

# Raciocínio estatístico com recurso ao programa *TinkerPlots*

MARISA GREGÓRIO

Como professora de Matemática do 2.º Ciclo questiono-me regularmente sobre o papel e a conexão entre a Matemática curricular, a que vem descrita nos documentos oficiais e a dita Literacia Matemática, aquela que entendo estar ao dispor da sociedade e que permite ao cidadão enfrentar e interpretar o dia a dia com relativa segurança e eficácia. Vivendo nós cada vez mais numa sociedade tecnológica, é no mínimo incoerente que o atual programa de Matemática para o ensino básico não contenha uma única vez a palavra *tecnologia*. Também não deixa de ser curioso que a palavra *investigações* seja omissa neste documento.

É indiscutível o potencial da tecnologia em todos os domínios da matemática, contudo pretendo destacar neste artigo a sua importância no domínio da organização e tratamento de dados. O computador pode ser um instrumento fundamental no trabalho a realizar neste tema, uma vez que permite que os alunos se concentrem na análise de dados e na interpretação de resultados, oferecendo vastas possibilidades de organizar e representar dados em diferentes representações.

Parece-me ser possível afirmar que, ao nível do ensino básico, é feito algum trabalho com os alunos no Excel, mas, e não querendo menosprezar esta ferramenta, parece-me que esse trabalho se resume, na maioria das vezes, a representações *standard* dos dados. O aluno elabora uma tabela a partir da qual escolhe uma representação, normalmente um gráfico de barras ou um gráfico circular.

Existem, porém, outras ferramentas úteis para trabalhar na organização e tratamento de dados. O *TinkerPlots™ Dynamic Data Exploration*, por exemplo, é um programa de análise de dados que proporciona um ambiente de aprendizagem propício ao desenvolvimento do raciocínio estatístico inferencial (Ben-Zvi, 2007). O *Tinkerplots* é um ambiente de aprendizagem interativo e dinâmico que permite construir e avaliar criticamente representações visuais construídas pelos alunos e tem o seu foco principal no estabelecimento de relações entre variáveis. A análise e interpretação de dados através das representações construídas pelos alunos constituem um momento do trabalho que lhes pos-

sibilita estabelecer relações e conjeturas que podem ser o ponto de partida para novas investigações.

Este *software* apresenta um interface de uso fácil e apelativo. O ecrã consiste numa página em branco com uma barra de menus no topo e possui um sistema de cartões para a organização dos dados (cada cartão contém a informação relativa a um caso – as variáveis, que é automaticamente carregada numa tabela). As representações gráficas aparecem num arranjo aleatório no ecrã com os pontos (casos) coloridos para a variável selecionada no cartão. Se a variável é qualitativa é atribuída uma cor distinta para cada categoria, no caso das variáveis quantitativas contínuas é atribuída uma cor ao longo de um gradiente.

Existe a possibilidade de obter uma grande variedade de representações gráficas informais, para além das representações formais tradicionalmente utilizadas, dando ao aluno o poder de escolher a representação que melhor expõe o seu raciocínio. Estas representações são construídas intuitivamente realizando ações simples como “arrastar” e/ou usando um conjunto operadores informais que organizam os dados e atualizam de modo dinâmico as representações de dados ajudando a identificar padrões. A manipulação dos dados permite, ainda, que os alunos relacionem até três variáveis em simultâneo e analisem dados através de várias medidas estatísticas.

Desta forma, o *TinkerPlots* apresenta várias características que podem facilitar o desenvolvimento do raciocínio estatístico:

- Potencializa a conexão entre os dados e o problema sob investigação;
- Materializa os dados;
- Facilita as relações entre as variáveis em estudo;
- Promove outras formas de comunicação matemática que envolvem outros aspetos para além do cálculo;
- Desenvolve o discurso (argumentos/ideias estatísticas);
- Permite a exploração de diferentes tipos de justificação matemática.

Um outro aspeto que importa realçar é o facto de o *software* possuir um conjunto de tutoriais e tarefas já elaboradas com dados que permitem explorar diversos conteúdos estatísticos.

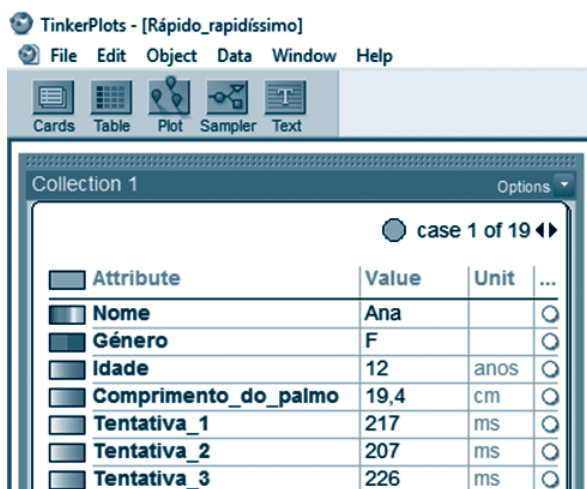
## O TINKERPLOTS NA SALA DE AULA – TAREFA “RÁPIDO RAPIDÍSSIMO”

A tarefa proposta foi apresentada a alunos do 6.º ano sob a forma de desafio: pretendia-se medir com uma régua o tempo de reação dos alunos para agarrar uma régua entre o polegar e o indicador, após esta ser largada sem os avisar. A régua, elaborada em cartolina, tinha uma dupla graduação, em centímetros e a respetiva conversão para milésimas de segundo. Os alunos registavam numa folha os resultados das três tentativas.

Após a recolha dos dados, estes eram introduzidos no programa. No guião da tarefa<sup>1</sup> era proposto aos alunos a formulação prévia de conjeturas. As conjeturas dos alunos foram apresentadas oralmente em grande grupo: “Os rapazes são mais rápidos que as raparigas”; “Na terceira tentativa os alunos obtêm melhores resultados”; “Os alunos com um palmo maior são mais rápidos”; “Os alunos mais velhos são mais rápidos”.

### Alguns resultados...

Após a introdução dos dados no programa, os alunos trabalharam em pequeno grupo com o objetivo de analisar os dados e procurar representações que pudessem validar as conjeturas iniciais. Atendendo às conjeturas formuladas pelos alunos foi necessário introduzir, para além do tempo de reação das três tentativas, os dados referentes à idade, género e comprimento do palmo (figura 1).



| Attribute            | Value | Unit | ... |
|----------------------|-------|------|-----|
| Nome                 | Ana   |      |     |
| Género               | F     |      |     |
| Idade                | 12    | anos |     |
| Comprimento_do_palmo | 19,4  | cm   |     |
| Tentativa_1          | 217   | ms   |     |
| Tentativa_2          | 207   | ms   |     |
| Tentativa_3          | 226   | ms   |     |

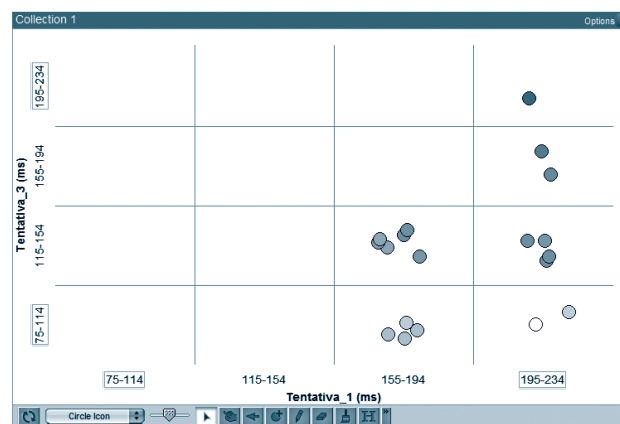
**Figura 1.** Variáveis consideradas para a análise dos dados obtidos.

Foram várias as representações realizadas pelos alunos, ao longo do trabalho de grupo, e muitas as discussões entre os elementos de grupo na procura da representação que melhor justificava a análise dos dados. Esta fase exige ao professor o apoio na leitura das representações informais feitas pelos alunos, pois nem sempre estas justificam o que eles pretendem afirmar. Contudo, é desta discussão que pode resultar uma melhor interpretação dos dados.

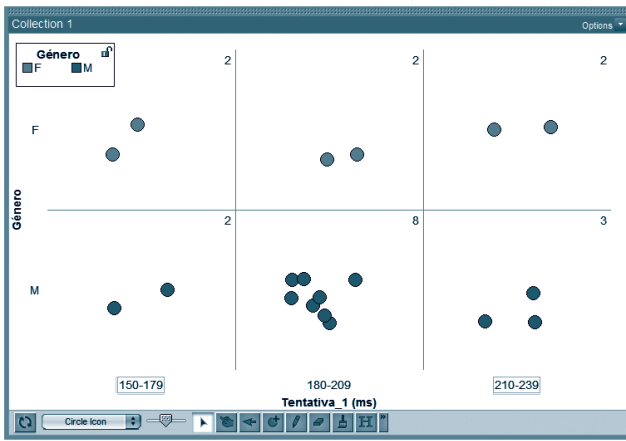
Uma das representações informais que surgiu permite relacionar a primeira e a terceira tentativa para cada aluno, verificando-se que houve uma melhoria dos resultados obtidos da primeira para a terceira (figura 2). Observa-se que, na primeira tentativa, não houve alunos que tivessem realizado um tempo inferior a 155 milésimas de segundo, enquanto na terceira tentativa a maioria dos alunos realizou um tempo inferior a 155 milésimas de segundo.

Numa leitura mais pormenorizada é possível observar que apenas um aluno se manteve na mesma classe de tempo (195-234) da primeira para a terceira tentativa, dois dos alunos apenas conseguiram melhorar ligeiramente o seu desempenho passando da classe (195-234) para a classe (155-195) e que outros dois melhoram significativamente ao passar da classe mais lenta (195-234) na primeira tentativa para a classe mais rápida (75-114) na terceira tentativa.

Certas representações também nos mostram, por vezes, que não podemos tirar conclusões com os dados disponíveis. Com a representação seguinte não podemos validar a conjetura feita pelos alunos de que os rapazes seriam mais rápidos do que as raparigas (figura 3), dado que estas aparecem distribuídas de forma homogénea nos três intervalos considerados. É importante salientar que esta amostra era desequilibrada relativamente ao género, uma vez que a turma era constituída por seis raparigas e treze rapazes.

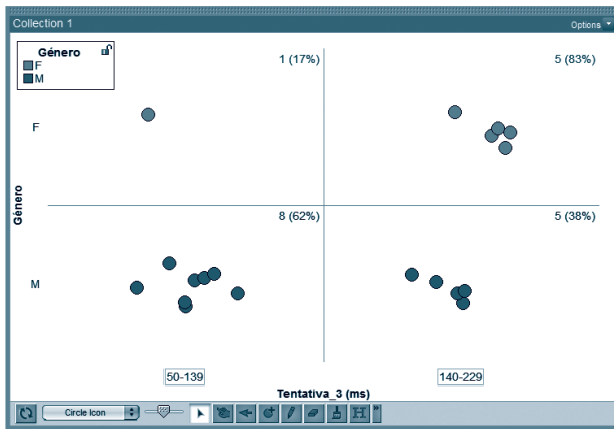


**Figura 2.** Relação entre os dados obtidos na primeira e terceira tentativa. No ecrã é possível observar as cores dos dados ao longo de um gradiente.



**Figura 3.** Relação entre o tempo de reação na primeira tentativa e o gênero. No ecrã é possível observar duas cores distintas associadas a cada uma das categorias.

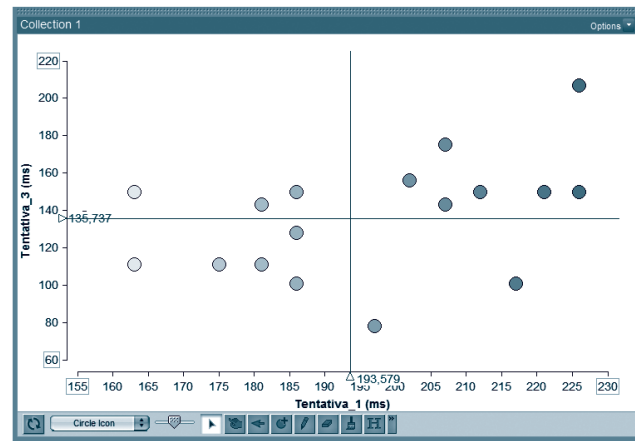
Já a representação seguinte (figura 4) apresenta evidência de que na terceira tentativa as raparigas não melhoraram tanto os seus resultados quanto os rapazes. De facto, apenas uma rapariga conseguiu obter um tempo inferior a 140 milésimas de segundo, melhorando assim o seu resultado relativamente à primeira tentativa.



**Figura 4.** Relação entre o tempo de reação na terceira tentativa e o gênero.

Este programa também permite comparar distribuições usando a média ou a mediana. Os alunos facilmente podem comparar, por exemplo, as médias relativas a duas variáveis distintas da mesma população, como é evidente na figura 5, em que está representado o valor da média da primeira e da terceira tentativas para o conjunto dos alunos da turma.

A média na primeira tentativa foi de 194 milésimas de segundo e na terceira foi de 137 milésimas de segundo. Podendo concluir uma melhoria nos reflexos de aproximadamente 57 milésimas de segundo da primeira para a terceira tentativa. Podemos também observar que cinco alunos



**Figura 5.** Relação entre a média dos tempos de reação na primeira tentativa e na terceira tentativa. No ecrã é possível observar as cores dos dados ao longo de um gradiente.

conseguiram obter um tempo inferior à média (e por isso foram os que perante esta atividade mostraram ter melhores reflexos) quer na primeira quer na terceira tentativa.

No final do trabalho realizado em grupo, os alunos apresentaram à turma as suas conclusões.

Nesta fase a professora tenta confrontar diferentes representações e levar os alunos a argumentar qual a que melhor evidencia a validade ou não das conjecturas realizadas no início da aula.

#### Para refletir...

“O raciocínio estatístico é o modo como os indivíduos raciocinam com ideias estatísticas e atribuem significado à informação estatística, englobando a compreensão e a capacidade de explicar os processos estatísticos.”

(Ben-Zvi & Garfield, 2004)

O raciocínio estatístico envolve entre outras ações a realização de interpretações com base em conjuntos de dados, representações ou sumários estatísticos de dados e tem subjacente a compreensão concetual de ideias estatísticas importantes, tais como variação, distribuição, centro, dispersão, associação e amostragem ou a combinação de ideias sobre dados e incerteza que conduz à realização de inferências (Garfield & Gal, 1999).

Os aspetos apresentados pretendem ilustrar, embora que numa forma muito resumida, as potencialidades do uso da tecnologia na exploração de tarefas de investigação. A tarefa proposta aos alunos revelou-se muito aliciante, não só pelo contexto, como pela forma de recolha dos dados, o que em muito contribuiu para dar significado às representações obtidas no seu tratamento. As características do

*TinkerPlots* permitem que o aluno tenha sempre presente não apenas a amostra mas cada dado e a influência deste na amostra, ajudando, desta forma, a construir o conhecimento de modo ativo, “fazendo” e “vendo” estatística, e a refletir sobre fenómenos observados (Konold & Miller, 2005).

O facto de os alunos poderem comparar duas variáveis através da interpretação de padrões e tendências nos dados apela de forma significativa para o raciocínio estatístico. O desenvolvimento do raciocínio estatístico é feito à medida que o aluno procura representações que possam validar as suas conjecturas e através das discussões geradas na comunicação dos resultados obtidos. Será possível também desenvolver o raciocínio inferencial, uma vez que a análise dos dados obtidos na amostra poderá levar à formulação de novas conjecturas relativamente à população considerada. O foco nas ideias estatísticas possibilita consolidar e aprofundar conceitos e processos complexos, trabalhando-os nos níveis mais elementares a partir de ideias intuitivas dos alunos (raciocínio inferencial, covariação, distribuições).

Para desenvolver o raciocínio estatístico dos alunos é especialmente importante a prática de análise de dados e de resolução de problemas reais, suportada pelos múltiplos recursos tecnológicos hoje disponíveis, ao longo de toda a escolaridade. Para isso, é fundamental que o papel desta disciplina seja reforçado nos programas do ensino básico, sobretudo nos níveis mais elementares, e criar condições para que as escolas apostem na vertente tecnológica, a partir de políticas educativas com permanência no tempo (Oliveira & Henriques, 2014).

A exploração dos dados a partir do programa *TinkerPlots* preconiza a grande importância das representações na forma de pensar, comunicar e tomar decisões, o que a meu ver é um dos objetivos principais da estatística e que cons-

tituiu um grande avanço relativamente a outro tipo de *software*. Contudo, este ainda precisa de um maior investimento e reflexão no nosso contexto para melhor compreender as suas potencialidades.

#### Notas

[1] Encontra a formulação desta tarefa na secção Materiais para a aula de Matemática, neste número da revista.

#### Referências

- Ben-Zvi, D. (2007). Reasoning about Informal Statistical Inference (SRTL-5). *ISI Newsletter* 31(2), 27.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J. B., & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing students' statistical reasoning. Connecting research and teaching practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Emeryville, CA: Key College Publishing.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 207-219). Reston, VA: NCTM.
- Konold, C., & Miller, C. D. (2005). *TinkerPlots: Dynamic data exploration*. [Computer software] Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Oliveira, H., & Henriques, A. (2014). Promover o raciocínio estatístico no ensino básico recorrendo à tecnologia: Um projecto de investigação e desenvolvimento. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Estatística, Outono*, 23-31.

MARISA GREGÓRIO

Agrupamento de Escolas Marquesa de Alorna

### MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

O material para aula de matemática que aqui propomos foi baseada na tarefa apresentada no artigo “Raciocínio estatístico com recurso ao programa *Tinkerplots*”. Pode ser adaptado a uma versão sem esta tecnologia, embora essa opção lhe retire algumas potencialidades.

Destina-se a alunos do 2.º ciclo, podendo ser explorada mais aprofundadamente no 3.º ciclo. Esta tarefa tem como objetivo envolver os alunos em algumas das fases de uma investigação estatística e sugerimos a sua realização em grupo. Num primeiro momento é apresentada a tarefa e é pedido aos alunos que formulem questões/conjeturas que possam ser respondidas com os dados recolhidos da turma. Após uma exploração destas questões/conjeturas é então pedido aos alunos que recolham os dados e resolvam as questões apresentadas no guião. No final é discutido em plenário de turma as respostas dadas pelos alunos e cada grupo apresenta os seus argumentos fase às questões/conjeturas levantadas inicialmente.

MARISA GREGÓRIO

Agrupamento de Escolas Marquesa de Alorna

## RÁPIDO, RAPIDÍSSIMO

Hoje vamos medir os reflexos!

1. Lê com atenção o protocolo da experiência:

**Material:** Régua de reflexos e folha de registo

**Procedimento:** Pede a um colega para segurar a régua de reflexos num dos extremos (Oops!). Posiciona o teu polegar e indicador, entre a régua, no extremo oposto (0). Sem avisar ele deverá largar a régua e tu deverás segurá-la o mais rápido possível apenas com os dois dedos. Regista o nível da posição do polegar em milésimas de segundo.

Repete a experiência três vezes.

1. 1. Identifica e classifica a variável envolvida na experiência descrita anteriormente.

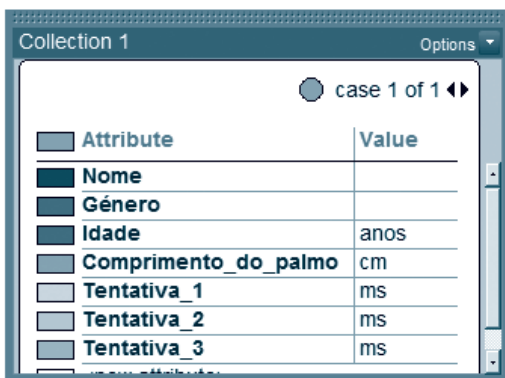
1. 2. Regista os dados obtidos.

| 1. <sup>a</sup> Tentativa | 2. <sup>a</sup> Tentativa | 3. <sup>a</sup> Tentativa |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
|                           |                           |                           |



Agora vamos interpretar e analisar os dados recolhidos na experiência “Rápido rapidíssimo”.

2. Abre o ficheiro Reflexos\_TP, onde encontras os resultados obtidos pela turma.



2.1. Formula conjeturas com base nos dados recolhidos.

Guarda o teu trabalho (File – Save as: nome do grupo\_2\_1).

2.2. Com base em representações gráficas, justifica se as tuas conjeturas são verdadeiras ou falsas.

Guarda o teu trabalho (File – Save as: nome do grupo\_2\_2).