

# Casos multimédia sobre ensino exploratório da Matemática: do retrato de uma prática à formação de professores

HÉLIA OLIVEIRA

ANA PAULA CANAVARRO

LUÍS MENEZES

A tecnologia digital tem sido utilizada, nas últimas décadas, não só no ensino da Matemática mas também em contextos de formação de professores. Esta tem um papel importante, particularmente, ao retratar práticas de sala de aula inovadoras e exigentes como o ensino exploratório, permitindo uma compreensão alargada do que representa e do potencial de tal prática, assim como da complexidade de que esta se reveste. Neste artigo, ancorado no projeto P3M (Oliveira, Canavarro, & Menezes, 2014), damos a conhecer casos multimédia sobre ensino exploratório, em aulas de Matemática, que retiram partido das tecnologias digitais e discutimos as suas potencialidades para a formação de professores.

## RETRATAR E ANALISAR A PRÁTICA DE ENSINO EXPLORATÓRIO

### O ENSINO EXPLORATÓRIO

A perspetiva adotada na construção e orientação dos casos multimédia centra-se na ideia de ensino exploratório, através do qual se pretende levar o aluno a realizar tarefas matemáticas desafiantes e também a colaborar, comunicar, questionar e refletir. A aprendizagem é assumida como um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma atividade matemática, e também da interação com outros, através de processos de negociação de significado (Bishop & Goffree, 1986; Canavarro, 2011; Ponte, 2005).

A este tipo de ensino está subjacente um novo papel para o professor. No apoio ao trabalho autónomo, mais do que explicar, o professor precisa ouvir e compreender cada aluno e promover a sua participação; nos momentos de interação em grande grupo, necessita de orquestrar discussões e sistematizar as ideias centrais, fomentando novas aprendizagens (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014; Chapman & Heater, 2010). Esta perspetiva de ensino exploratório enquadra-se num conjunto de abordagens de ensino centradas no aluno: este levanta questões, explora situações e desenvolve os seus próprios caminhos para a procura de soluções. Não é uma ideia nova, estando presente, de alguma forma, em educadores como Dewey e Polya ou em psicólogos como Vygotsky e Bruner, mas continua pouco representada nas aulas de Matemática devido a múltiplos constrangimentos.

Neste tipo de ensino é dada particular atenção às tarefas matemáticas propostas que podem assumir diversas naturezas, como problemas, investigações ou explorações. Não obstante esta diversidade, reconhecemos-lhes características particulares que potenciam uma atividade matemática significativa:

- partem de uma situação desafiadora e apelativa;
- admitem o uso de diferentes estratégias (e representações) e com diferentes níveis de sofisticação matemática, permitindo ao aluno apoiar-se na sua experiência para as resolver;
- favorecem o pensamento matemático, nomeadamente as capacidades cognitivas de nível superior;
- visam uma compreensão aprofundada dos conceitos e processos matemáticos ou ideias matemáticas.

cas que se ligam com o conhecimento que os alunos constroem nas aulas;

- favorecem a articulação entre os conhecimentos matemáticos (e extramatemáticos);
- permitem evidenciar o que o aluno sabe ou consegue fazer.

O ensino exploratório constitui um desafio às práticas de ensino mais habituais, não só pelas tarefas a propor mas pela própria estrutura de aula, pelos papéis que são exigidos ao professor e aos alunos e pelo reconhecimento da comunicação matemática como elemento fundamental na aprendizagem (Oliveira et al., 2014). Uma aula de ensino exploratório estrutura-se, em geral, em três ou quatro momentos. Por exemplo, Stein et al. (2008) apresentam um modelo em três fases: lançamento da tarefa, exploração pelos alunos, e discussão e sintetização. No nosso contexto adotamos um modelo com quatro fases: introdução da tarefa; realização da tarefa; discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens. Esta organização de aula permite tirar partido do trabalho autónomo dos alunos e da discussão coletiva das suas resoluções para a construção ou aprofundamento de conhecimento matemático (Canavaro et al., 2014).

### O USO DE MATERIAIS MULTIMÉDIA PARA RETRATAR PRÁTICAS EXIGENTES

São diversas as potencialidades que são reconhecidas à tecnologia digital, em particular ao uso de vídeos de aula que possibilitam representar práticas de ensino e facilitam o seu reconhecimento e análise pelos professores (Oliveira et al., 2014). Os vídeos proporcionam um contacto facilitado com práticas reais, de forma bastante completa, dando a conhecer ao professor abordagens ao ensino eventualmente novas ou desafiantes e levando-o a estabelecer conexões com a sua própria experiência profissional e a refletir sobre a sua prática, revendo-se como protagonista da situação e mobilizando conhecimentos que colocaria em ação em situações idênticas à observada (Koc, Peker, & Osmanoglu, 2009). Verifica-se, contudo, a necessidade de focar a sua atenção em aspetos particulares da prática visionada (van Es et al., 2014), nomeadamente no papel do professor e do aluno, natureza do discurso da sala de aula ou pensamento dos alunos. O vídeo é assim encarado como um recurso para a promoção da reflexão sobre a prática, eventualmente entre pares e com apoio de um formador.

Para aceder efetivamente à prática de outro docente, é necessária a observação das suas ações mas também

conhecer as suas intenções, pois o professor age intencionalmente, de acordo com os seus propósitos. Assim, incluímos nos casos multimédia materiais diversos, como entrevistas com os professores visionados ou os seus planos de aula, construindo um recurso multimédia alargado que permite o acesso às ações do professor e também as razões que justificam o seu comportamento, situado em contexto de ensino (Canavaro et al., 2014).

Para desenvolver uma visão holística do ensino exploratório que permita compreender como este pode ser concretizado não é suficiente a análise de alguns episódios de aula esporádicos, mais ou menos pontuais. Assim, proporcionamos nos casos uma visão sequencial de uma aula de ensino exploratório, permitindo aos professores construir uma narrativa mental de uma aula desenvolvida a partir de uma tarefa matemática.

## UM CASO MULTIMÉDIA

Apresentamos de seguida, a título de exemplo, um dos casos multimédia “Subidas e descidas de combustíveis” (Menezes, Oliveira, & Canavaro, 2012). Trata-se de uma reconstrução de uma aula de Matemática do 6.º ano que recorre a diversos artefactos: vídeos de episódios de aula; ficheiros com transcrições de diálogos de aula, resoluções dos alunos e planos de aula; e áudios de duas entrevistas à professora.

A estrutura narrativa do caso multimédia segue-se através dos cinco separadores do caso: (i) Introdução ao caso multimédia; (ii) A tarefa matemática; (iii) A aula; (iv) Reflexão pós-aula; e (v) Passar à prática. Estes separadores incluem menus e submenus que os detalham.

### INTRODUÇÃO AO CASO MULTIMÉDIA

Neste separador inicial, apresentam-se informações sobre o contexto em que decorre a aula, nomeadamente sobre a escola, a professora e a turma. Este caso passa-se numa escola básica portuguesa, numa turma do 6.º ano com 19 alunos, com uma professora experiente e profissionalmente envolvida. Fica-se aqui também a saber qual o propósito da aula e da tarefa matemática proposta: aprofundar o conceito de percentagem.

### A TAREFA MATEMÁTICA

Neste separador apresenta-se o enunciado da tarefa, que retrata uma situação de subida do preço do combustível, seguida de uma descida com o mesmo valor de percentagem (10%). Pretende-se saber o que acontece ao preço final relativamente ao inicial, pedindo aos alunos que justifiquem a sua resposta. Os utilizadores do caso são convidados

a resolver a tarefa e, em seguida, analisá-la em termos didáticos (figura 1), tendo em consideração um conjunto de questões orientadoras (por exemplo, “Que conhecimentos matemáticos estão envolvidos nesta tarefa? Que estratégias de resolução poderão os alunos, do 6.º ano, desenvolver? Como enquadraria esta tarefa no programa do 2.º Ciclo do Ensino Básico?”).

## A AULA

Este separador diz respeito à planificação e concretização da aula, que se desenrola em torno da tarefa matemática. Como se pode observar na figura 2 (barra vertical), a aula desdobra-se nas quatro fases do ensino exploratório (Canavarro et al., 2014). Para cada uma dessas fases é proposta uma reflexão em torno de três aspetos. O primeiro diz respeito à “Preparação” da aula, propondo-se a análise do plano de aula (pdf) e das intenções da professora (áudio da entrevista pré-aula). O segundo aspeto respeita à “Concretização” da aula, sendo apresentados episódios de aula em vídeo (legendados e transcritos em pdf). O terceiro aspeto, designado de “Sintetizando”, pretende contribuir para apoiar a teorização da prática de ensino exploratório, em cada uma das fases de aula (figura 2).

Na “Preparação”, o plano da aula da autoria da professora considera a introdução da tarefa, prevendo um

conjunto de ações que visam a apropriação e a adesão dos alunos à tarefa (por exemplo, leitura do enunciado, formulação de questões para avaliar a compreensão dos alunos) e, simultaneamente, a organização do trabalho dos alunos (por exemplo, definir tempos e produtos esperados).

Na “Concretização” da aula apresentam-se dois episódios desta fase de introdução da tarefa (figura 3). A partir deles, os utilizadores são convidados a refletir sobre as ações concretizadas pela professora para introduzir a tarefa.

Após a “Preparação” e a “Concretização” da aula, surge o “Sintetizando” relativo à fase de introdução da tarefa, que resume numa página A4 as ideias teóricas mais relevantes relativas a esta fase. Através dele e das leituras para que reencaminha (disponíveis no menu “Leituras”) e do trabalho de reflexão realizado antes, os utilizadores têm oportunidade de construir conhecimento didático sobre o ensino exploratório.

Depois de introduzida a tarefa, a aula avança para a nova fase: a realização da tarefa. Os alunos, organizados em grupos de três ou quatro elementos, “atacam” a tarefa. O facto de o enunciado não fazer menção a um valor para o preço da gasolina constitui uma dificuldade. O apoio da professora, através de perguntas, comentários e sugestões, mostra-se essencial para desbloquear o trabalho dos alunos. Esta tem a preocupação de não diminuir o nível cognitivo da tarefa,

projeto P3M

Seminário 2014

Seminário 2013

Casos Multimédia

Leituras

Materiais para a aula

Logout

Caso2: Subidas e descidas dos combustíveis (2.º ciclo)

Gasóleo

Introdução ao caso multimédia

A tarefa matemática

A aula

Reflexão pós aula

Passar à prática

Questões sobre a tarefa

### A tarefa matemática

Nesta parte do caso apresentamos-lhe a tarefa matemática que foi proposta aos alunos. Sugerimos que comece por **resolver a tarefa** e em seguida faça a **análise da tarefa** de acordo com um conjunto de questões orientadoras.

**Tarefa “Subidas e descidas dos combustíveis”**

Como já deves ter dado conta, os preços dos combustíveis variam, com muita frequência, consoante o preço do barril de petróleo.

As bombas de combustível Petrolex Lda aumentaram o preço da gasolina em 10%, o que fez com que os automobilistas protestassem imenso. Perante isto, o Director da Petrolex Lda mandou voltar a baixar o preço da gasolina em 10%.

**Será que a gasolina voltou ao preço anterior? Justifica a tua resposta.**

Figura 1. A tarefa matemática

projeto P3M    Seminário 2014    Seminário 2013    Casos Multimédia    Leituras    Materiais para a aula    Logout

## Caso2: Subidas e descidas dos combustíveis (2.º ciclo) *Gasóleo*

Introdução ao caso multimédia    A tarefa matemática    **A aula**    Reflexão pós aula    Passar à prática

**Introdução da tarefa**

- Preparação
- Plano de aula**
- Intenções da professora
- Concretização
- Sintetizando
- Realização da tarefa
- Discussão da tarefa
- Sistematização das aprendizagens

### Plano de aula

No plano de aula que a professora elaborou está contemplada a fase de Introdução da tarefa. No documento abaixo tem acesso a parte desse plano.

Plano de aula (Parte I): Combustíveis pdf | 74.62 kB  
 Descarregue, por favor, o documento para análise.

### Questões

1. Quais os aspetos a que professora dá atenção no plano de aula relativamente a esta fase de introdução da tarefa?

Use o espaço abaixo para responder a estas questões, não esquecendo de gravar ou imprimir as suas respostas.

Figura 2. A aula

projeto P3M    Seminário 2014    Seminário 2013    Casos Multimédia    Leituras    Materiais para a aula    Logout

## Caso2: Subidas e descidas dos combustíveis (2.º ciclo) *Gasóleo*

Introdução ao caso multimédia    A tarefa matemática    **A aula**    Reflexão pós aula    Passar à prática

**Introdução da tarefa**

- Preparação
- Concretização
- Episódio 1**
- Episódio 2
- Sintetizando
- Realização da tarefa
- Discussão da tarefa
- Sistematização das aprendizagens

### Episódio 1

Este episódio diz respeito à introdução da tarefa, no qual a professora Fernanda procura criar condições para o desenvolvimento do trabalho.

O vídeo pode demorar alguns instantes a descarregar, aguarde, por favor.



Professora - Então vamos gastar a primeira parte desta aula, que eu suponho

0:04 / 2:41

Figura 3. Vídeo do episódio da fase de concretização

dando espaço aos alunos para encontrarem resoluções criativas e eficazes. Tendo em conta os objetivos previstos e a observação que faz do trabalho dos grupos, a professora seleciona as resoluções que pretende ver discutidas em plenário, bem como a sua sequência.

Para a análise da fase de discussão coletiva, os utilizadores começam por encontrar uma secção relativa à preparação desta fase onde coexistem elementos que são prévios à aula (plano e intenções veiculadas na entrevista pré-aula) e as resoluções dos alunos que surgem na aula.

Numa das resoluções ali disponibilizadas, o grupo regista um dos exemplos que experimentou (figura 4). A resposta, embora pouco desenvolvida, representa um passo para a generalização, evidenciando a compreensão que a alteração do preço da gasolina é independente dos exemplos dados, como depois se visualiza num dos episódios disponíveis acerca da discussão coletiva.

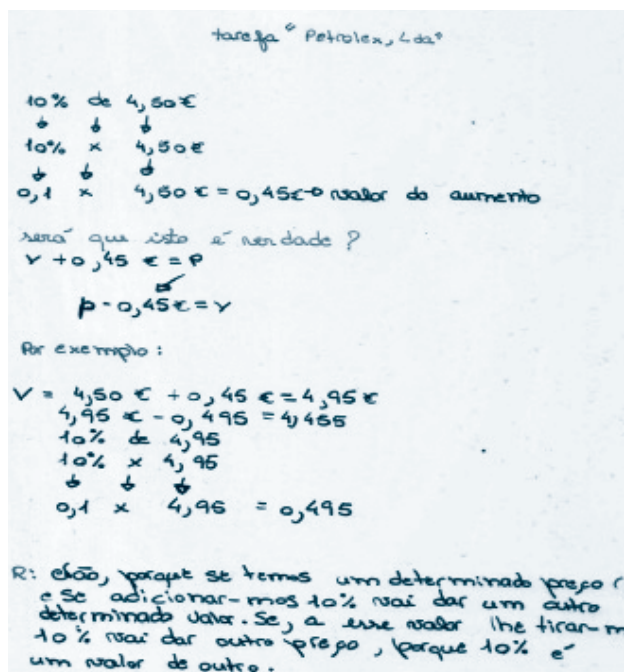


Figura 4. Resolução do grupo 1

Na fase de discussão coletiva, a professora procura promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos, pedindo-lhes explicações para clarificar ideias e justificações dos seus raciocínios. Tal como acontece nas outras fases, propõe-se a análise do plano da professora, que inclui a sequência de diferentes resoluções que antecipa nos seus alunos, bem como a visualização de vídeos de aula em que se observa a orquestração da discussão coletiva pela professora. Deixando para o fim o grupo que mais avan-

çou em termos da generalização, esta prepara já a fase da sistematização das aprendizagens. Relativamente a esta última fase, um episódio vídeo mostra como a professora procura distanciar-se da tarefa em concreto e evidenciar o conceito de percentagem nela subjacente e as suas ligações com outros conceitos matemáticos. Para tal, recorre a tiras de papel colorido e estabelece conexões entre o conceito de percentagem e os de unidade e de número racional. Ancorada na apresentação do último grupo, dirige-se aos alunos:

E aquilo que eu queria agora convosco, pegando um bocadinho nesta ideia deles [o último grupo a apresentar] da unidade, era que pensássemos um pouco, para construirmos uma conclusão geral, todos em conjunto. (...) Então, isto é o vosso preço [mostra uma tira de papel colorido.] (...) O que é que eu tenho de acrescentar aqui à minha tira [no caso de haver um aumento de 10%]?

Os utilizadores do caso são por fim convidados a refletir sobre as intenções e as ações da professora tendo em vista a sistematização das ideias matemáticas relativas ao conceito de percentagem.

## REFLEXÃO PÓS-AULA

Neste separador, os utilizadores têm possibilidade de analisar a reflexão pós-aula da professora relativamente a cada uma das quatro fases da aula, tendo como referência um quadro do ensino exploratório da Matemática (figura 5) por nós construído (Canavarro et al., 2014, p. 229).

Os utilizadores, apoiados em questões orientadoras, são convidados a identificar e relacionar as intenções e as respetivas ações da professora em cada uma das fases da aula, cruzando elementos relativos à preparação, concretização e reflexão da aula.

## PASSAR À PRÁTICA

Neste último separador, propõe-se aos utilizadores que planifiquem uma aula de ensino exploratório da Matemática que seja concretizável. Sugere-se o registo do respetivo registo vídeo e a elaboração de uma reflexão escrita que incida nas ações do próprio professor e nas aprendizagens matemáticas realizadas pelos seus alunos.

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão dos alunos e da turma
<b>Introdução da tarefa</b>	<p><i>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Familiarizar com o contexto da tarefa (material cubos e autocolantes para apresentação)</li> <li>- Esclarecer a interpretação da tarefa (como?)</li> <li>- Estabelecer objetivos (o que se quer saber?)</li> </ul> <p><i>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estabelecer conexões com experiência anterior</li> <li>- Desafiar para o trabalho</li> </ul>	<p><i>Organizar o trabalho dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definir formas de organização do trabalho (grupos de dois alunos para o trabalho autónomo e turma toda para a discussão coletiva)</li> <li>- Organizar materiais da aula (folhas com enunciado da tarefa e cubos e autocolantes para todos os grupos)</li> </ul>
<b>Realização da tarefa</b>	<p><i>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Colocar questões e dar pistas</li> <li>- Sugerir representações</li> <li>- Focar ideias produtivas</li> <li>- Pedir clarificações e justificações</li> </ul> <p><i>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuidar de promover o raciocínio dos alunos</li> <li>- Cuidar de não validar a correção matemática das respostas dos alunos (nem respostas, nem expressões faciais)</li> </ul>	<p><i>Promover o trabalho de pares/grupos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Regular as interações entre alunos</li> <li>- Providenciar materiais para o grupo</li> </ul> <p><i>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pedir registos escritos</li> <li>- Fornecer materiais a usar (acetatos e canetas)</li> </ul> <p><i>Organizar a discussão a fazer:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar e selecionar resoluções variadas (clarificadoras, com erro a explorar, e com representações relevantes)</li> <li>- Sequenciar as resoluções selecionadas</li> </ul>
<b>Discussão da tarefa</b>	<p><i>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pedir explicações claras das resoluções (Porquê?)</li> <li>- Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas</li> <li>- Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas (tabelas e regras escritas como expressões com letras)</li> </ul> <p><i>Regular as interações entre os alunos na discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas</li> <li>- Incentivar a resposta às questões colocadas</li> </ul>	<p><i>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos</li> <li>- Providenciar a reorganização dos lugares/ espaço para a discussão</li> <li>- Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados</li> </ul> <p><i>Gerir relações entre os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definir a ordem das apresentações</li> <li>- Promover e gerir as participações dos alunos na discussão</li> </ul>
<b>Sistematização das aprendizagens matemáticas</b>	<p><i>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico suscitado pela exploração da tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar representações produtivas para obter generalizações (tabela)</li> <li>- Reconhecer o valor de uma regra com letras</li> </ul> <p><i>Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Evidenciar ligações com conceitos matemáticos e procedimentos anteriormente trabalhados (ideia de regra com letras; ideia de operação inversa).</li> </ul>	<p><i>Criar ambiente adequado à sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Focar os alunos no momento de sistematização coletiva</li> <li>- Promover o reconhecimento da importância de apurar conhecimento matemático a partir da tarefa realizada</li> </ul> <p><i>Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Registo pela professora em acetato que previamente estruturou</li> </ul>

Figura 5. Quadro de ensino exploratório

## USO DOS CASOS MULTIMÉDIA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Os casos multimédia têm vindo a ser usados na formação de professores da responsabilidade de elementos da equipa do P3M. Na formação inicial, os casos têm sido explorados em sequências de aulas das unidades curriculares da área da Didática da Matemática, relativas a cursos de mestrado profissionalizantes de professores de todos os ciclos de escolaridade; na formação contínua, têm suportado a realização de oficinas de formação de grupos de professores preferencialmente provenientes do mesmo agrupamento de escolas.

Aparte diferenças resultantes das adaptações aos públicos-alvo e seus contextos de prática, a formação tem seguido linhas orientadoras comuns, tirando partido das potencialidades dos casos multimédia com vista ao desenvolvimento profissional dos formandos. Destacamos três ideias fortes dessas linhas orientadoras.

Em primeiro lugar, a formação tem privilegiado o conhecimento aprofundado do caso multimédia por parte dos formandos. A completude e realismo dos casos multimédia relativamente à prática de ensino exploratório é fundamental. Os diversos artefactos relativos à aula, desde o plano de aula às produções matemáticas dos alunos, e os vídeos de episódios de todas as fases da aula, proporcionam aos formandos o acesso efetivo a uma prática de ensino complexa que assim lhes é dada a observar e analisar, livre de eventuais condicionalismos que são próprios do dia-a-dia de uma escola. Também conhecer de viva voz as perspetivas, opções e explicações das professoras protagonistas dos casos, confere racionalidade à realidade observada, potenciando a compreensão das intenções que estão por detrás da prática e que a orientam. Assim, a formação realizada, tanto a inicial como a contínua, tem dedicado um tempo suficientemente prolongado ao conhecimento dos casos pelos formandos (uma média de 12h presenciais), beneficiando também da possibilidade de poderem aceder ao caso em estudo fora do contexto formativo, em regime autónomo.

Em segundo lugar, a formação tem tido uma dinâmica interrogativa e reflexiva, beneficiando da natureza reflexiva do caso, estimulada pelo facto de os formandos trabalharem em grupo. As questões que o caso vai colocando relativamente a diversos aspetos desta prática promovem a reflexão dos formandos sobre a prática de ensino exploratório. As respostas dos formandos a essas questões, elaboradas no seio do grupo e registadas por escrito, encontram lugar para debate em momentos plenários que a formação

tem consignado para interação coletiva, nos quais existe a possibilidade de discussão das diversas visões e dúvidas que vão surgindo, bem como a sistematização de conhecimento partilhado sobre esta prática de ensino, orquestrada pelo/a formador/a. Esta reflexão sobre a prática de ensino exploratório, na formação inicial, desperta o aparecimento das conceções que os estudantes, futuros professores, têm acerca do ensino da Matemática, marcadas pelas vivências prévias, quase sempre muito tradicionais; na formação contínua, esta reflexão favorece a confrontação com as práticas regulares de ensino dos próprios professores. Em qualquer dos dois contextos, esta dinâmica de formação aproxima-se do exercício da prática de ensino exploratório, desta vez tomando-a como objeto.

Em terceiro lugar, a formação tem valorizado a relação teoria-prática que os próprios casos têm já imbuída. Esta relação culmina na proposta de realização de uma aula de ensino exploratório por parte de cada grupo de formandos, com o apoio do formador na fase de planificação para lhes dar *feedback*. Estas experiências de ensino são apresentadas em plenário para partilha com os restantes formandos. A concretização desta intervenção de “passar à prática” é geralmente vista como um grande desafio pela maioria dos formandos e beneficia em muito dos recursos teóricos constantes no caso, em especial do quadro do ensino exploratório da Matemática que serve de guia na preparação e condução da aula. Este quadro tem também servido de suporte à reflexão posterior sobre as experiências de ensino realizadas, proporcionando focos específicos relevantes para ancoragem da reflexão. Na formação contínua, o “passar à prática” concretiza-se nas turmas dos próprios professores; na formação inicial, têm existido duas possibilidades: ou na prática de ensino supervisionada ou em aulas de alguma unidade curricular do curso na qual a turma dos futuros professores funcione como contexto de experimentação.

### A CONCLUIR

Os casos multimédia do P3M constituem um recurso poderoso e versátil que as tecnologias digitais possibilitam. Constituírem-se como possibilidade de acesso a práticas curriculares complexas, oferecendo uma representação real e completa desse objeto multifacetado – com facetas dinâmicas como a comunicação e a experiência matemática dos alunos – é, por si só, uma mais-valia para a formação relativa ao ensino exploratório. Mas é-o enquanto oportunidade de análise e reflexão sobre a prática de ensino, sustenta-

da na relação teoria-prática, partilhada em interação entre pares mediada pelo formador, que proporciona a construção de conhecimento didático sobre esta prática de ensino da Matemática. A formação beneficia em muito dos casos, que são uma ferramenta ímpar, mas não se basta neles. Tal como em outros contextos de uso de tecnologias digitais, estas abrem múltiplas possibilidades que seriam vedadas na sua ausência, mas são as pessoas, formadores e formandos, e as suas interações que criam dinâmicas formativas que geram conhecimento relevante e útil para as práticas futuras.

## Referências

- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2014). Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 217-233). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Chapman, O., & Heater, B. (2010). Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 445-458.
- Koc, Y., Peker, D., & Osmanoglu, A. (2009). Supporting teacher professional development through online video case study discussions: An assemblage of preservice and inservice teachers and the case teacher. *Teacher and Teacher Education*, 25, 1158-1168.

Menezes, L., Oliveira, H., & Canavarro, A. P. (2012). Subidas e descidas dos combustíveis (2.º ciclo) – caso multimédia. In *Site do Projeto P3M, Práticas Profissionais de Professores de Matemática*. (<http://p3m.ie.ul.pt/caso2-subidas-e-descidas-dos-combustiveis-2-ciclo>)

Oliveira, H., Canavarro, A. P., & Menezes, L. (2014). Casos multimédia na formação de professores que ensinam Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 437-472). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. (disponível em <http://www.ie.ulisboa.pt>)

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.

van Es, E., Tunney, J., Goldsmith, L. T., & Seago, N. (2014). A framework for the facilitation of teachers' analysis of video. *Journal of Teacher Education*, 65(4), 340-356.

**HÉLIA OLIVEIRA**

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

**ANA PAULA CANAVARRO**

Universidade de Évora

**LUÍS MENEZES**

Instituto Politécnico de Viseu

## MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

### A ÁREA DO ESTÁDIO DA LUZ

As tecnologias atualmente disponíveis podem (e devem) alterar profundamente não só a forma de ensinar e aprender matemática, mas também a nossa atitude perante os problemas e interrogações que nos surgem.

Para além do habitual uso que fazemos da tecnologia nas nossas aulas, aproveitando o seu enorme *poder de visualização*, devemos ir mais longe e usá-la como instrumento de investigação. O nosso ensino será muito mais rico e útil se conseguirmos que os alunos se habituem, não apenas a responder às perguntas que lhes fazemos, mas sobretudo a colocar interrogações e conjeturas e a tentar ultrapassá-las com os conhecimentos e meios disponíveis. Neste aspeto, a tecnologia, abrindo possibilidades alargadas de experimentar e testar rapidamente, permite que as investigações se façam com muito mais eficiência e em menos tempo.

Pensamos que o nosso papel de professores não é apenas ensinar conteúdos. É também o de criar e desenvolver o espírito crítico e de investigação, aproveitando todos os meios que a sociedade nos disponibiliza.

A atividade que aqui se propõe vem precisamente nesta linha. É uma das que se apresentam no artigo *A Curiosidade Matemática e a Tecnologia* desta revista e destina-se a alunos do ensino secundário. Usando várias tecnologias, pode-se descobrir que área tem o Estádio da Luz.

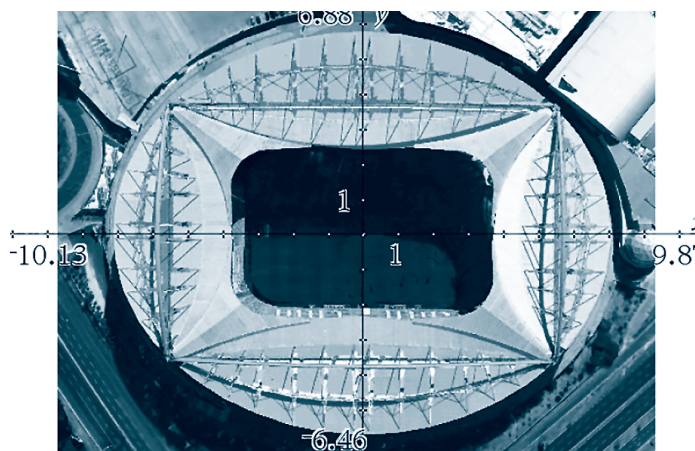
**JOSÉ PAULO VIANA**



## A ÁREA DO ESTÁDIO DA LUZ

Usando algumas das tecnologias hoje disponíveis, vamos descobrir a área do Estádio da Luz.

1. Na Internet, procura um mapa com fotografia aérea da cidade de Lisboa (por exemplo, o *GoogleMaps*). Faz uma ampliação de forma que se veja claramente o Estádio da Luz. Verifica se estão visíveis o centro do campo e pelo menos uma das balizas.
2. Como se vê, o estádio tem a forma de uma elipse. Reorienta o mapa de modo a que o eixo maior do estádio fique na horizontal. Faz uma captura de ecrã, apanhando apenas o estádio.
3. Transfere a imagem obtida para a tua máquina gráfica *Ti-Nspire* (ou similar), colocando-a numa página de *Gráficos*. Arrasta a página de modo que a origem do referencial coincida com o centro do campo de futebol. Confirma que o eixo passa pelo meio das balizas.



4. Temos agora de fazer com que a escala do referencial coincida com a realidade. Considera o hectómetro (100 metros) como unidade de medida. Como o comprimento do campo de futebol é de 105 metros (medida oficial da UEFA), a distância do centro do campo a uma das balizas é de 52,5 metros. Cria o ponto de coordenadas  $(0,525; 0)$  ou  $(-0,525; 0)$  e, alterando a escala, faz com que ele coincida com a baliza correspondente.
5. Cria o ponto  $O$ , origem do referencial, um ponto  $P$  na extremidade do semieixo maior da elipse e um ponto  $Q$  na extremidade do semieixo menor. Pede agora as distâncias de  $O$  a  $P$  e a  $Q$ .
6. No editor de funções, escreve a equação da elipse conhecidos os semieixos (escolhe *1: Introdução/Edição de gráficos*, *3: Modelos de equações*, *4: Elipse*). Verifica que a elipse coincide com a forma do estádio.
7. Mantendo-te nesta página, usa o comando que te dá a área da elipse. Em alternativa, numa página de cálculo, usa a fórmula da área da elipse, conhecidos os seus semieixos.