

A aprendizagem da Álgebra: resultados de estudos portugueses

JOÃO PEDRO DA PONTE

Nos últimos anos tem vindo a perceber-se que, para além dos aspetos gerais relativos à aprendizagem da Matemática, é necessário compreender os aspetos específicos relacionados com a aprendizagem em campos específicos como a Geometria, a Álgebra, a Estatística e as Probabilidades. Cada um destes campos envolve processos de trabalho e dificuldades próprias por parte dos alunos. Este artigo apresenta resultados de alguns estudos realizados em Portugal sobre Álgebra, procurando dar conta da diversidade dos trabalhos realizados e das suas implicações para o processo de ensino-aprendizagem.

A Álgebra é um campo da Matemática que se apoia em duas ideias fundamentais: a noção de variável como entidade abstrata que pode ser representada de várias formas (simbólicas e não simbólicas) e a noção de estrutura envolvendo relações, operações e suas propriedades. Uma ideia também fundamental, que se apoia nas anteriores, é a possibilidade de expressar afirmações gerais (“generalizações”) sobre as estruturas matemáticas com recurso à noção de variável.

SEQUÊNCIAS

Uma perspetiva que emergiu nos últimos anos é que o pensamento algébrico pode (e deve) desenvolver-se desde o início da escolaridade, mesmo sem o uso de uma linguagem simbólica. É o que em inglês se designa por “*early algebra*”. Neste campo, assume grande destaque o trabalho com sequências. As sequências são disposições de objetos, usualmente em número infinito, que seguem (ou não) um determinado padrão. Os objetos podem ser números (sequências numéricas), figuras geométricas, configurações pontuais ou quaisquer outras figuras (sequências pictóricas).

A propósito das sequências podem colocar-se numerosas questões, como encontrar o objeto seguinte, um objeto distante, uma lei geral de formação ou decidir se um certo objeto integra ou não a sequência. Ana Morais (2012) realizou uma experiência de ensino para estudar o modo de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 2.º ano, dando especial atenção às capacidades de representação e generalização. A experiência decorreu na sala de aula, com a participação de toda a turma com base em sete tarefas envolvendo sequências pictóricas repetitivas e crescentes. A maioria dos alunos mostrou

facilidade em continuar as sequências repetitivas. Conseguiram também estabelecer generalizações nas sequências crescentes (encontrando termos próximos, termos distantes e leis gerais de formação) utilizando diversas estratégias como a representação e contagem, a estratégia aditiva e até a estratégia mais sofisticada de decomposição dos termos (figura 1). De um modo geral, os alunos recorreram a representações informais por eles criadas e à linguagem natural, mas também usaram representações mais formais, coordenando as sequências dadas com a sequência dos números naturais.

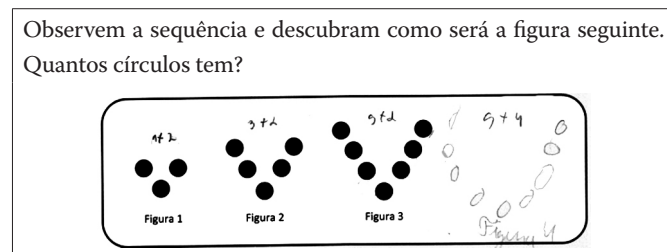


Figura 1. Sequências no 2.º ano de escolaridade - Representação da “sequência em v” feita pelo aluno Frederico (Morais, 2012)

Apesar de algumas dificuldades que, por vezes, os alunos manifestaram, os resultados indicam que a experiência de ensino contribuiu para o desenvolvimento do seu pensamento algébrico, dando sustentação à conjectura de ensino-aprendizagem segundo a qual os alunos desenvolvem as suas capacidades de representação e generalização realizando tarefas de cunho exploratório, interagindo em pequenos grupos e em coletivo e utilizando diferentes representações matemáticas.

Um importante tipo de sequências são as sequências pictóricas, que dão origem a padrões visuais. Num outro estudo realizado com duas turmas do 6.º ano, Ana Barbosa (2009), deu especial atenção ao modo como alunos resolvem problemas que envolvem a generalização de padrões nestas sequências. A comparação dos resultados pré-teste/pós-teste mostra que o trabalho com padrões visuais promoveu uma evolução significativa no desempenho dos alunos e na sua capacidade de generalização. Os alunos mostraram-se capazes de usar diversas estratégias de generalização visuais embora, por vezes, quando se pediam valores distantes, usassem estratégias aditivas e formulassem

generalizações aritméticas. A visualização foi especialmente útil para analisar a estrutura de um padrão como uma configuração de objetos relacionados entre si por uma dada propriedade.

O trabalho em contextos puramente numéricos conduziu a alguns erros, como a combinação de variáveis diferentes ou a utilização indevida da proporcionalidade direta mostrando a tendência dos alunos para usar processos sem compreender muito bem o seu significado. Como seria de esperar, as tarefas envolvendo padrões não-lineares mostraram-se bastante mais difíceis do que as que envolviam padrões lineares. O estudo mostrou ainda dificuldades por parte dos alunos no uso da linguagem para descrever leis de formação, apoiando-se frequentemente em casos particulares.

As sequências são objetos matemáticos de cunho eminentemente algébrico, uma vez que, no fundo, são funções de variável natural. Estes e outros estudos mostram que o trabalho com sequências tem grandes potencialidades para promover a capacidade de generalização dos alunos e também para os levar a trabalhar com diversas representações matemáticas, relacionando representações ativas (objetos, movimentos do corpo como “contar pelos dedos”), icônicas (figuras, diagramas) e simbólicas (em notação matemática e também em linguagem verbal).

ESTRUTURAS ALGÉBRICAS

Um outro campo importante do pensamento algébrico que é importante considerar no 1.º ciclo tem a ver com o raciocínio relacional, que envolve o trabalho com diferentes tipos de relações (como a igualdade e a desigualdade) e propriedades de relações e operações (como as propriedades comutativa, associativa e distributiva).

Os alunos mostram capacidade de realizar raciocínio relacional quando conseguem resolver tarefas recorrendo a estas propriedades e sem efetuar os cálculos indicados. Raquel Cerca (2014) estudou o desenvolvimento do pensamento relacional, através de relações de igualdade e desigualdade, em alunos do 3.º ano, seguindo uma abordagem de cunho exploratório. O estudo deu atenção não só aos processos de generalização, mas também aos processos de justificação, outra faceta importante do raciocínio matemático. A sua experiência de ensino deu especial atenção à interpretação do sinal de igual e dos símbolos de maior e menor, a partir de tarefas envolvendo expressões numéricas. Muito importantes foram também os momentos de discussão coletiva em que os alunos apresentavam e justificavam as suas ideias.

Os resultados mostram que os alunos melhoraram a sua compreensão das relações de igualdade e desigualdade. As estratégias dos alunos mostram muitos exemplos de raciocínio relacional, sem recorrer a cálculos para determinar a relação existente entre duas expressões (figura 2). No entanto, como se esperaria, os alunos mostraram alguma dificuldade em justificar as suas ideias a não ser recorrendo a exemplos concretos. As

generalizações que surgiram foram desenvolvidas, na maior parte dos casos, no momento de discussão coletiva e com alguma orientação da professora. A dinâmica de trabalho criada de sala de aula revelou ser muito importante para o desenvolvimento do raciocínio relacional.

Algumas das expressões apresentadas não são verdadeiras. Descobre quais são, sem recorrereres a cálculos.

c) $2500-601 = 2500-500-100-1v$
Porque $500+100+1$ é igual a 601 .

Figura 2. Pensamento relacional - Resolução da aluna Rafaela (Cerca, 2014)

A capacidade de generalização constitui, como vimos, um aspeto fundamental do pensamento algébrico. Num outro estudo, Célia Mestre (2014) procurou compreender como se desenvolve esta capacidade nos alunos do 4.º ano no decurso de uma experiência de ensino na sala de aula ao longo de um ano letivo. Esta experiência tinha por base uma perspectiva de pensamento algébrico que considera a generalização e a sua representação como aspetos centrais, valorizando os contextos que envolviam estruturas algébricas e sequências. O trabalho na sala de aula assumiu uma perspectiva de construção do conhecimento matemático baseada na interação e no diálogo e seguiu uma abordagem exploratória, com destaque para os momentos de discussão coletiva.

Os resultados mostram que a capacidade de generalização dos alunos evoluiu no sentido da mudança de atenção de casos particulares para casos gerais, com progressiva apropriação da representação simbólica e cada vez menor dependência do contexto específico da situação. Verificou-se ainda uma forte interdependência entre o trabalho com sequências e estruturas algébricas, tendo a exploração da variação de quantidades conduzido ao desenvolvimento da noção de variável e da relação de dependência entre variáveis.

Uma estrutura algébrica particularmente importante é a proporcionalidade direta, um tópico fundamental dos programas escolares. Ana Isabel Silvestre (2012) estudou o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos do 6.º ano, no quadro de uma unidade de ensino de natureza exploratória. Em vez de ensinar a “regra de três” para usar na resolução de problemas, explorou a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade direta e o uso de diversas representações, com destaque para as tabelas de razão (figura 3).

Este estudo mostra que os alunos melhoraram a sua capacidade de distinguir relações de proporcionalidade direta de outras que não o são, embora ainda mostrassem algumas dificuldades após a unidade de ensino, e apropriaram-se facilmente da representação em tabela de razão. Mostra também que,

inicialmente, os alunos usavam com frequência estratégias não proporcionais e pré-proporcionais na resolução de problemas de valor omissivo. Durante a unidade de ensino e no seu final os alunos revelam tendência para usar estratégias proporcionais, pelo que esta parece ter dado um contributo importante para o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos alunos.

Sr. Alto e Sr. Baixo
 Na figura podes ver o Sr. Baixo medido com cliques. O Sr. Baixo tem um amigo, o Sr. Alto.
 Quando medimos a altura dos dois amigos com fósforos, o Sr. Baixo mede quatro fósforos e o Sr. Alto mede seis fósforos.
 Quantos cliques são necessários para medir o Sr. Alto?

Baixo	4	→ x1,5	6
Alto	6	→ x1,5	9
	fósforos		cliques

R: São necessários para medir o Sr. Alto 9 cliques.

Figura 3. Problema do Sr. Alto e Sr. Baixo (proporcionalidade) - Resposta da aluna Célia, no teste final (Silvestre, 2012)

Estes estudos mostram que os alunos têm capacidade de desenvolver o seu raciocínio relacional, incluindo o raciocínio proporcional, estabelecendo relações e usando as suas propriedades para realizar generalizações e justificações. Esse desenvolvimento está ligado não só à escolha cuidadosa de tarefas tendo em vista os conceitos visados e ao uso de representações apropriadas, mas também aos modos de trabalho de sala de aula, onde se destaca uma perspectiva exploratória que dá aos alunos a responsabilidade de formular e usar estratégias de resolução das tarefas e onde se cria um ambiente dinâmico de participação, marcado pelo trabalho colaborativo entre alunos e pelas discussões coletivas com toda a turma.

EXPRESSÕES, EQUAÇÕES, INEQUAÇÕES E FUNÇÕES

O estudo da Álgebra entra numa nova etapa no 3.º ciclo. O trabalho feito nos ciclos anteriores (em especial se foi realizado na perspetiva acima descrita) pode ter levado à introdução de símbolos, mas agora passa-se a fazer operações com símbolos e a considerar as suas propriedades. Deste modo, o uso da linguagem simbólica assume agora uma muito maior complexidade, colocando sérias dificuldades aos alunos.

Vários estudos realizados neste ciclo deram especial atenção ao desenvolvimento do pensamento algébrico, com particular atenção ao domínio da linguagem simbólica com compreensão. Estes estudos consideraram tópicos algébricos como expressões, equações, inequações e funções. Uma investigação realizada por Neusa Branco (2008) procurou compreender de que modo

uma unidade de ensino para o 7.º ano baseada no estudo de padrões e regularidades pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico e, em particular, para a compreensão das variáveis e equações.

Os resultados mostram que os alunos desenvolveram o seu pensamento algébrico, nomeadamente a capacidade de generalizar e de usar a linguagem algébrica para expressar generalizações (figura 4). No entanto, a evolução que evidenciam não é igualmente significativa em todos os temas abordados. Por exemplo, na resolução de problemas, os alunos usaram sobretudo estratégias aritméticas e manifestaram alguma dificuldade em representá-los usando a linguagem algébrica. Revelam evolução na compreensão desta linguagem relativa aos diferentes significados dos símbolos em diversos contextos e ao significado e manipulação de expressões, mas mostraram fragilidades na sua compreensão, o que levou a autora a sublinhar a necessidade de um longo caminho com vista ao pleno desenvolvimento do pensamento algébrico.

1. Considerem as seguintes figuras:

Figura n.º1 Figura n.º2

Professora – De onde vem aquele dois?
Beatriz – Vem dos dois quadrados de dentro.
 (...)
Professora – Tenho tantos grupos de dois quantos o número da figura. Agora vamos explicar o três.
Susana – O três são os três quadrados das filas.
Professora – Quantas vezes tenho estas filas de três?
Vários alunos – Quatro.
Professora – Na figura três repetem-se quatro. Na figura quatro vão repetir-se...
Vários alunos – Cinco.
Professora – Na figura cinco, repetem-se...
Vários alunos – Seis.
Professora – Portanto tenho três vezes N mais um.

Figura 4. Discussão da decomposição da figura de acordo com a expressão $2N + 3(N + 1)$ (Branco, 2008)

Outro conceito fundamental nesta etapa do estudo da Álgebra é o conceito de função. Ana Matos (2007) realizou uma unidade de ensino para estudar o modo como a resolução de tarefas com carácter exploratório e investigativo, envolvendo este conceito, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 8.º ano.

Os resultados sugerem que a ênfase na exploração de relações funcionais proporcionou o desenvolvimento de significado da linguagem algébrica e das suas possibilidades de utilização por parte dos alunos. Mostram também que os alunos alargaram o leque de estratégias de que dispunham para explorar situações

que envolvem variáveis, raciocinando de modo cada vez mais geral e expressando as suas generalizações numa linguagem mais formal. Observa-se uma evolução do pensamento algébrico dos alunos, embora, tal como no estudo anterior, tenham subsistido dificuldades, mostrando que a compreensão da linguagem algébrica é um processo que precisa de ser trabalhado ao longo de um período alargado de tempo.

No estudo dos números reais e inequações dá-se especial atenção às propriedades das operações. Ao contrário das equações do 1.º e 2.º grau, que têm no máximo duas soluções, as inequações podem admitir como solução conjuntos infinitos. Joana Mata Pereira (2012), no quadro de uma unidade de ensino realizada na sala de aula, estudou os processos de raciocínio de alunos do 9.º ano em tarefas algébricas envolvendo estes conceitos. Procurou compreender como estes processos se relacionam com as representações usadas e com a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos.

Os alunos mostraram facilidade na formulação de generalizações, na sua maioria resultantes de abordagens indutivas, partindo de um ou mais casos particulares. Alguns alunos formularam mesmo generalizações de cunho dedutivo com base em propriedades algébricas. As justificações não surgiam espontaneamente, mas os alunos faziam-nas decorrendo do questionamento. Estas justificações baseavam-se em conhecimentos anteriores, propriedades ou conceitos matemáticos ou em contraexemplos que refutam uma afirmação. A atribuição de significado mostrou ser muito importante quando se registavam dificuldades nas conexões entre os conceitos e propriedades necessários à realização da tarefa.

Outros tópicos importantes do 3.º ciclo são os sistemas de equações, a proporcionalidade inversa e a resolução de equações do 2.º grau. Num estudo realizado igualmente no 9.º ano, Sandra Nobre (2016) analisou o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos no quadro de uma experiência de ensino privilegiando a resolução de problemas, alguns dos quais para resolver com a folha de cálculo. O estudo centrou-se no uso de diversas representações na aprendizagem de métodos formais algébricos, considerando a sua evolução e coordenação na resolução das tarefas propostas (figura 5). Ao mesmo tempo, procurou compreender o papel da folha de cálculo na aprendizagem dos métodos formais algébricos, designadamente quando usada em articulação com o papel e lápis.

A sequência de tarefas e a sua articulação, ora conjugando ora alternando entre o uso do papel e lápis e da folha de cálculo, levaram os alunos a evoluir nas representações utilizadas bem como na sua transformação. Os resultados sugerem que a resolução de problemas promoveu nos alunos um pensamento mais abstrato e uma perspetiva algébrica das resoluções que os conduziu ao uso da linguagem algébrica. A resolução de exercícios ajudou a promover a destreza na manipulação simbólica e a fluência na utilização dos métodos formais.

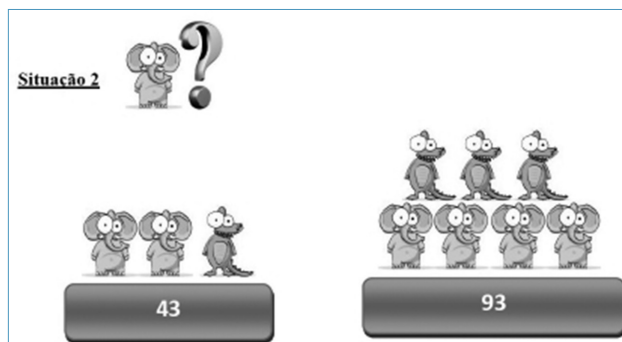


Figura 5. Tarefa de introdução aos sistemas de equações (Nobre, 2016)

No seu conjunto, estes estudos mostram que é possível promover nos alunos o domínio da linguagem algébrica, com reflexos positivos na aprendizagem de conceitos e procedimentos, através de atividades significativas, seja o uso de tarefas envolvendo sequências, seja através de propostas desafiantes como explorações e problemas, seja ainda recorrendo ao uso de novas tecnologias. No entanto, os estudos também mostram a necessidade de um trabalho de longo prazo para que o domínio aprofundado da linguagem algébrica se desenvolva em toda a sua dimensão.

FUNÇÕES NO ENSINO SECUNDÁRIO

O estudo das funções é um tema de natureza algébrica que assume um lugar proeminente nos programas do ensino secundário e que tem sido considerado em diversas investigações. Assim, Carlos Silva (2009) estudou o contributo da resolução de tarefas de natureza exploratória e investigativa, envolvendo o uso da calculadora gráfica, na aprendizagem das funções quadráticas de uma turma de alunos do 10.º ano. Os resultados mostram que, no fim do estudo, os alunos eram capazes de identificar as propriedades das funções afim e quadrática nas representações gráfica e algébrica.

No entanto, os alunos revelaram diversas dificuldades na compreensão do conceito de função em diferentes representações que não foram superadas com o trabalho realizado. Apesar do uso da calculadora gráfica, alguns alunos utilizaram principalmente processos algébricos na resolução de problemas, recorrendo apenas a processos gráficos quando a tarefa o promovia diretamente. Os resultados sugerem que a realização das tarefas propostas contribuiu para a aprendizagem dos alunos, mas também mostram que as suas dificuldades conceptuais e uso limitado de representações não são facilmente ultrapassados numa só unidade de ensino, requerendo um trabalho continuado.

O papel das situações contextualizadas em situações da realidade merece também atenção nesta etapa do estudo da Álgebra. Arminda Azevedo (2009) procurou compreender os processos de raciocínio e dificuldades dos alunos do 10.º ano na resolução de problemas e em tarefas de exploração e investigação

de natureza contextualizada, com recurso à calculadora gráfica, numa unidade de ensino sobre funções. Os tópicos tratados foram generalidades sobre funções, função quadrática, função módulo e funções polinomiais com grau superior ao 2.º.

O uso da calculadora gráfica permitiu o confronto das várias formas de representar funções, contribuindo para a sua compreensão e das suas propriedades. Os resultados indicam que a realização das tarefas propostas, com recurso à calculadora gráfica, desenvolveu o raciocínio matemático dos alunos. A resolução de problemas contextualizados contribuiu para uma aprendizagem com significado das funções e as tarefas de exploração e investigação desenvolveram a capacidade de identificar regularidades e formular, testar e justificar conjecturas. Os relatórios escritos e as apresentações orais contribuíram para o desenvolvimento das capacidades de comunicar matematicamente e justificar processos. As discussões e reflexões sobre as tarefas permitiram clarificar o pensamento intuitivo dos alunos e alargaram o leque de estratégias por eles utilizadas. A calculadora gráfica constitui um instrumento de trabalho com grande potencial para o estudo das funções. Madalena Consciência (2013) procurou compreender como é que os alunos se apropriam deste instrumento ao longo do 10.º e 11.º ano e qual o papel que este desempenha na aprendizagem das funções.

Os resultados sugerem que o processo de apropriação das potencialidades da calculadora é demorado. No final do 11.º ano os alunos mostraram ainda alguma dificuldade em compreender e interpretar determinados aspetos do funcionamento da calculadora, em particular no que diz respeito à representação gráfica. O estabelecimento de conexões entre representações afigura-se essencial para evitar interpretações incorretas. O estudo mostra que o acesso rápido à representação gráfica facilitado pela calculadora promove o desenvolvimento de uma visão estrutural do conceito de função, incentiva a exploração de situações problemáticas e contribui para a flexibilidade nas estratégias de resolução de problemas.

Um tópico específico que mereceu também interesse da investigação é a noção de parâmetro, que conduz ao estudo de famílias de funções. Magda Pereira (2016) estudou o processo de construção dos significados e do raciocínio matemático dos alunos na aprendizagem desta noção em alunos do 11.º ano. Desenvolveu um método de ensino para mediar os significados matemáticos dos alunos desde contextos matemáticos concretos até contextos genéricos e estruturados, que usou para elaborar as tarefas de uma unidade de ensino.

Este método ajudou a atingir os objetivos pretendidos. Os alunos desenvolveram o significado de parâmetro como algo que pode ficar definido e que permite resolver os problemas matemáticos com a atribuição de um valor concreto. O trabalho realizado promoveu a sua compreensão da noção de letra enquanto incógnita, enquanto variável de uma função e enquanto

parâmetro, em tarefas envolvendo representações em registos gráficos, algébricos, esquemáticos e em linguagem natural.

CONCLUSÃO

Todos os trabalhos referidos foram realizados na sala de aula, na maior parte dos casos através de experiências de ensino em que o professor assumiu também o papel de investigador. Alguns centram-se em ideias especificamente algébricas, outros usam a Álgebra como contexto para o estudo de questões de natureza transversal como o raciocínio, o uso de representações, as estratégias de resolução de problemas e o uso de tecnologia. Em todos os casos, procurei destacar os resultados especificamente relacionados com conceitos e processos algébricos.

Os estudos indicados mostram que a noção de variável pode ser desenvolvida a partir dos primeiros anos de modo a preparar o seu uso intensivo numa etapa posterior. Nos diversos níveis de ensino, os alunos mostraram-se capazes de formular generalizações, desenvolvendo uma melhor compreensão dos conceitos algébricos, bem como a sua capacidade de raciocínio.

O uso e articulação de diversas representações assume um papel muito importante. Na fase da *early algebra*, é fundamental a articulação entre as representações visuais, numérica e em linguagem natural. Numa etapa mais avançada tem uma importância fundamental a articulação entre as representações algébrica e gráfica e a linguagem natural. A tecnologia (folha de cálculo, calculadora gráfica) pode ter um papel importante precisamente para facilitar este processo de articulação de diversas representações. O uso de situações contextualizadas mostra poder ajudar os alunos na construção de significados.

A escolha de tarefas constitui um elemento decisivo em todos os estudos apresentados. Tarefas de natureza desafiante, como problemas, investigações e explorações mostram-se fundamentais para levar o aluno a desenvolver uma atividade matemática produtiva e construir novos significados.

Na maioria dos estudos, o modo de trabalho na sala de aula seguiu uma abordagem exploratória, em que os alunos foram primeiro desafiados a trabalhar em tarefas e depois a apresentar as suas resoluções e discutir as resoluções dos seus colegas em momentos de discussão coletiva. Estes estudos apontam, sem exceção, que esta abordagem tem grandes potencialidades para promover a aprendizagem dos alunos, com compreensão, dos conceitos e processos algébricos, embora seja necessário um trabalho longo e continuado no decurso dos diversos ciclos de escolaridade.

Referências

- Azevedo, A. B. G. (2009). *O desenvolvimento do raciocínio matemático na aprendizagem das funções: Uma experiência com alunos do ensino secundário*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Barbosa, A. C. C. (2009). *A resolução de problemas que envolvem*

- a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico. Tese de doutoramento, Universidade do Minho.
- Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Cerca, M. R. (2014). *O desenvolvimento do raciocínio relacional através das relações de igualdade e desigualdade: Uma experiência de ensino no 3.º ano*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Consciência, M. M. C. (2013). *A calculadora gráfica na aprendizagem das funções no ensino secundário*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Mata-Pereira, J. (2012). *O raciocínio matemático em alunos do 9.º ano no estudo dos números reais e inequações*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Matos, A. S. (2007). *Explorando relações funcionais no 8.º ano: Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Mestre, C. M. M. V. (2014). *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Morais, A. (2012). *A exploração de sequências e regularidades como suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.
- Nobre, S. G. G. (2016). *O desenvolvimento do pensamento algébrico: uma experiência de ensino com alunos do 9.º ano*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Pereira, M. C. N. (2016). *Um método de ensino com tarefas para mediar significados em matemática*. Tese de doutoramento, Universidade da Beira Interior.
- Silvestre, A. I. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio proporcional: percursos de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Silva, C. A. A. (2009). *Funções quadráticas no 10.º ano, usando a calculadora gráfica*. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa.

JOÃO PEDRO DA PONTE
 INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA

PUBLICAÇÕES GTI

Ser professor hoje obriga a uma aprendizagem constante e a ter capacidade de investigar e refletir sobre a sua prática profissional. Deste modo, torna-se necessário criar dinâmicas, que promovam o desenvolvimento profissional dos professores, integradas na cultura de escola, visando a qualidade das aprendizagens. Este desafio está presente nas publicações O professor como investigador do Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) da APM.

Refletir e Investigar sobre a Prática profissional (GTI, 2002)

Nesta publicação encontramos uma coletânea de textos que testemunham experiências profissionais dos elementos do grupo enquanto investigam a sua prática profissional para melhor compreender as suas ações e as suas necessidades, e melhorá-las.

O Professor e o Desenvolvimento Curricular (GTI, 2005)

Inclui um conjunto de textos que relatam experiências, vividas pelos autores, centradas na gestão, concretização e desenvolvimento do currículo, contribuindo para uma melhor compreensão das questões curriculares.

O professor de Matemática e os projetos de escola (GTI, 2008)

Publicação cujo foco é o professor que investiga a sua prática no âmbito de projetos de escola. Os artigos reunidos mostram que é possível realizar projetos de escola e gerar dinâmicas que permitam o desenvolvimento profissional dos professores e da cultura de escola.

O professor e o programa de Matemática do ensino básico (GTI, 2010)

Contém o relato de experiências, realizadas por professores e formadores dos diferentes níveis de ensino (do 1.º ciclo do ensino básico ao ensino superior), que levam à reflexão de que forma estas podem contribuir em termos do conhecimento para a profissão, e que mais valias trazem para a vida das escolas, em particular para o grupo de professores de Matemática.

