

Contributos da investigação para a aprendizagem da matemática: uma visão global

LURDES SERRAZINA

Aceitar o desafio lançado pela editora convidada deste número temático para fazer este artigo representou uma certa ousadia da minha parte. Realizar um levantamento da investigação realizada em Portugal em educação matemática implica ter acesso a informação que nem sempre está disponível, sobretudo no que se refere a dissertações de mestrado.

Assumo assim o risco de, por falta de informação, não referir trabalhos importantes, pois, embora tenha procurado fazer uma pesquisa exaustiva, há sempre algo que fica de fora. Elegi como fonte privilegiada de informação os repositórios institucionais inseridos no sistema RCAAP¹, não ignorando que estes só foram institucionalizados na última década e que a informação que disponibilizam pode corresponder apenas a trabalhos com datas posteriores à sua criação. Apesar destes constrangimentos, decidi aceitar o desafio por me parecer importante que este número temático da Educação e Matemática inclua esta informação.

Optei por me focar nos estudos académicos concluídos a partir do ano 2000, dadas as limitações do espaço, a maior dificuldade em aceder a trabalhos mais antigos e também porque já existe informação publicada sobre a investigação realizada até aos anos 90 do século passado (Ponte, 1993; Ponte, Matos & Abrantes, 1998). Também a APM disponibilizou até muito recentemente uma lista de dissertações de mestrado e teses de doutoramento realizadas pelos sócios.

Este artigo tem um carácter sobretudo informativo, com o objetivo de dar a conhecer contributos da investigação realizada no nosso país para a aprendizagem da Matemática. São referidas investigações focadas na aprendizagem dos alunos, mas também outras focadas nos professores ou questões curriculares, no entendimento que todas elas constituem contributos para uma melhor aprendizagem da Matemática.

Pelas limitações no acesso, já referidas, por razões práticas e de exequibilidade optei, ainda, por considerar apenas dissertações de mestrado realizadas após a profissionalização, isto é, não foram consideradas dissertações (normalmente designadas por relatórios) desenvolvidas para completar a formação inicial (nos cursos pós-Bolonha). Dentro das limitações enunciadas, a minha opção foi olhar apenas para estudos académicos realizados em

Portugal e certificados por instituições portuguesas.

A proximidade que tem existido entre a comunidade de investigação em educação matemática, as salas de aula e os professores dos ensinos básico e secundário reflete-se no facto que muitos dos investigadores que realizaram teses de doutoramento ou dissertações de mestrado, no período em análise, são eles próprios professores daqueles níveis de ensino, mantendo-se como tal mesmo depois de concluídas as suas teses e dissertações.

O artigo está organizado em várias secções focando respetivamente: os níveis de escolaridade em que incidem os estudos (desde o pré-escolar até ao ensino superior), principais metodologias utilizadas, temas curriculares abordados (quer temas matemáticos quer temas transversais), outras temáticas. Tendo em conta as limitações referidas, optei por partir das teses de doutoramento, completando com informações vindas de dissertações de mestrado. Na minha pesquisa identifiquei que foram concluídas², entre 2000 e julho 2017 em universidades portuguesas, mais de 85 teses de doutoramento em Didática da Matemática ou cujo foco é o ensino-aprendizagem da matemática ou, ainda, a interdisciplinaridade com a matemática. Ficam de fora da análise a seguir apresentada um pequeno número (menos de 10%) que correspondem a estudos desenvolvidos em comunidades de prática extraescolar ou estudos de história de ensino da matemática que tive dificuldade em integrar na organização adotada.

A INVESTIGAÇÃO REALIZADA POR NÍVEIS DE ESCOLARIDADE

A tabela 1 ilustra, em termos quantitativos, as teses de doutoramento concluídas em Portugal, agrupadas por quinquénios. Como se constata, o número de teses concluídas não foi o mesmo nos diferentes quinquénios, nem a sua evolução foi linear ao longo do tempo. O período 2010-2014 é o de maior produção, tendência que poderá manter-se em 2015-2019 dado o número de trabalhos concluídos nos últimos dois anos e meio.

1 RCAAP – Repositório Científico de Acesso Aberto Português

2 Consideram-se as teses apresentadas e aprovadas em provas públicas no período referido.

Tabela 1. Teses de doutoramento realizadas por níveis de escolaridade

Período	Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB/ Sec	Superior	
					F.I. Prof.	Mat
2000-2004	1	2	1	8	2	1
2005-2009	1	2	1	3	3	-
2010-2014	-	14	5	12	3	1
2015-2017 (Julho)	1	5	3	6	1	1
Total	3	23	10	29	9	3

A inclusão de uma tese num dos níveis de escolaridade significa que o seu objeto de estudo incidu sobre professores, alunos ou currículo desse nível (há trabalhos referidos em dois níveis de escolaridade, por eles incidirem, por exemplo, no pré-escolar e no 1.º ciclo ou nos 1.º e 2.º ciclos).

Em relação ao ensino superior optei por separar os estudos realizados na formação inicial de professores daqueles que incidem sobre a aprendizagem dos alunos em disciplinas de Matemática (Domingos, 2003; Henriques, 2010) ou sobre conceções dos professores (Rosa, 2015). Os estudos relativos à formação inicial de professores distribuem-se de uma forma bastante equilibrada ao longo do tempo. Este equilíbrio mantém-se quando se olha para o tipo de instituição de formação – Escolas Superiores de Educação (ESE) ou Universidades. Incidem sobre: a formação em Didática da Matemática num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis (Vale, 2000); o estágio pedagógico (Viseu, 2008); a história da matemática (Jorge, 2008); a comunicação em matemática (Medeiros, 2010); ou, as mais recentes, sobre aspetos específicos do conhecimento matemático e didático relativos ao pensamento algébrico (Branco, 2013) ou ao conhecimento estatístico (Santos, 2015) de estudantes de Licenciatura em Educação Básica (LEB).

Na educação pré-escolar foram apenas concluídos três estudos de doutoramento de natureza muito diferente, sendo todos focados nas crianças. Palhares (2000) estuda a transição pré-escolar – 1.º ciclo; Maia (2007) os registos gráficos das crianças e a aprendizagem da matemática; e Soutinho (2016) a compreensão de problemas de natureza aditiva e estrutura multiplicativa por crianças do pré-escolar. No que se refere a dissertações de mestrado com foco no pré-escolar, o número é também reduzido quando comparado com o número total de dissertações realizadas.

A leitura da tabela 1 permite ainda ver que as teses que incidem no 1.º ciclo do ensino básico representam cerca de 37% do total das realizadas com foco nos ensinos básico e secundário. A sua distribuição ao longo do tempo não é linear, tendo o maior número sido concluído no período 2010-2014. Constatou-se que a investigação neste ciclo de ensino sofreu um grande incremento no período em análise, verificando-se uma tendência contrária à referida por Ponte (1993) que constatava que os estudos no

1.º ciclo tinham apenas um carácter pontual.

Com incidência no 2.º ciclo do ensino básico identifiquei 10 estudos de doutoramento o que faz com que, proporcionalmente, este seja o ciclo do ensino básico onde foram desenvolvidos menos estudos de doutoramento, mantendo-se a tendência identificada por Ponte (1993), embora pareça estar a alterar-se.

A maioria dos estudos realizados tem como foco o 3.º ciclo do ensino básico e o ensino secundário.

Das 14 teses desenvolvidas com foco no 1.º ciclo, no período 2010/2014, sete correspondem a trabalhos desenvolvidos com professores e os restantes com alunos. De referir ainda que três das teses desenvolvidas com professores (Cardoso, 2010; Martins, 2011; Silva, 2011) foram-no no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM), que se desenvolveu em Portugal entre 2005 e 2011, onde foram também desenvolvidas várias dissertações de mestrado, com foco no desenvolvimento profissional dos professores.

Porque pode ser relevante, relativamente ao ensino não superior, a tabela 2 mostra o número de trabalhos cujo foco são alunos e aqueles que estudam professores.

Tabela 2. Público alvo dos estudos de doutoramento realizados nos 1.º, 2.º ou 3.º ciclos do ensino básico e no ensino secundário

Período	Incidência	
	Alunos	Professores
2000-2004	5	7
2005-2009	5	2
2010-2014	19	12
2015-2017	8	5
	36	26

De notar que existe um maior número de estudos que tem como foco os alunos. Os estudos realizados com professores têm como objetivo estudar: (i) o seu desenvolvimento profissional através de dispositivos de colaboração (por exemplo, Saraiva, 2002) ou tendo como foco a história de vida (Guimarães, 2004); (ii) a prática letiva (por exemplo, Santos, 2001); (iii) a identidade profissional de professores de matemática no início da carreira (Oliveira, 2004). Apenas um pequeno número estuda as conceções e atitudes dos professores perante a Matemática e o seu ensino (Guimarães, 2003; Martins, 2015).

METODOLOGIAS UTILIZADAS

A metodologia predominante é a metodologia qualitativa e, na sua grande maioria, estudos de caso. Dependendo do estudo, os casos são professores, alunos, grupos de alunos ou turmas. Mais recentemente, alguns estudos assumem como metodologia a investigação baseada em design (*design based research*), como é o caso de Mendes (2012) ou Carrapiço (2016). A tese de Dias (2013) assume, num dos estudos que a compõem, uma metodologia de investigação baseada em design e, no outro,

uma abordagem qualitativa. Apenas um número reduzido de teses de doutoramento assume uma metodologia mista, isto é, qualitativa e quantitativa (por exemplo Vieira, 2013; Martins, 2015; ou Soutinho, 2016). O estudo de Figueiredo (2017) assume uma metodologia quantitativa, descritiva e correlacional.

Relativamente a dissertações de mestrado, a metodologia mais comum é também qualitativa e na grande maioria estudos de caso.

TEMAS CURRICULARES

Nesta secção apresento a análise das temáticas abordadas nos diferentes estudos, partindo mais uma vez das teses de doutoramento identificadas no período indicado. Incluí também nas tabelas temáticas números relativos a estudos de mestrado que consegui identificar, numa tentativa de dar uma visão mais completa da investigação realizada. Numa primeira parte os estudos estão agrupados por temas matemáticos curriculares. Na segunda parte esse agrupamento é feito por temas transversais.

Temas matemáticos curriculares

Os trabalhos analisados cobrem de modo muito desigual os temas curriculares: Números e Operações, Álgebra, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados (OTD) (tabela 3).

Tabela 3. Número de teses de doutoramento nos diferentes temas e níveis de ensino

Temas	Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB	Sec	F. I. Prof.	Total
Números e Operações	1	4	3				8
Geometria e Medida		1		2	1	1	5
Álgebra e Funções		4*	2*	2	3	1	11
OTD		2	1	2	1	1	7

*Uma das teses incide sobre os 1.º e 2.º ciclos do ensino básico.

Números e Operações

Incluí neste tema estudos que incidem sobre tópicos relativos aos Números e Operações, quer sejam realizados com alunos ou com professores ou incidam no currículo. Os estudos com foco no pensamento algébrico no 1.º ciclo do ensino básico são considerados no tema Álgebra.

Tabela 4. Estudos no tema Números e Operações

	Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB
Teses de doutoramento	1	4	3	0
Dissertações de mestrado	2	16	2	1

Os estudos analisados incluem temáticas como sentido do número, conceito de número (nos diferentes conjuntos numéricos), operações aritméticas e cálculo mental. Foram identificadas oito teses de doutoramento. Soutinho (2016)

centra-se na educação pré-escolar e na compreensão de problemas de estruturas aditivas e multiplicativas. Na perspetiva do sentido de número, Ferreira (2012) estuda a resolução de problemas de adição e subtração de alunos do 2.º ano e Mendes (2012) debruça-se sobre a aprendizagem da multiplicação também no 1.º ciclo. Rodrigues (2015) estuda a aprendizagem da noção de número e da resolução de problemas aritméticos no 1.º ciclo. Delgado (2014) debruça-se sobre as práticas dos professores do 1.º ciclo e o desenvolvimento do sentido de número. Carrapiço (2016), no 2.º ciclo, incide sobre o cálculo mental com números racionais. Também no 2.º ciclo e sobre números racionais são os estudos de Pinto (2011) e Ventura (2014), sendo o primeiro sobre o desenvolvimento do sentido de multiplicação e divisão e o segundo sobre a aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as diferentes representações.

Também identifiquei um grande número de dissertações de mestrado realizadas no 1.º ciclo e apenas uma no 3.º ciclo que aborda a temática dos números reais. A grande maioria parte da ideia de sentido do número, estudando diferentes operações aritméticas ou diferentes campos numéricos. Grande parte dos estudos realizados no 1.º ciclo focam essencialmente no conjunto dos números naturais com o zero, já os do 2.º ciclo têm como foco os números racionais.

Geometria e Medida

O tema menos estudado é o da Geometria e Medida (tabela 5), quer no que se refere a dissertações de mestrado quer a teses de doutoramento. Apenas identifiquei cinco teses de doutoramento, abordando temáticas e níveis de ensino muito distintos. A tese de Costa (2005) aborda o tema da visualização a partir de uma experiência com alunos do 4.º ano. Ainda no 1.º ciclo existem algumas dissertações de mestrado sobre o tema das figuras geométricas e a sua classificação ou aspetos transversais como atividades de investigação em geometria ou o desenvolvimento do pensamento geométrico ou ainda a geometria e as histórias infantis.

A tese de Lopes (2010) desenvolvida no 3.º ciclo do ensino básico debruça-se sobre práticas de ensino de geometria, tendo como principal foco de investigação as práticas de ensino da professora investigadora. A de Santos (2016) estuda o desenvolvimento de uma plataforma digital e o seu contributo para o ensino da geometria. Também com foco no 3.º ciclo foram realizadas algumas dissertações de mestrado incidindo sobre o raciocínio geométrico, por vezes com recurso ao computador e/ou programas de geometria dinâmica ou envolvendo outros materiais.

Ao nível do ensino secundário foi desenvolvido o estudo de doutoramento de Neto (2009), sobre desenvolvimento do raciocínio dedutivo de alunos do ensino secundário.

Na formação inicial de professores dos primeiros anos, a tese de

Tabela 5. Estudos em Geometria e Medida

Tema		Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB	Sec	F.I.
Geometria	Teses de doutoramento	-	1		2	1	1
	Dissertações de mestrado	1	6	1	4	-	
Medida	Teses de doutoramento	-	.	-	-	-	
	Dissertações de mestrado	-	2	3	-	-	

doutoramento de Ribeiro (2005) debruçou-se sobre a influência da utilização de um programa de geometria dinâmica na forma como os alunos encaram a Matemática e a sua aprendizagem. Foi ainda desenvolvida uma dissertação de mestrado que faz um diagnóstico dos conhecimentos em geometria revelados por alunos da Licenciatura em Educação Básica.

Sobre Medida não tive acesso a nenhum estudo de doutoramento. Identifiquei duas dissertações de mestrado realizadas no 1.º ciclo que abordam o conceito de área com alunos do 3.º ano de escolaridade. No 2.º ciclo foi realizado um trabalho com alunos do 5.º ano que se refere à aprendizagem dos conceitos de perímetro e área, e outro também no 6.º ano sobre o conceito de volume. Um terceiro estudo desenvolvido no 5.º ano foca também a aprendizagem do perímetro e área, no âmbito de uma experiência de ensino realizada com o GeoGebra. Existe ainda uma dissertação de mestrado sobre os conceitos de área e perímetro com alunos de um curso de Educação e Formação.

Álgebra

Este é o tema onde foram identificados mais estudos de doutoramento. Foram desenvolvidas 11 teses de doutoramento, com incidência nos diferentes níveis de ensino. Três destas teses focam-se no 1.º ciclo do ensino básico e na aprendizagem do pensamento algébrico pelos alunos (Mestre, 2014; Pimenta, 2016; Vieira, 2014). Uma quarta tese (Cardoso, 2010), realizada com professores do 1.º ciclo no âmbito de um programa de formação contínua, estuda o seu conhecimento matemático e didático com incidência no pensamento algébrico. A tese de Fernandes (2006) estuda as aprendizagens algébricas de alunos do 1.º ao 6.º ano. A aprendizagem deste tema foi também objeto de estudo em diversas dissertações de mestrado e nos diferentes níveis de escolaridade (tabela 6).

Tabela 6. Estudos desenvolvidos em Álgebra

Álgebra	Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB	Sec	F. I.
Teses de doutoramento	-	4*	2*	2	3	1
Dissertações de mestrado	1	5	3	8	7	1

*Um estudo foi desenvolvido com alunos do 1.º ao 6.º ano.

Silvestre (2012) trabalhou com alunos do 2.º ciclo sobre a aprendizagem do raciocínio proporcional. As teses desenvolvidas no 3.º ciclo também referem o desenvolvimento do pensamento algébrico: Duarte (2011) analisa o papel das tecnologias no conhecimento profissional dos professores; Nobre (2016) realizou uma experiência de ensino com alunos do 9.º ano. As oito dissertações de mestrado no âmbito do 3.º ciclo do ensino básico estudam, para além do desenvolvimento do pensamento algébrico, temas como equações e funções.

No ensino secundário o tema Funções é focado nas três teses, sendo que duas (Bishop, 2001; Consciência, 2014) estudam o papel da calculadora gráfica na aprendizagem daquele tópico e a outra (Pereira, 2016) pretende promover a construção dos significados e dos raciocínios matemáticos dos alunos do 11.º ano de escolaridade na aprendizagem dos parâmetros em funções. As dissertações de mestrado também abordam este tema, sendo ainda estudado o efeito das tecnologias. A tese de Branco (2013), na formação inicial de professores dos primeiros anos, incide igualmente sobre pensamento algébrico. No âmbito da formação de educadores de infância e do estudo dos padrões foi realizada uma dissertação de mestrado.

Existem também dissertações desenvolvidas em cursos de Educação e Formação, nomeadamente sobre a aprendizagem da proporcionalidade direta e das funções.

Organização e Tratamento de Dados (OTD)

Com foco neste tema, foram identificadas seis teses de doutoramento nos diferentes níveis de ensino e na formação inicial de professores dos primeiros anos (tabela 7). Martins (2015) estuda as atitudes dos professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico em relação à estatística e Rodrigues (2016) o conhecimento e práticas de professores do 1.º ciclo em educação estatística no contexto de um trabalho colaborativo.

Tabela 7. Estudos desenvolvidos em OTD

Álgebra	Pré-Escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB	Sec	F. I.
Teses de doutoramento	-	2*	1*	2	1	1
Dissertações de mestrado	1	2	3	1	1	-

*Uma tese está incluída nas duas colunas.

Os estudos de doutoramento com âmbito no 3.º ciclo são estudos realizados com alunos, tendo como objetivo a promoção do desempenho estatístico (Carvalho, 2001) e o desenvolvimento da literacia estatística (Campelos, 2014). O estudo de Filipe (2017), realizado no ensino secundário, debruça-se sobre o conhecimento de professores do ensino profissional para ensinar estatística em contexto de modelação.

De notar que foram realizadas dissertações de mestrado na educação pré-escolar e nos diferentes níveis de ensino, tendo como objetivos o desenvolvimento do pensamento estatístico, da literacia estatística ou o planeamento estatístico. Um estudo foi realizado com alunos do 12.º ano e teve como foco a análise combinatória.

TEMAS CURRICULARES TRANSVERSAIS

Vários estudos desenvolvidos nos ensino básico e secundário ou na formação inicial de professores focam temas transversais (ver tabela 8), como a resolução de problemas (Amaral, 2016; Barbosa, 2010; Ferreira, 2012; Jacinto, 2017; Rodrigues, 2015; Sardinha, 2011; Soutinho, 2016; Vale, 2000), as tarefas de investigação (Brocardo, 2001; Henriques, 2010), o raciocínio matemático (Neto, 2009; Silvestre, 2012), ou a comunicação matemática (Guerreiro, 2012; Martinho, 2007; Medeiros, 2010; Menezes, 2004).

Tabela 8. Teses de doutoramento sobre temas curriculares transversais

Temas	Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB	Sec	Sup	F.I.
Resolução de problemas	1	3	2	1			1
Investigações				1		1	
Raciocínio			1		1		
Comunicação		2	1	1			1
Argumentação/ Demonstração			1	2			

Embora tenha incluído na mesma categoria diferentes estudos sobre resolução de problemas, este termo não é entendido da mesma forma nas diferentes teses. Refere-se tanto a problemas relativos a operações aritméticas (Ferreira, 2012; Mendes, 2012; Rodrigues, 2015) como à resolução de problemas em geral (Barbosa, 2016; Vale, 2000) ou ainda à resolução de problemas com tecnologias (Amaral, 2016; Jacinto, 2017). As teses inseridas na categoria raciocínio referem-se ao desenvolvimento do raciocínio proporcional no 2.º ciclo (Silvestre, 2011), ou ao raciocínio dedutivo no ensino secundário em geometria (Neto, 2009). Sobre a comunicação matemática foram realizadas duas teses com professores do 1.º ciclo (Guerreiro, 2012; Menezes, 2004) e uma com professores dos 2.º e 3.º ciclos (Martinho, 2007), tendo como característica comum o facto de terem sido realizados em ambientes de natureza colaborativa. Existe apenas uma tese sobre demonstração (Rodrigues, 2009) e duas sobre

argumentação (Boavida, 2005; Gil, 2013) que poderiam ter sido incluídas no tema raciocínio, mas optei por separar.

Tabela 9. Dissertações de mestrado sobre temas curriculares transversais

Temas	Pré-escolar	1.º CEB	2.º CEB	3.º CEB	Sec	F.I.
Resolução de problemas	-	5				
Investigações		3	1			1
Raciocínio		1		1	1	
Comunicação		3	1			

Tal como os estudos de doutoramento, o maior número de dissertações identificadas são na temática da resolução de problemas e na das atividades de investigação seguida pela da comunicação. O desenvolvimento do raciocínio é aquele em que identifiquei menos estudos.

Outras temáticas

Os jogos são objeto de estudo em, pelo menos, duas teses de doutoramento, uma que analisa o papel dos jogos na aprendizagem da matemática do 1.º ao 6.º ano de escolaridade (Ferreira, 2014) e outra que estuda a adaptação dos jogos para alunos com baixa visão e cegueira (Dias, 2013). Também identifiquei uma dissertação de mestrado desenvolvida no 1.º ciclo sobre o papel do lúdico na aprendizagem. Existe ainda a tese de doutoramento de Albino (2017) enquadrável nas necessidades educativas especiais, com alunos surdos. Esta autora já tinha na sua dissertação de mestrado trabalhado com alunos surdos. O papel dos materiais manipuláveis na aprendizagem, nomeadamente o geoplano, é objeto de estudo em pelo menos duas dissertações de mestrado, uma realizada no 1.º ciclo e outra no 2.º ciclo do ensino básico. A utilização e o papel de diferentes tecnologias como a calculadora, a calculadora gráfica e programas de geometria dinâmica são objeto de estudo em diferentes teses e dissertações.

Relativamente à avaliação das aprendizagens identifiquei três teses de doutoramento que estudam práticas avaliativas, uma no 3.º ciclo (Semana, 2016) e duas no ensino secundário (Dias, 2013; Monteiro, 2013). Relativamente a dissertações de mestrados existem duas realizadas no 1.º ciclo, uma sobre critérios de avaliação na resolução de problemas e outra sobre avaliação reguladora. No 2.º ciclo foi desenvolvido um estudo sobre práticas de avaliação formativa. Foi ainda identificado um outro estudo de mestrado centrado nas práticas de avaliação sumativa de professores de Matemática e outro sobre as conceções e práticas de avaliação de professores estagiários de Matemática. No ensino secundário foi estudada a utilização do portefólio reflexivo como instrumento de avaliação reguladora. Ainda nesta temática, e relativo ao 12.º ano, também foi realizada uma dissertação de mestrado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise aqui apresentada, com as limitações enunciadas, mostra que muito se avançou na investigação em Educação Matemática neste século XXI. Mostra ainda que a grande maioria dessa investigação inclui indicações para a aprendizagem e as práticas de sala de aula, a que importa dar uma maior divulgação.

Outro aspeto a realçar é o da existência de investigação em educação matemática, ao nível do doutoramento, nos diferentes níveis de escolaridade, sinal do crescimento da investigação em Educação Matemática em Portugal, quando se compara com o que acontecia nos anos 90 do século passado (Ponte, 1993). Como conseguir que os resultados destes estudos sejam potenciados nas salas de aula e favoreçam as aprendizagens em Matemática dos nossos alunos é o desafio que temos de enfrentar.

De notar que a investigação portuguesa tem acompanhado as tendências curriculares internacionais de que são exemplo o grande número de estudos sobre o pensamento algébrico nos primeiros anos ou sobre Organização e Tratamento de Dados, ou ainda a existência de diferentes estudos sobre temas curriculares transversais como a comunicação matemática.

No entanto, os dados apresentados mostram que existem temas ainda muito pouco estudados e onde é urgente haver maior incidência, como o ensino e aprendizagem da Geometria e Medida. Nos temas transversais destaco o reduzido número de estudos sobre o raciocínio. Outra temática pouco estudada é a da avaliação das aprendizagens quer se trate da avaliação reguladora ou da avaliação sumativa.

Referências

- Albino, I. (2017). *Inclusão, transições e matemática: dois estudos de caso sobre percursos académicos de dois estudantes surdos*. Tese doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.
- Amaral, N. (2016). *A criatividade matemática no contexto de uma competição de resolução de problemas*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Barbosa, A. C. C. (2010). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade do Minho
- Bishop, J. (2001). *Mudanças no ensino das funções – a introdução de um novo programa e da calculadora gráfica*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Boavida, A. (2005). *A argumentação em matemática: investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Branco, N. (2013). *O desenvolvimento do pensamento algébrico na formação inicial de professores dos primeiros anos*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Brocardo, J. (2001). *As investigações na aula de matemática: um projeto curricular no 8.º ano*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Campelos, S. (2014). *Desenvolvimento da literacia estatística: uma abordagem no 3.º ciclo*. Tese doutoramento, Universidade Aberta.
- Cardoso, T. P. (2010). *O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro*

- ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Carrapiço, R. C. (2016). *Cálculo mental com números racionais: um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Carvalho, C. (2001). *Interação entre pares: contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Consciência, M. (2014). *A calculadora gráfica na aprendizagem das funções no ensino secundário*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Costa, C. (2005). *Modelo de pensamento visual-espacial: transformações geométricas no início da escolaridade*. Tese doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.
- Delgado, C. (2014). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido do número: um estudo no 1.º ciclo*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Dias, C. (2013). *Jogos matemáticos adaptados à baixa visão e cegueira*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Dias, P. (2013). *Práticas letivas promotoras da regulação da aprendizagem matemática pelos alunos*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Domingos, A. (2003). *Compreensão de conceitos matemáticos avançados: a matemática no ensino superior*. Tese doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.
- Duarte, J. (2011). *Tecnologias e pensamento algébrico: um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de matemática*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Fernandes, D. (2006). *Aprendizagens algébricas em contexto interdisciplinar no ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade do Porto.
- Ferreira, E. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Ferreira, M. D. (2014). *Jogos matemáticos e matemática elementar*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Figueiredo, M. (2017). *Estilos de aprendizagem na disciplina de matemática*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Filipe, N. (2017). *Conhecimento para ensinar estatística em contexto de modelação: um estudo com professores de matemática do ensino profissional*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Gil, P. (2013). *A história da matemática no fomento de uma cultura de argumentação em sala de aula*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Guerreiro, A. (2012). *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: práticas no 1.º ciclo do ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Guimarães, F. (2004). *O desenvolvimento de uma professora de Matemática do ensino básico: uma história de vida*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Guimarães, H. (2003). *Concepções sobre a matemática e a actividade matemática – um estudo com matemáticos e professores do ensino básico e secundário*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Henriques, A. (2010). *O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de atividades de investigação*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Jacinto, H. (2017). *A atividade de resolução de problemas de matemática com tecnologias e a fluência tecno-matemática de jovens do século XXI*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Jorge, R. (2008). *Formação inicial de professores do ensino básico: um*

- percurso centrado na história da matemática*. Tese doutoramento, Universidade de Aveiro.
- Lopes, I. C. (2010). *Uma abordagem curricular em matemática no 3.º ciclo do ensino básico: um estudo de caso em geometria*. Tese doutoramento, Universidade de Aveiro.
- Maia, J. (2007). *Os registos gráficos das crianças no jardim de infância e a aprendizagem da matemática*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Martinho, H. (2007). *A comunicação na sala de aula de matemática: um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Martins, C. (2011). *O desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo do ensino básico: contributos da participação num programa de formação contínua em Matemática*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Martins, J. (2015). *Estudo das atitudes em relação à estatística dos professores do 1.º ciclo e dos professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico*. Tese doutoramento, UTAD.
- Medeiros, K. (2010). *A comunicação na formação inicial de professores de matemática: concepções e práticas de explicação em sala de aula*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva do desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Menezes, L. (2004). *Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Mestre, C. (2014). *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: uma experiência de ensino*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Monteiro, M. R. (2013). *Práticas avaliativas da capacidade de argumentação matemática de alunos do ensino secundário: um estudo com professores de matemática A*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Neto, T. (2009). *O desenvolvimento do raciocínio dedutivo ao nível do ensino secundário: recurso a geometrias planas*. Tese doutoramento, Universidade de Aveiro.
- Nobre, S. (2016). *O desenvolvimento do pensamento algébrico: uma experiência de ensino com alunos do 9.º ano*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Oliveira, H. (2004). *A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Palhares, P. (2000). *Transição do pré-escolar para o 1.º ano de escolaridade: Análise do ensino e das aprendizagens em Matemática*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Pereira, M. (2016). *Um método de ensino com tarefas para mediar significados em matemática: ensino de parâmetros em funções no 11.º ano de escolaridade*. Tese doutoramento, Universidade da Beira Interior.
- Pimenta, C. (2016). *A construção do conhecimento no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Tese doutoramento, Universidade da Beira Interior.
- Pinto, H. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P. (1993). A Educação Matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante*, 2(2), 95-121.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ribeiro, A. (2005). *O cabri-gémètre e a construção de uma nova cultura matemática: um estudo no âmbito da formação inicial de professores do 1.º CEB*. Tese doutoramento, Universidade de Aveiro.
- Rodrigues, M. J. (2015). *A aprendizagem da noção de número e da resolução de problemas aritméticos na triangulação professor, alunos e manual escolar*. Tese doutoramento, Universidade Aberta.
- Rodrigues, M. (2009). *A demonstração na prática social de matemática*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Rodrigues, A. C. (2016). *Conhecimento e práticas de professores em educação estatística: três estudos de caso no 1.º ciclo num contexto de trabalho colaborativo*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Rosa, S. (2015). *A matemática e o ensino da matemática na universidade: concepções dos professores do ensino superior*. Tese doutoramento, Universidade de Évora.
- Santos, L. (2001). *A Prática lectiva como atividade de resolução de problemas: um estudo com três professoras do ensino secundário*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Santos, R. (2015). *O conhecimento de estatística e da sua didática de futuros professores*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Santos, V. (2016). *Ambiente computacional adaptativo e colaborativo para a aprendizagem da Geometria*. Tese doutoramento, UTAD.
- Saraiva, M. (2002). *O conhecimento e o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática: Um projecto colaborativo*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Sardinha, F. (2011). *Histórias com problemas e a sua ligação à promoção da numeracia e da literacia no 1.º ciclo do ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Semana, S. (2016). *Práticas avaliativas de uma professora na promoção da autorregulação da aprendizagem dos alunos em matemática*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Silva, N. M. P. (2011). *Avaliação do impacto da Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo do ensino básico no desenvolvimento e implementação do conhecimento didáctico*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Silvestre, A. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio proporcional: percursos de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Soutinho, F. (2016). *A compreensão de problemas de estrutura aditiva e estrutura multiplicativa por crianças do pré-escolar*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Vale, I. (2000). *Didática da Matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Tese doutoramento, Universidade de Aveiro.
- Ventura, H. (2014). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: uma experiência de ensino no 2.º ciclo do ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Vieira, L. (2014). *Pensamento algébrico no 1.º ciclo do ensino básico*. Tese doutoramento, Universidade do Minho.
- Viseu, F. (2005). *A formação do professor de matemática apoiada por um dispositivo de interação virtual no estágio pedagógico*. Tese doutoramento, Universidade de Lisboa.

LURDES SERRAZINA

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
& UIDEF- INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA