Ser matemático na sala de aula

Fátima Mendes

> *A matemática não é uma disciplina contemplativa, mas sim criativa. Ninguém poderá retirar dela grande consolo quando tiver perdido o poder e o desejo de criar, e isto pode acontecer a um matemático bastante cedo.* (Hardy, 2007, p. 113)

A citação com que se inicia este artigo foi retirada da obra *Apologia de um matemático*, de G. H. Hardy, considerado, por muitos, como um dos mais brilhantes matemáticos do século XX. Embora este se esteja a referir aos matemáticos e à matemática pura, esta afirmação poderia, facilmente, referir-se aos alunos do ensino básico e à Matemática enquanto disciplina curricular. Efetivamente pode pensar-se na matemática escolar como uma disciplina a partir da qual deve surgir o desejo de criar e de mostrar aos outros o que se criou, e em que é possível experienciar o que significa fazer matemática tal como fazem os matemáticos profissionais. Não é fácil 'ser matemático' na sala de aula, mas é, certamente, uma experiência pela qual os alunos do ensino básico devem passar, desde muito cedo, sob pena de não retirarem 'grande consolo' da Matemática.

Mas como pensam e trabalham os matemáticos? Há atualmente vários artigos e livros muito interessantes e acessíveis, que nos dão a conhecer, de modo simples, o trabalho dos matemáticos e que nos permitem estabelecer algum paralelismo entre o seu trabalho e o trabalho dos alunos na sala de aula. Um exemplo é o livro *Cartas a uma jovem matemática*[1], de Ian Stewart (2006). Neste, o matemático, baseando-se em Jacques Hadamard, refere que a criação em Matemática parece estar associada a três etapas.

Uma primeira, em que se parte de um problema e se trabalha sobre ele: tenta-se compreendê-lo, exploram-se diferentes modos de o abordar, procuram-se diferentes exemplos para identificar características gerais que se revelem úteis na sua resolução. De acordo com Stewart (2006), esta fase, no caso dos matemáticos, "leva a que nos afundemos num pântano, um estado de confusão desesperada, à medida que a verdadeira dificuldade do problema emerge" (p. 52).

Uma segunda etapa corresponde a deixar de pensar no problema e ir fazer outra coisa, permitindo que o subconsciente pense sobre o problema original e esclareça a confusão resultante dos esforços conscientes. O subconsciente não irá resolver completamente o problema, mas poderá alertar para outros caminhos, provavelmente mais promissores para encontrar a solução. Como explicita Stewart "Este é o grande momento «aha», quando a pequena lâmpada por cima da tua cabeça se liga de repente" (p. 52).

Uma terceira etapa diz respeito à organização e à escrita formal de tudo o que foi pensado e feito, de modo a poder ser publicado e lido por outros matemáticos. Embora não seja referido explicitamente por Stewart, esta fase corresponde também a apresentar o seu trabalho a outros matemáticos profissionais, sujeitando-o a validação, ou não.

Contudo, tal como explicita o mesmo autor, hoje em dia a resolução de problemas matemáticos passa não apenas por um processo em três etapas, mas por uma rede complexa de processos. Cada matemático usa estes processos e etapas muitas vezes, de formas e níveis diferentes.

Na sala de aula, perante um problema desafiador, os alunos, tal como os matemáticos, envolvem-se na sua resolução. Tentam compreendê-lo e pensam numa estratégia de resolução. Frequentemente enveredam por caminhos difíceis, aparentemente sem saída. Nessa altura uma boa decisão é parar um pouco, olhar para o problema segundo uma outra perspetiva, tentar encontrar uma forma diferente de o abordar e explorar. Depois, é essencial construir um caminho que conduza à solução pretendida. Finalmente, é importante registar detalhadamente a resolução encontrada, de modo a ser compreendida e validada por outros. Estes, na sala de aula, não são matemáticos profissionais, mas são os colegas, aprendizes de matemáticos e o professor, que orienta todo o processo.

Procurando ilustrar a atividade matemática que pode ser desenvolvida pelos alunos na sala de aula e o seu paralelismo com a atividade dos matemáticos profissionais, apresento um exemplo das aulas que incluem um congresso matemático, na aceção de Fosnot e Dolk (2001), concretizando-o numa turma do 3.º ano de escolaridade. Nestas aulas os alunos têm oportunidade de fazer matemática, assumindo o papel de matemáticos durante o processo de resolução de problemas e de apresentação do trabalho realizado à comunidade matemática, sujeitando-se a um processo de validação. Tal como acontece nas comunidades de matemáticos, as suas ideias e resoluções são consideradas verdadeiras se os seus pares as considerarem verdadeiras.

1 Recomendado pelo Plano Nacional de Leitura, para leitura autónoma, aos alunos do 3.º ciclo.

CRIAR OPORTUNIDADES PARA FAZER MATEMÁTICA: PARTIR DE TAREFAS DESAFIANTES

Um ponto de partida determinante para o trabalho na sala de aula são as tarefas que se propõem aos alunos. Tal como é referido pelo NCTM (2017) uma das oito práticas do professor que enquadram o ensino e a aprendizagem da matemática é "propor tarefas que promovam o raciocínio e a resolução de problemas" (p. 10), de modo a envolver os alunos em tarefas desafiantes que apoiem uma aprendizagem com sentido (idem).

Tendo a preocupação de propor aos alunos tarefas desafiantes, no contexto da aprendizagem das operações multiplicação e divisão, Isabel, a professora da turma do 3.º ano propõe a realização do seguinte problema (Mendes, 2012):

MINIATURAS DE ANIMAIS

Para a visita ao Jardim Zoológico, organizada pelo ATL, os alunos foram divididos por grupos, tendo cada grupo um monitor responsável.

O grupo do Guilherme ficou com oito alunos e o do Francisco com sete alunos.

À porta do Jardim Zoológico cada monitor recebeu um saco com miniaturas de animais para distribuir pelos alunos do seu grupo.

O saco do grupo do Guilherme tinha 256 miniaturas e o do grupo do Francisco tinha 224.

No intervalo para o lanche cada monitor distribuiu, igualmente, as miniaturas do seu saco pelos alunos do respetivo grupo.

- **Achas que é justa esta partilha das miniaturas de animais?**
- **Afinal com quantas miniaturas de animais ficam os alunos do grupo do Guilherme e os alunos do grupo do Francisco?**

Figura 1. Tarefa – *Miniaturas* de animais (Mendes, 2012)

Os alunos leem o problema, mostrando compreender a situação proposta. Antes de passarem à sua resolução são desafiados, por Isabel, a pensar na questão final: "Achas que é justa esta partilha das *miniaturas* de animais?". Imediatamente os alunos se interessam por tentar dar resposta à questão e, na sua maioria, respondem que a partilha não é justa "pois os sacos não têm o mesmo número de *miniaturas*". Alguns, poucos, referem que a partilha até pode ser justa "porque há mais miniaturas para o grupo que tem mais crianças". Perante estas afirmações divergentes, a curiosidade das crianças desperta e sentem-se desafiadas a procurar resoluções que lhes permitam validar, ou não, as conjeturas construídas.

Isabel propõe a realização de um congresso matemático (na aceção de Fosnot & Dolk, 2001) para que possam ser partilhadas as diferentes resoluções. Os alunos sabem que, para que este se realize, têm que resolver a tarefa proposta e construir um póster, que será afixado para que todos o possam observar. A tarefa *Miniaturas de animais* realizou-se já no 3.º período escolar e desde o início do ano que os alunos desta turma realizam congressos matemáticos, não precisando, nesta altura, de grandes explicações sobre o processo. Antes do primeiro congresso, no início do ano letivo, a professora explicou detalhadamente o que significava organizar um evento destes:

> **Isabel** – Depois de resolverem os desafios nas diferentes folhas vou entregar-vos uma folha branca grande e uma caneta mais grossa e vão ter de escolher a melhor forma, porque podem ter resolvido de várias maneiras, para apresentarem aos companheiros como resolveram cada uma das tarefas. Depois vamos expor todas as resoluções, devem ser 11 ou 12, porque estão aos pares. A seguir vão todos ter oportunidade para observar as resoluções de todos com muita atenção. Desta vez vêm três pares apresentar aos colegas o seu trabalho. Das próximas vezes escolherei outros pares para também apresentarem os seus trabalhos. Percebem que não há tempo nem necessidade de todos apresentarem sempre, senão a semana não chegava. Ainda há dúvidas?

Para que todo o processo que culmina com a realização de um congresso matemático seja o motor de aprendizagens efetivas em matemática é essencial a escolha da tarefa.

Para escolher a tarefa, o professor deve ter ideias claras sobre o que pretende que os alunos aprendam durante a sua resolução. Efetivamente "estabelecer metas matemáticas para enfatizar a aprendizagem" (NCTM, 2017, p. 10) é uma das práticas de ensino que ajudam a promover uma aprendizagem efetiva em matemática. No caso desta tarefa, Isabel tinha como finalidade que os alunos relacionassem a divisão com a multiplicação e resolvessem problemas de divisão recorrendo a estratégias multiplicativas.

Na escolha da tarefa pesam também as suas características, que devem desafiar o aluno, motivá-lo a resolvê-la e a perseverar na sua resolução. Além disso, esta deve permitir múltiplas abordagens e estratégias diversificadas de modo a promover o raciocínio e a resolução de problemas (NCTM, 2017).

Também os matemáticos profissionais se sentem desafiados a resolver problemas ou a provar conjeturas elaboradas por outros ou por si próprios. Muitas vezes o desafio e a motivação estão associados à sua intuição sobre a veracidade dessas conjeturas e, frequentemente, ao facto de ainda ninguém as ter conseguido provar. Foi o que aconteceu com a chamada Conjetura de Poincaré.

Poincaré, que viveu entre o final do século XIX e o início do Século XX, formulou a seguinte questão, que pode ser apresentada de forma simples, mas menos precisa do ponto de vista matemático[2]: será que "todos os corpos tridimensionais cujas fitas elásticas possam ser encolhidas num ponto podem ser transformados numa esfera?" (Szpiro, 2008, p. 158). O facto de Poincaré ter formulado uma pergunta, e não uma

2 Entre o rigor e a formalidade do ponto de vista matemático e a compreensão da conjetura pelos leitores não especialistas em topologia e geometria, optou-se por apresentar a conjetura de um modo simples mas compreensível aos leitores.

afirmação que carecia de uma prova, aguçou a curiosidade de muitos matemáticos. De facto, Poincaré deixou a questão sem resposta porque morreu pouco tempo depois. Aparentemente, a resposta do matemático à sua pergunta era afirmativa e, por isso, muitos envolveram-se na procura de contraexemplos. Quando não os encontraram, porque efetivamente eles não existiam, perseveraram durante cerca de 100 anos na procura de uma prova, que veio a ser construída por Perelman. É de referir que, embora tenha sido este matemático, já no século XXI, que demonstrou a conjetura de Poincaré, é consensualmente aceite que os trabalhos de Hamilton foram fundamentais para a construção dessa prova[3].

RESOLVER PROBLEMAS: A ESSÊNCIA DO TRABALHO DOS MATEMÁTICOS

Na turma do 3.º ano o problema é resolvido em pares. Esta opção de Isabel possibilita aos seus alunos uma oportunidade para "construir socialmente o conhecimento através do discurso, da atividade e da interação, no contexto de problemas com sentido" (NCTM, 2017, p. 9).

Se compararmos com o que fazem os matemáticos, temos a ideia de que estes, na procura de uma prova de uma determinada conjetura, ou na resolução de problemas desenvolvem um longo trabalho solitário, não partilhado. De facto, parece ter sido o que aconteceu com Perelman que, durante cerca de oito anos, se isolou na procura da prova da conjetura de Poincaré e que, apenas quando lhe pareceu que a tinha conseguido realizar, a resolveu partilhar (Szpiro, 2008).

Mas nem sempre é assim. Por vezes, durante a tentativa de resolução de um problema ou de demonstração de um teorema, os matemáticos sentem, também eles, a necessidade de partilhar com outros o que estão a fazer. Andrew Wiles, o matemático que em 1995 provou o Último Teorema de Fermat, embora durante muitos anos tenha trabalhado sozinho na sua demonstração, chegou a um ponto em que percebeu que era necessário partilhar com alguém o trabalho que vinha realizando para conseguir avançar (Aczel, 1997). Tal como refere Aczel (1997), Wiles "decidiu que, provavelmente, não conseguiria grandes progressos se mantivesse o actual secretismo" (p. 113) e contactou outro matemático, Nick Katz, familiarizado com a teoria dos números, para discutir alguns aspetos do seu trabalho. Este é um episódio muito interessante, descrito por Amir Aczel, em que é referido o estratagema forjado pelos dois para que ninguém suspeitasse do tema em que estavam a trabalhar – inventaram um curso lecionado por Wiles, em que desistiram todos os estudantes exceto Katz. Deste modo Wiles e Katz tinham um pretexto para trabalhar juntos sem qualquer desconfiança. Pouco tempo depois, Wiles sente, mais uma vez, necessidade de partilhar o seu trabalho com um outro colega "para tentar ganhar um pouco mais de clareza nas últimas dificuldades que lhe surgiam" (p. 114).

Ganhar clareza nas dificuldades e ajudar-se mutuamente são também propósitos do trabalho a pares na turma do 3.º ano. Os pares de alunos leem mais uma vez a tarefa *Miniaturas de animais* e decidem, de modo autónomo, a sua resolução. Isabel monitoriza o seu trabalho, esclarecendo-os e questionando-os de modo que estes possam prosseguir nas estratégias que constroem. Se colocam questões específicas relativamente à resolução que elaboram ou pretendem elaborar, são-lhes dirigidas outras questões que os ajudem a raciocinar, mas que não os orientem para determinada resolução. A professora vai colocando, também, questões com o propósito de os ajudar a explicitar o seu modo de pensar e a construir argumentos que o fundamentem, aumentando a sua compreensão sobre as ideias matemáticas em causa na tarefa (Smith, Bill, & Hughes, 2008). Um outro objetivo da monitorização realizada pela professora é o de ter atenção ao que dizem e fazem, tentando identificar o seu potencial matemático, considerando a fase de discussão da tarefa (Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008), neste caso, o congresso matemático.

A tarefa das *Miniaturas* foi identificada como sendo uma situação de divisão por todos os alunos, ainda que tenham construído resoluções diferentes. Nem todos chegaram à solução através da primeira tentativa de resolução.

Cristóvão e Francisco fazem uma primeira tentativa escrevendo consecutivamente todos os números entre 224 e 256, provavelmente para perceberem a diferença entre os dois números (figura 2). Depois de discutirem os dois sobre esta tentativa de resolução decidem abandonar a estratégia, por não a considerarem promissora, e colocam os primeiros cálculos entre parêntesis. Voltam a ler o problema e a discutir sobre uma outra estratégia de resolução.

Numa primeira fase, David e Tiago optam por uma estratégia

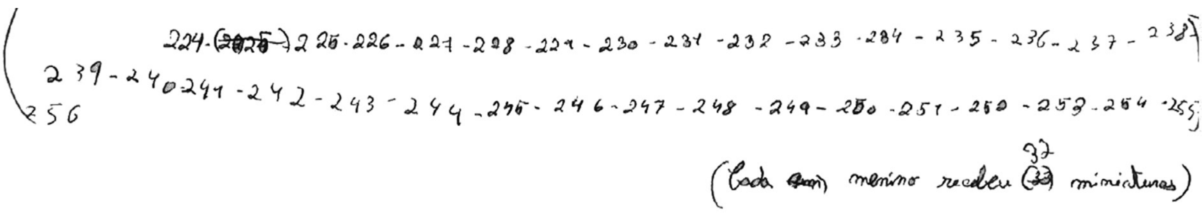

Figura 2. Primeira tentativa de resolução de Cristóvão e Francisco

3 Sobre os diferentes contributos para esta demonstração poderá ser consultada a obra de Szpiro (2008).

subtrativa, calculando também a diferença entre 256 e 224. Contudo, não parecem atribuir significado ao resultado obtido, optando por abandonar esta resolução, riscando-a (registos à esquerda da figura 3). Voltam a ler o problema e a pensar numa outra resolução.

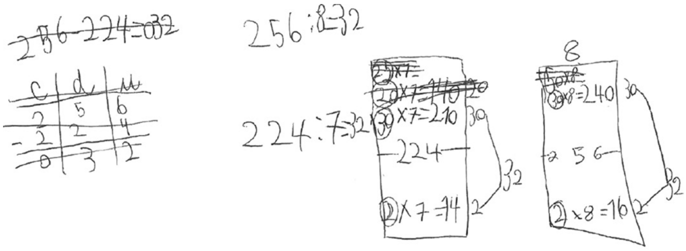

Figura 3. Primeira tentativa de resolução de David e Tiago

Diogo e Maria Rita não compreendem a pergunta final do problema e resolvem-no de modo a encontrar uma situação justa para todas as crianças e não a comparar as duas situações apresentadas. Assim, pensam numa situação próxima da realidade – juntar todas as miniaturas num único saco e reparti-las equitativamente por todas as crianças. Adicionam primeiro 256 e 224 e efetuam o cálculo 480÷15, atribuindo-lhe o significado de partilhar 480 miniaturas de animais por 15 alunos.

Os seus registos (figura 4) evidenciam que não lhes foi fácil efetuar o cálculo necessário, tendo realizado algumas tentativas sem sucesso. Ainda assim, depois de a terminarem, Diogo e Maria Rita estão contentes e confiantes na sua resolução. Confrontam o resultado final com o dos colegas e parece-lhes que foram bem-sucedidos na sua estratégia. Começam então a realizar o seu póster, que irá integrar a exposição antes do congresso. Durante o período de monitorização, Isabel, ao observar a resolução dos dois alunos, decide logo que esta será uma das apresentadas e discutidas no congresso matemático.

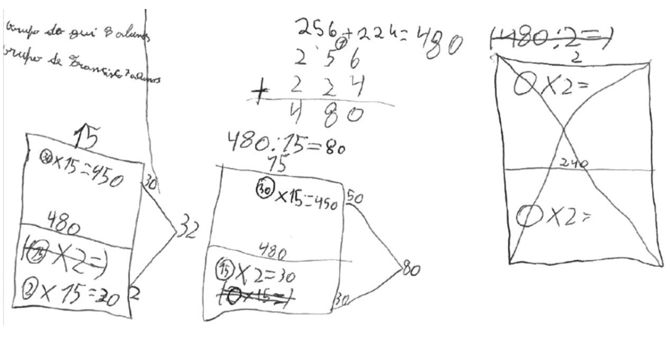

Figura 4. Resolução de Diogo e Maria Rita

Também Andrew Wiles, quando em junho de 1993 termina o seu trabalho e o apresenta em Cambridge numa palestra, está confiante na demonstração do último teorema de Fermat. Numa primeira fase, toda a comunidade matemática acredita que o teorema está finalmente provado e a notícia corre o mundo inteiro. O artigo de Wiles é, então, enviado a um grande grupo de especialistas em teoria dos números para ser analisado (Aczel, 1997).

Na turma do 3.º ano há pares de alunos que constroem estratégias diversificadas baseadas na multiplicação. Ana Rita e Miguel optam por realizar produtos sucessivos a partir de produtos de referência múltiplos de 10 (10×8 e 10×7), como mostra a figura.

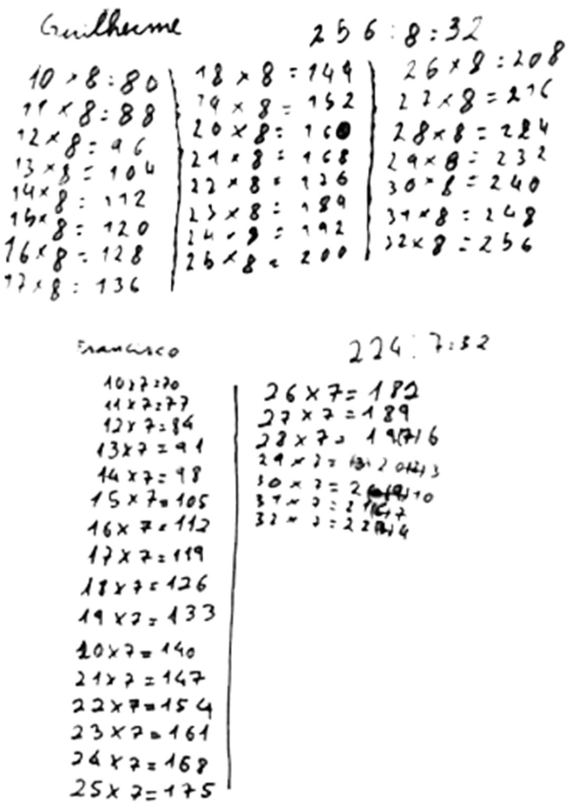

Figura 5. Resolução de Ana Rita e Miguel

Já Enzo e Guilherme apoiam-se na disposição retangular e recorrem a produtos parciais para calcular o número de miniaturas de animais com que ficou cada criança (figura 6).

Nesta fase, todos os alunos estão empenhados em construir as suas resoluções e em procurar respostas para a questão deixada no ar: "Será que a partilha das miniaturas é justa?"

PREPARAR A APRESENTAÇÃO DO TRABALHO REALIZADO: A CONSTRUÇÃO DOS PÓSTERES

Depois de resolverem a tarefa das *Miniaturas* os alunos da turma do 3.º ano começam a produzir os seus pósteres. Nesta altura do ano os alunos já têm alguma experiência de construção de pósteres, a propósito de outras tarefas e, por isso, já decidem com alguma facilidade o que é importante neles constar, de modo que os seus registos sejam compreendidos pelos colegas. Também já se habituaram a organizar melhor a informação, distribuindo os registos pela folha de papel A3 disponibilizada. Por exemplo, David e Tiago cuja primeira resolução é apresentada na figura 3 constroem o seu póster com a informação que consideram

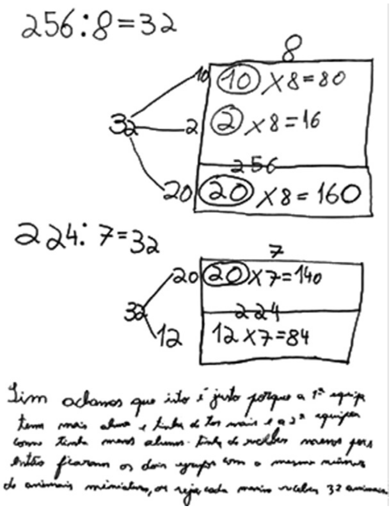

Figura 6. Resolução de Enzo e Guilherme

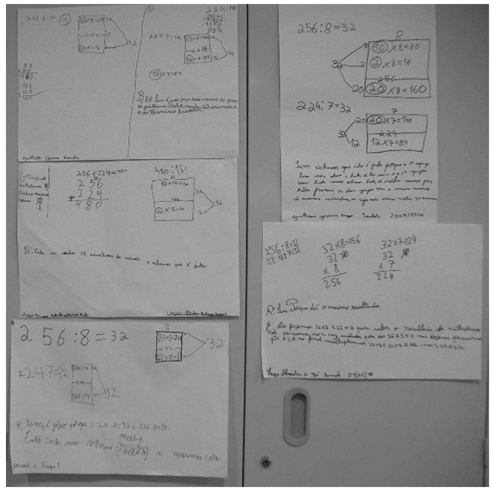

Figura 8. Fotografia de alguns dos pósteres realizados no âmbito da tarefa *Miniaturas*

essencial comunicar e apresentar aos colegas, um pouco diferente dos registos iniciais (figura 7).

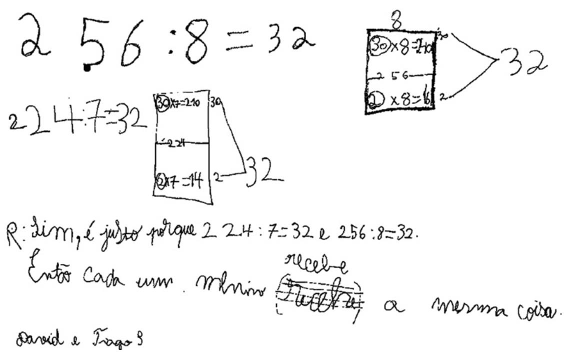

Figura 7. Póster de David e Tiago

Os pósteres são afixados no espaço negociado pela professora Isabel e pelo professor titular da outra turma que partilha a mesma sala. De modo a ficarem acessíveis a todos, os pósteres são colados pelos alunos nas paredes dos armários da sala (figura 8).

Enquanto os vão colando vão observando, com curiosidade e interesse, os pósteres dos colegas, tentando desde logo perceber se chegaram ao mesmo resultado, se usaram o mesmo processo de resolução ou se cometeram alguma incorreção.

Também a maior parte dos matemáticos profissionais preparam apresentações sobre o seu trabalho em congressos. Deste modo, sujeitam o trabalho que vêm realizando a validação externa, efetuada pelos seus pares. Também neste aspeto Perelman foi original relativamente à sua demonstração da conjetura de Poincaré. Ao invés de divulgar num congresso o trabalho que vinha realizando, optou por escrever um conjunto de três artigos que enviou, espaçadamente, para um arquivo na Internet a que tinham acesso apenas matemáticos. Só depois de ter várias reações positivas sobre a correção do seu trabalho, e de a notícia sobre a sua demonstração ter sido amplamente divulgada, é que o matemático aceitou fazer um conjunto de palestras.

CONHECER O TRABALHO DE OUTROS MATEMÁTICOS: A VISITA À EXPOSIÇÃO

Na turma do 3.º ano, depois de a exposição de pósteres estar montada, há um tempo próprio em que todos têm oportunidade de a visitar. Efetivamente é essencial em todo este processo de ‘ser matemático’ o observar com atenção e tentar compreender as produções dos colegas, comparando-as com as suas, como mostra a figura 9.

Alguns alunos tiram notas no seu caderno sobre aspetos que não compreendem ou sobre questões que pretendem colocar aos colegas durante o congresso. Esta atitude de observação e questionamento é incentivada por Isabel, fundamentando-a com o facto de que, se conhecerem bem os pósteres, poderão intervir mais ativamente na discussão que se irá seguir, tornando-a mais participada por todos. Por exemplo, Joana observa atentamente os pósteres dos outros grupos e aponta as suas dúvidas/questões. Eis algumas: “Não percebo o da Eva. Porque é que a Ana Rita não fez o ábaco e fizeram as tabuadas? Porquê o Gui(lherme) fez 2×8 e 10×8? .... Como é que o Zé e o Hugo sabem logo o resultado?” (figura 10).

Figura 9. Visita à exposição dos pósteres

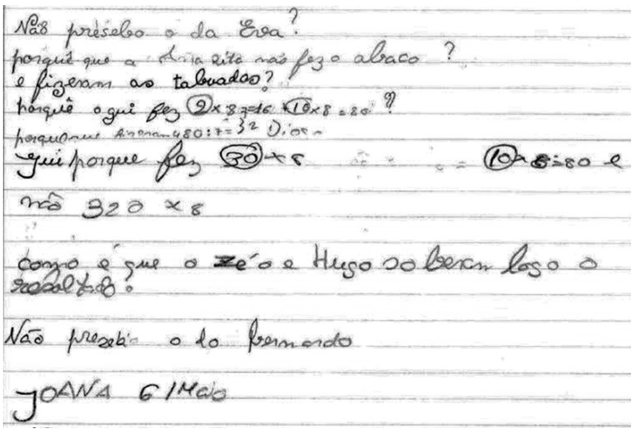

Figura 10. Dúvidas e questões de Joana, durante a ida à exposição

Joana, tal como os colegas, sabe como é importante compreender os raciocínios dos colegas e questioná-los relativamente às suas resoluções, levando a sério o seu papel de participante no congresso. Contudo, é difícil perceber as representações dos colegas, sobretudo quando são muito diferentes das suas, indiciando quase sempre modos de pensar também diferentes dos seus. Por isso, coloca questões que espera virem a ser respondidas no dia seguinte, durante o congresso.

APRESENTAR E VALIDAR O TRABALHO REALIZADO: O CONGRESSO MATEMÁTICO

A professora do 3.º ano organiza o congresso matemático no dia seguinte à resolução do problema que o despoleta, à construção dos pósteres e à visita à exposição. Esta opção está associada à sua prática de seleção e ordenação dos pósteres que vão ser apresentados e discutidos. Deste modo pode observá-los cuidadosamente e, de acordo com as resoluções apresentadas e com o propósito da tarefa, selecionar e ordenar as apresentações.

No dia seguinte, os alunos visitam mais uma vez a exposição e inicia-se o congresso. Isabel vai solicitando aos alunos que apresentem os seus pósteres, de acordo com a ordem pensada. Por isso, estes são descolados dos armários e colados no quadro, como mostra a figura 11. Todos os alunos são convidados a intervir, solicitando esclarecimentos, colocando dúvidas ou comparando o seu modo de resolução com o dos colegas que apresentaram.

Esta fase de discussão coletiva é fundamental para as aprendizagens dos alunos: podem interligar-se as diferentes resoluções e estabelecer-se pontes entre representações distintas e entre as estratégias e as ideias matemáticas que se pretendem realçar (Smith, Hughes, Engle, & Stein, 2009). A orquestração de Isabel é essencial tanto ao longo do congresso como na síntese final que realiza com a ajuda dos alunos.

Ana Rita e Miguel são desafiados por Isabel a explicar como pensaram, uma vez que o seu póster parecia ser alvo de algumas perplexidades por parte dos colegas. Joana foi uma das alunas que questionou a sua resolução (figura 10).

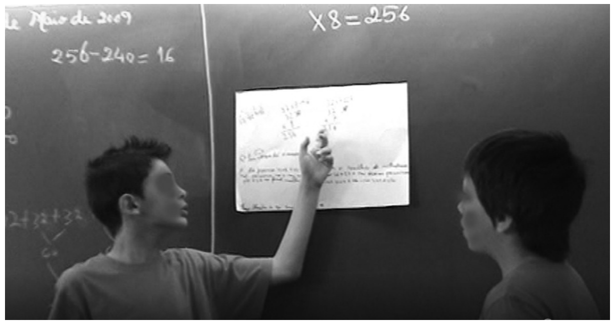

Figura 11. Apresentação de um dos pósteres

Ana Rita – Nós vimos que tínhamos de fazer 256 a dividir por oito e 224 a dividir por sete. Como ainda não sabíamos o resultado, fizemos por multiplicações.
Isabel – Os outros grupos também pensaram assim, mas fizeram de maneira diferente. Ora, continuem a explicar.
Ana Rita – Nós também tentámos fazer com o retângulo, mas não conseguimos perceber como se faz.
Isabel – Mas expliquem lá a vossa maneira.
Ana Rita – Nós fomos fazendo a tabuada toda até ao 32.
Guilherme – Mas como é que sabiam que parava aí? Quantas vezes fizeram a tabuada?
Ana Rita – Sabíamos porque 32×8 é 256, o número das miniaturas .
Isabel – E é fácil fazer desta maneira?
Ana Rita – Mais ou menos.
Isabel – E porquê mais ou menos?
Ana Rita – Por causa de demorar algum tempo e quem não sabe a tabuada pode enganar-se.
Isabel – Mesmo quem sabe também se pode enganar, pois são muitos cálculos.
Ana Rita – A nós aconteceu-nos isso.
Isabel – E como podiam fazer de maneira mais rápida e sem se enganarem?
Ana Rita – Passar logo de 10 vezes para 20 e depois para 30 vezes.

Ana Rita fundamenta o seu modo de pensar evidenciando que reconhece ser um problema de divisão e explica que optaram por usar multiplicações. Explica ainda que inicialmente tentaram usar outro processo, mas não conseguiram, tendo decidido depois "fazer a tabuada toda até ao 32". Um colega, Guilherme, coloca-lhe uma questão associada ao "saber quando parar" à qual a aluna responde adequadamente, dando evidência da sua compreensão sobre o procedimento que usa. Além disso, quando interpelada por Isabel, consegue destacar os riscos do uso desta estratégia, avançando ainda para a explicitação de uma outra mais eficaz, recorrendo a fatores múltiplos de dez.

O póster construído por Diogo e Maria Rita tinha suscitado muito interesse e curiosidade. Confiantes na sua resolução, apresentam-na aos colegas, começando por explicar como entenderam o problema e como realizaram os cálculos. Referem que se apoiaram no modelo retangular para realizarem o cálculo 480÷15. Quando explicitam o seu modo de pensar, referem que calculam primeiro 10×15 mas ainda estava “longe” de 480, depois experimentam 20×15 e, finalmente, 30×15. Como já estava “perto”, é esse o produto que registam, identificando depois 2×15, de modo a perfazer o total de 480.

Isabel promove a discussão no sentido de esclarecer o contexto do problema e de modo que eles consigam perceber a diferença entre a sua interpretação e a dos outros colegas. Diogo e Maria Rita explicam mais uma vez como entenderam o problema, sendo interpelados pelos colegas no sentido de ser clarificado o entendimento comum sobre a situação aí proposta. No debate associado, há alunos que se admiram como é que, tendo compreendido de modo diferente o problema e tendo efetuado um cálculo diferente, Diogo e Maria Rita obtêm também uma resposta de 32 miniaturas para cada criança. Isabel intervém, explicando a razão e dando um exemplo de uma outra situação em que tal não acontece. Todos os alunos, incluindo Diogo e Maria Rita, concluem que esta resolução não está de acordo com o problema proposto embora até “dê o mesmo resultado”.

A discussão coletiva teve como finalidade, entre outras, evidenciar que a resolução de Diogo e Maria Rita não era a adequada ao problema, embora, numa primeira fase, durante a exposição, tanto os próprios autores como os colegas considerassem a resolução correta, mas intrigante.

Também os congressos dos matemáticos profissionais têm como grande finalidade a apresentação e validação, ou não, dos trabalhos desenvolvidos ou em desenvolvimento. Quando Wiles apresentou o seu trabalho sobre a conjetura de Fermat em junho de 1993 estava convencido da sua veracidade, bem como a maior parte dos matemáticos que o ouviu. Mas quando alguns analisaram em pormenor o documento escrito perceberam que alguma coisa não estava correta. Wiles voltou a trabalhar arduamente durante muitos meses até que um dia, já em setembro de 1994, ao voltar a estudar os papéis que tinha escrito descobriu, finalmente, o que estava mal. De acordo com Aczel (1997) o que o matemático percebeu era “tão indescritivelmente belo, tão simples, tão elegante … e olhei precisamente com descrença” (p. 121). Mais uma vez voltou a escrever o documento e a enviá-lo a matemáticos de todo o mundo. Em 1995 é publicado o artigo com a demonstração sem qualquer falha no *Annals of Mathematics.*

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação realizada na turma do 3.º ano (Mendes, 2012) evidencia que o envolvimento dos alunos em congressos matemáticos, na aceção de Fosnot e Dolk (2001), possibilita-lhes experienciar o que fazem os matemáticos profissionais: são desafiados a resolver problemas, procuram uma sua resolução que, por vezes abandonam, e persistem na procura de uma estratégia que conduza à solução. Estão conscientes da importância de apresentar e discutir o trabalho realizado, de modo a construir socialmente o conhecimento através do discurso, da atividade e da interação (NCTM, 2017). Ou seja, a investigação realizada revela que é possível proporcionar aos alunos, através da realização de congressos matemáticos, uma verdadeira experiência matemática na sala de aula, tal como é preconizado em documentos de natureza curricular, como o NCTM (2017).

A turma funciona como uma comunidade de matemáticos, colocando questões, solicitando esclarecimentos, tirando dúvidas, validando o trabalho realizado, ajudando todos a avançar no seu conhecimento matemático.

Os alunos, tal como os matemáticos, percecionam que a pertença a essa comunidade matemática e, em particular, a realização de um congresso, reflete o que é dito por Stewart (2016) “A melhor forma de fazeres progredir a causa da matemática é encontrares-te com outros matemáticos” (p. 132).

> *Mas a matemática nunca chega ao fim. A solução de um problema apenas abre portas a um conjunto de novos problemas (Szpiro, 2008, p. 368)*

Agradecimento

À professora da turma do 3.º ano referida no texto, Isabel Salvado, da Escola Básica n.º 2 da Cova da Piedade, Agrupamento de Escolas António Gedeão.

Referências

Aczel, A. (1997). *O último teorema de Fermat*. Lisboa: Gradiva.

Fosnot, C., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Hardy, G. (2007). *A apologia de um Matemático.* Lisboa: Gradiva.

Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo.* (Tese de doutoramento). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. In http://hdl.handle.net/10451/5893.

NCTM (2017). *Princípios para a ação. Assegurar a todos o sucesso em matemática.* Lisboa: APM.

Spziro, G. (2008). *A conjetura de Poincaré.* Lisboa: Gradiva.

Stewart, I. (2016). *Cartas a uma jovem matemática*. Lisboa: Relógio d’Água.

Smith, M. S., Bill V., & Hughes, E. (2008). Thinking through a lesson: Successfully implementing high-level tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(3), 132-138.

Smith, M. S., Hughes, E. K., Engle, R. A., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(9), 549-556.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Fátima Mendes

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal