados no manual com a correção de todas as tarefas que ele indica, algumas deles remetidas para trabalho de casa. No entanto, um manual escolar, não pode ser o 'planificador' das aulas e da atividade dos alunos. Este é o papel do professor que, de acordo com os alunos e condições que tem, gere a aprendizagem decidindo sobre as tarefas a explorar (que podem ser muito diversas das incluídas no manual), o modo de o fazer e de sistematizar e articular o conhecimento.

Como vimos anteriormente os manuais escolares nem sempre refletem conclusões e recomendações da investigação em educação matemática. Em parte, isto poderá ter origem no facto de um manual do aluno dever ser um recurso para o seu estudo autónomo e não um guião para organizar a sua aprendizagem. Esta deve ser organizada proporcionando uma experiência matemática rica, que inclua a exploração de diversos tipo de tarefas e a oportunidade de trabalhar 'olhando' para os números e para as operações, dando-lhes sentido e manipulando-os de modo flexível, de acordo com as relações numéricas que se podem estabelecer e com as propriedades que se podem usar.

Uma das conclusões unânimes da investigação diz respeito à relevância do papel do professor para ajudar os seus alunos a progredir na aprendizagem. Importa ter bons materiais e, em particular, bons manuais escolares. Importa igualmente que o seu uso seja mediado pelo professor, integrando na planificação das suas aulas ideias relevantes da investigação com que teve contacto na sua formação inicial e/ou contínua e que aprofunda a partir da reflexão sobre a sua prática.

## Referências


Fosnot, C., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, The Net- terlands: Heinemann.

Freudenthal, H. (2002). *Didactical phenomenology of mathematical structures.* New York: Kluwer Academic Publishers.

Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., Herpen, E. & Keijzer, R. (2008). *Fractions, percentages, decimals and propor- tions: A learning-traching trajectory for grades 4, 5 and 6.* Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed.), S*econd handbook ok mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Greenwich, CT: Information Age Publishing

Silva, M. (2012). *Do número natural ao número racional: Um projeto de colaboração com uma professora do 3.º ano de escolaridade.* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Streefland, (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research.* Kluwer Academic Publishers.



**Joana Brocardo**

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal & UIDEF - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

**Catarina Delgado, Irene Segurado, Isabel Rocha, Manuela Pires**

(da redação da Educação e Matemática)