

Nesta secção dos 30 anos da APM, a ex-presidente Rita Bastos, o Núcleo Regional de Évora e o Grupo de Trabalho de Geometria refletem sobre a história da associação, o papel de cada um dos órgãos no desenvolvimento profissional dos professores e no exercício da cidadania, bem como sobre política educativa. Mas, essa história, perpassa por muitos outros artigos, em que sócios, desde fundadores até aos mais recentes, nos dão conta das suas experiências e vivências, dos encontros em que participam e dos grupos em que trabalham, do trabalho nas escolas e da luta para continuar a melhorar a aprendizagem dos nossos alunos. As páginas da *E e M* são, por excelência, um meio de comunicação da nossa associação e de dar voz aos professores. Esperamos o teu contributo.



2006–2008: Tensões, contradições e dilemas



Fui eleita presidente da direcção da APM, juntamente com outras quatro colegas, no ProfMat de Setúbal, em 2006, quando se celebraram os 20 anos da APM. Dez anos depois, é com muitas interrogações ainda que revisito aqueles anos de 2007 e 2008, em que estive à frente da direcção.

Naquela altura havia um grande investimento no ensino da Matemática por parte do Ministério de Educação, designadamente o Plano de Ação da Matemática, em que a própria associação estava envolvida com representantes em várias comissões, sendo que muitas das medidas desse plano tinham surgido por propostas da APM ou por iniciativa de sócios da APM que trabalhavam em colaboração com o Ministério da Educação. Destas medidas destaco, pelo impacto positivo que tiveram, o programa de Formação de Professores dos 1.º e 2.º ciclos, que envolveu muitos associados nossos como formadores que foram trabalhar diretamente nas escolas, em sala de aula, com os formandos; e a medida Planos da Matemática, dirigida ao 3.º ci-

clo, que também contou com muitos sócios da associação, como acompanhantes do trabalho nas escolas, e com duas representantes da APM na Comissão de Acompanhamento do Plano da Matemática. Foi nessa altura também que foi constituída uma comissão para ajustamento do Programa de Matemática do Ensino Básico, que construiu um novo programa, com aspetos inovadores, como sejam a articulação vertical entre os três ciclos, uma vez que se tratava de um programa único, e também uma lógica de ciclo que promovia a autonomia das escolas na gestão do programa em cada um dos anos de escolaridade. Também esta comissão contava com sócios ativos e influentes da APM que estava, portanto, muito comprometida com todas estas medidas da tutela.

Mas este também foi o tempo em que a Ministra da Educação veio criar muitas tensões nas Escolas: alterou o Estatuto da Carreira Docente, criando a figura de professor titular e impondo um sistema de avaliação de professores, medidas estas que foram altamente contestadas pela classe; criou, também, a prova de acesso à carreira docente, que posteriormente viria a dar origem a muitos protestos e quis implicar as associações de professores tanto na construção dessa prova como num sistema de avaliação de manuais escolares, que poderia trazer conflitos de interesses dentro da associação. E todas estas medidas eram acompanhadas de uma projecção mediática, através de uma mobilização dos órgãos de comunicação social, onde a imagem dos professores foi muitas vezes mal tratada, o que teve como consequência grande mal-estar e contestação. Foi nesta altura que aconteceu a maior manifestação de professores alguma vez realizada em Portugal, contra medidas do Ministério da Educação.

Foi neste ambiente que a direção da associação teve que enfrentar vários dilemas e contradições, e acabámos por nos envolver em situações polémicas que não desejámos, e que chegaram a ocupar toda uma primeira página de um jornal nacional, mas não pelas melhores razões: em vez de promover a imagem da associação pelo seu trabalho pela melhoria do ensino da Matemática, os jornalistas preferiram sempre destacar e empolar os conflitos originados pelas tensões referidas.

O ano de 2007 foi também o primeiro ano em que o nosso Centro de Formação deixou de ter o financiamento do PRODEP, que durante vários anos tinha permitido uma grande projeção da associação junto dos professores, através de ações de formação em massa, que eram muito valorizadas pelos professores de Matemática em geral. Foi um novo desafio que tivemos que enfrentar: que futuro para o Centro de Formação? Quando foi criado, no início dos anos 90, tinham sido enunciados alguns princípios orientadores que valorizavam a formação em contexto escolar, na modalidade de projeto e que contavam com o trabalho voluntário dos formadores, como todos os trabalhos realizados por sócios na APM. Pretendia-se que os professores se responsabilizassem pelo seu próprio desenvolvimento profissional, criando projetos de formação a partir de problemas concretos sentidos nas escolas, e que procurassem o apoio do Centro de Formação da APM, que forneceria os formadores para orientar esses projetos. Mas no decorrer dos anos em que houve financiamento, criaram-se alguns hábitos: os professores habituaram-se a que a APM planeasse a sua formação, a necessidade de créditos para progressão na carreira criou outras motivações para fazer formação, e os formadores habituaram-se a ver o seu trabalho de formação remunerado, introduzindo assim algumas contradições entre os princípios enunciados e as práticas. Este é um problema que ainda não foi resolvido até hoje, sendo que o Centro de Formação tem lutado sempre com estas tensões que, em conjunto com outras condicionantes, voltam sistematicamente a ser objeto de debate no conselho nacional e em outras estruturas da associação.

Em novembro de 2007 realizou-se o ProfMat e o SIEM em Angra do Heroísmo, tendo o ProfMat uma participação bastante reduzida relativamente aos encontros anteriores, uma vez que, além de todos os constrangimentos financeiros e de tempo, associados também ao facto de se realizar numa ilha, pela primeira vez não foi autorizada a habitual dispensa especial de serviço aos participantes. Em consequência, em 2008, escolhemos os primeiros dias de setembro para realizar o encontro, em Elvas, sendo que também pela primeira vez o SIEM foi agendado para depois do ProfMat

para possibilitar uma realização conjunta com a *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, em Badajoz. A partir daqui, o ProfMat nunca mais se realizou em época letiva, e nunca mais teve o grande número de participantes dos anos anteriores, muito provavelmente por dificuldades de conciliar os trabalhos nas escolas, cada vez mais exigentes em tempo, com a vida associativa, entre outros motivos.

Em setembro de 2007 a APM publicou a primeira edição do *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*, tradução do original *Principles and Standards for School Mathematics*, da associação norte-americana *National Council of Teachers of Mathematics*. Este trabalho de tradução vinha a ser feito já há uns anos por um grupo de sócios e foi possível esta edição graças ao financiamento do Ministério da Educação, que adquiriu exemplares para todas as escolas, e viabilizou ainda uma segunda edição em junho de 2008.

Durante todo o mandato houve ainda alguns investimentos sem grande sucesso, entre os quais destaco a tentativa de fazer reanimar o Secretariado InterAssociações de Professores (SIAP), e algumas discussões internas que tinham como objetivo produzir documentos que representassem posições claras sobre temas relacionados com a educação: os exames nos ensinos básico e secundário, os pontos críticos dos programas do ensino básico, a avaliação dos professores. Quisemos que essas discussões fossem bastante participadas pelos sócios e nesse aspeto conseguimos alguma mobilização e debate. Mas, tanto no SIAP, como na APM, a tensão entre a busca de consensos e a natural e desejável pluralidade de posições/opiniões colocou sempre dilemas à direção, com os quais tentámos lidar da melhor maneira, mas que se revelaram complicados.

Em suma, e passados quase 10 anos sobre a minha eleição para presidente da direção, eu diria que a história da APM durante o meu mandato foi marcada por um conjunto de tensões, contradições e dilemas que sempre existem e existirão, mas que foram especialmente intensos naquela época. Destaco alguns que me parecem ser ainda relevantes nos tempos atuais, para a reflexão que se pretende sistemática sobre a vida associativa:

- A Associação de Professores de Matemática é uma entidade que se pretende autónoma e independente do poder político, mas que depende dele na medida em que é o Ministério da Educação que permite que alguns sócios trabalhem na associação a tempo inteiro, por mobilidade, e que financia até alguns dos nossos projetos. Por outro lado, a intervenção na política educativa, que está consagrada nos nossos estatutos como sendo um objetivo da associação, tem levado a compromissos com o ministério que nem

sempre nos possibilitam a independência desejada. Além disso, ao fim de 20 ou 30 anos de existência da APM, muitos dos nossos sócios tornaram-se figuras públicas de relevo na Educação Matemática e muitas vezes assumem papéis que podem representar conflitos de interesse com o seu papel de associado e as posições tomadas pela direção. Sobre este assunto, que sentimos particularmente no meu mandato, eu e a Sónia Figueirinhas escrevemos numa reflexão em jeito de balanço, no *APM informação* n.º 89, de julho de 2008:

Como intervir na política educativa, como está escrito nos estatutos, e ao mesmo tempo garantir a nossa independência? Como exercer o nosso papel público e simultaneamente manter a dinâmica interna própria da associação? De certa maneira, sentimos que a APM transbordou e, como consequência, ficou um pouco vazia.

- Um dos aspetos que tem sido sempre enunciado como importante é a imagem pública da associação, nomeadamente junto de pais e encarregados de educação e do público em geral. É preciso, e julgo que nisso estaremos todos de acordo, que a associação tenha uma voz na comunicação social, para que o público compreenda a relevância do nosso trabalho e as posições que defendemos. No entanto, a comunicação social dá-nos especial relevo em questões que nos colocam em causa, como por exemplo os maus resultados nos exames de Matemática ou a saída da Comissão de Acompanhamento dos Planos da Matemática, e ignora as outras questões que queremos ver discutidas. Até hoje, este dilema continua por resolver e poucas têm sido as situações em que conseguimos levar o público a entender e a solidarizar-se com as nossas posições relativamente aos aspetos mais prementes das políticas educativas.

- Os sócios da APM são professores de todo o país, de todos os graus de ensino, de todas as proveniências, e temos orgulho nessa diversidade. Como é natural, existem dentro

da APM posições individuais de todos os tipos. Como conviver com essa pluralidade de posições e, ao mesmo tempo, tomar posições públicas sobre as grandes questões da educação? Julgo ser por isso, e pela pluralidade que se verifica dentro das próprias equipas de direção, que até hoje nenhuma direção teve a coragem de publicar posições claras sobre exames, manuais escolares e outras questões que não deixam de ser importantes na formação matemática dos nossos jovens.

- A Associação de Professores de Matemática viveu muito, durante o seu tempo de crescimento, do trabalho voluntário de muitos sócios que criaram uma dinâmica excecional, reconhecida interna e externamente por todos. Atualmente, a vida dos professores tem vindo a complicar-se, quer no que respeita às colocações quer na quantidade de trabalho e na disponibilidade de tempo que lhes é exigido nas escolas. Não resta tempo nem ânimo para dedicar ao trabalho voluntário e isso é sentido como um dos grandes problemas da associação. Resta saber se há motivação e essa é outra reflexão que é importante fazer — qual deve ser o papel da APM no futuro? Porque é que os professores necessitam de uma associação profissional?

Quando começou, em 1985, a APM era a única organização em Portugal que produzia materiais para o ensino da Matemática, que editava publicações, organizava encontros de professores e investigadores de Matemática, que disponibilizava recursos educativos para utilização dos professores e durante muito tempo foi assim, e a APM cresceu muito. Hoje, há muitas instituições, públicas e privadas, dedicadas a essas atividades e muitos dos recursos de que necessitamos estão na internet, à distância de um clique. E agora, passados 30 anos, o que é a APM e que lugar ocupa, ou deve ocupar?

RITA BASTOS, PRESIDENTE DA APM 2006/2008

Dos núcleos regionais: o caso de Évora



Pelo menos desde meados da década de 60 do século passado que na região de Évora um número significativo de professores de matemática criou o hábito de regularmente se juntarem para discutir do ponto de vista matemático e do

ponto de vista didático-pedagógico pedagógico as suas práticas. Com a explosão da frequência escolar ocorrida após 25 de abril de 1974, chegaram às escolas muitos docentes sem habilitação para lecionar, com diferentes níveis de distintas



formações. A abertura em 1978 da Licenciatura em Ensino na Universidade de Évora faz com que alguns desses professores iniciem ou retomem aí a sua formação. É assim que se juntam, nas escolas e na Universidade, vários colegas, de diferentes gerações, que num cruzar de vivências entre mais velhos e mais novos, uns com vários anos de serviço e outros a iniciarem as suas carreiras, em regra bem acolhidos pelos «velhos» professores da década de 60, ávidos ainda por novos desafios e crentes nas mudanças que sabiam ter de ser feitas, que nasce um grupo de gente disposta a juntar professores dos vários níveis de ensino e refletir sobre temas transversais ao currículo — o primeiro foi a Geometria... Aventuram-se na publicação de uma revista para o ensino da matemática, a *Evoluta*, que rapidamente acolhe assinantes de vários pontos do País. Entretanto, um colega que havia concluído a sua profissionalização tendo como orientadores o Paulo Abrantes e o Raúl de Carvalho, regressa a Évora (o Adérito Araújo), traz vários boletins *Inflexão* e dá nota de que se prepara um encontro nacional de professores — o ProfMat — em Lisboa. E lá estão vários colegas de Évora. Em setembro de 1986 alguns deles (o José Tiago Filipe, o José Carlos Frias...) partem, cheios de ânimo e de vontade para Portalegre — nasce a APM — e o Zé Tiago integra a primeira Direção. Entretanto, para o Departamento de Pedagogia e Educação da Universidade de Évora, na área da matemática, entram os primeiros formados pela própria U.E. (o António Borralho e o Manuel Borrões). As dinâmicas da formação inicial e a sua envolvimento nas escolas potenciam não só a partilha de conhecimentos, a reflexão, novos olhares sobre as práticas, mas também trouxe um novo conjunto de sócios à APM, e em particular ao núcleo regional, que perduram até hoje e que têm continuado a dinâmica do núcleo. Nos ProfMats cada vez mais gente de Évora começa a participar. Em 1992, em Viseu, com um grande contingente eborense presente é tomada a decisão de se constituir um núcleo regional da APM em Évora, o que veio a acontecer. Em abril de 1993 realiza-se a sua primeira iniciativa — o I Encontro Regional na Escola Secundária Severim de Faria. Desde aí não mais se interrompeu essa iniciativa anual, à exceção dos anos em que se organizaram três Encontros Nacionais (1995, 2005 e 2015). O ProfMat de 1995 foi o que reuniu o maior número de participantes de todos os até aí realizados!



O concurso regional de resolução de problemas, o Problematizando, destinado a alunos do 3.º ciclo, realiza-se há 21 anos consecutivos, com a particularidade de em cada ano uma diferente escola do distrito assumir a sua coorganização e as escolas inscritas se espalharem por todo o Alentejo e mesmo por outras regiões.

É fácil perceber que Évora tem algumas particularidades interessantes, que acabam por caracterizar o núcleo regional e influenciar a sua dinâmica de funcionamento. Somos um núcleo com pessoas muito diferenciadas nas ideias que defendem, de gerações distintas, que se desafiam umas às outras, e entre as quais há um respeito mútuo e uma grande amizade. Assim, com o decorrer dos anos, é certo que com dias melhores e outros não, como é natural, a APM e a sua mensagem foi sendo disseminada pelas escolas, pelos docentes, pelos alunos. O núcleo tem um papel de proximidade, tornando-se um facilitador da comunicação entre os sócios locais e a APM e vice-versa, contribuindo desta forma para o desenvolvimento da associação, enquanto organização plural e inclusiva. É por isso que o trabalho dos núcleos regionais, quando feito nesse sentido, não é substituível. A passagem da informação, a construção de opinião partilhada, o conhecimento do pulsar das escolas nas suas sensibilidades regionalmente enraizadas, necessita de núcleos regionais ativos, fortes e motivados para as suas tarefas. Os núcleos regionais são muitas vezes os grandes impulsionadores de iniciativas inovadoras, que com o tempo passam de regionais a nacionais. A APM sem a força dos núcleos era certamente uma associação com menos expressão e uma menor capacidade de mobilização.

Sabemos que estamos num período de grande fragilidade, o que é normal acontecer nas grandes organizações, e não é necessariamente mau... Temos é de saber (re)encontrarmo-nos enquanto associação, por forma a conseguirmos readaptarmo-nos aos novos tempos, indo ao encontro dos novos professores, e às novas realidades da sociedade e das escolas sem nunca perdermos de vista os fundamentos que nos têm regido. E é aqui que na nossa opinião os núcleos (revitalizados), num trabalho estreito com a direção, podem fazer a diferença.

PELA COMISSÃO COORDENADORA,
ELSA BARBOSA, JOAQUIM FÉLIX, SOFIA DELGADINHO



A viagem do GTG (Grupo de trabalho de Geometria) pela E e M

O GTG foi criado em 1995, por iniciativa da direcção da APM, com vista a contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática e a apoiar a intervenção da APM na política educativa, no que diz respeito à Geometria e ao Ensino de Geometria. Desde sempre que alguns dos seus elementos têm alimentado a revista Educação e Matemática com artigos sobre Geometria a título pessoal.

Mas a partir de 2006, revista n.º 88, o grupo passou a colaborar na revista com a publicação de *Notas sobre o Ensino da Geometria*, que são artigos normalmente assinados por elementos do GTG, mas que abordam temas largamente debatidos no seio do grupo e têm o objectivo de partilhar e alargar o debate das suas ideias com outros professores de Matemática. Os temas que têm sido abordados não pretendem ser exaustivos nem têm uma organização sequencial, havendo notas sobre Transformações geométricas e Simetria, Curvas alinhavadas, secção de ouro, ...

Ao fim de 10 anos de colaboração, parece-nos valer a pena visitar essas Notas. Espreitemo-las.

E e M n.º 88, SIMETRIA

De que é que estamos a falar quando falamos de simetria? Por exemplo, quando falamos das simetrias dos gráficos de algumas funções, dos eixos de simetria de algumas figuras ou dos centros de simetria de outras?



Sempre que falamos de simetria, estamos a referir-nos a uma figura, entendida como subconjunto de pontos do plano ou do espaço. Assim podemos falar de simetria, ou simetrias, de uma recta, de um rectângulo, de uma esfera ou de um dodecaedro rômbo, por exemplo, mas também de um desenho artístico ou de uma escultura, desde que entendidos como subconjunto de pontos do plano, no primeiro caso, ou do espaço, no segundo.

É dada uma definição matemática rigorosa de simetria de uma figura do plano — Isometria do plano que deixa a figura globalmente invariante — que permite classificar as figuras planas, sem ambiguidade, quanto às suas simetrias.

Que interesse poderá ter este conceito, de simetria, nos ensinos básico e secundário? Que actividades poderemos propor aos alunos, nos vários níveis, sobre simetria?

São múltiplos os exemplos dados, quer dentro da matemática, quer como ponto de partida para projectos interdisciplinares onde a matemática, em geral, e a geometria, em particular, assumem papéis importantes.

E e M n.º 94, TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Ao falarmos de Transformações Geométricas de que estamos a falar?

Claro de *isometrias*: translacções, rotações, reflexões e todas as compostas destas, assim como de *semelhanças*. Mas não só!

A projecção paralela da *família das afinidades*, ou transformações afins; a projecção central que com todas as afinidades pertence à *família das transformações projectivas*; a *inversão*.

Como explorar estas transformações geométricas?

De que propriedades gozam?

A estas e outras perguntas tais como:

- Como definir transformação geométrica?
- Qual a estrutura algébrica subjacente ao conjunto de todas as transformações geométricas do plano (ou do espaço) com a operação composição?

é aqui dada resposta, assim como é feita referência à unificação e classificação das geometrias, proposta por Félix Klein, no célebre Programa de Erlangen.

Por último são dadas algumas indicações para gerir, todas estas transformações geométricas ao longo de escolaridade, nos ensinos básico e secundário.

E e M n.º 109, A ARTE DE ALINHAVAR CURVAS [I]

Curvas há muitas, simples, belas, ricas de propriedades e aplicações, tais como: as cónicas, as ciclóides, as epicyclóides, as hipociclóides, ... que oferecem um vasto campo de estudo, passível de abordagem desde um nível muito elementar.

No Ensino Básico o programa apenas aborda a circunferência, no entanto, por exemplo, experiências como a simples dobragem de uma folha de papel vegetal, o corte de um cone por um plano podem conduzir à abordagem das cónicas!

Nesta Nota é apresentada outra maneira possível de abordar o estudo das curvas:

- A um nível elementar desenvolvendo um trabalho essencialmente manual. Marcando pontos igualmente espaçados ao longo de linhas rectas ou à volta de circunferências, numa folha de cartolina, unindo-os em seguida ordenadamente com agulha e linha, é possível obter bonitas figuras, e isso pode servir de pretexto para falar de geometria com os alunos;
- A um nível mais avançado a arte de alinhar curvas pode ser encarada como uma actividade essencialmente matemática que nos leva a procurar resposta para perguntas tais como: porque razão surge uma parábola ao unir convenientemente pontos igualmente

te espaçados em cada um dos lados de um ângulo?, o que acontece se em vez de alinhavarmos os lados de um ângulo alinhavarmos duas rectas paralelas?

Neste artigo pode ainda encontrar múltiplos exemplos de figuras obtidas com a replicação da parábola e é deixado o desafio de construção de qualquer um dos modelos construídos, com recurso ao Sketchpad.

E e M n.º 119, A ARTE DE ALINHAVAR CURVAS [II]

Nesta Nota continuamos a alinhar curvas tendo agora como base uma circunferência.

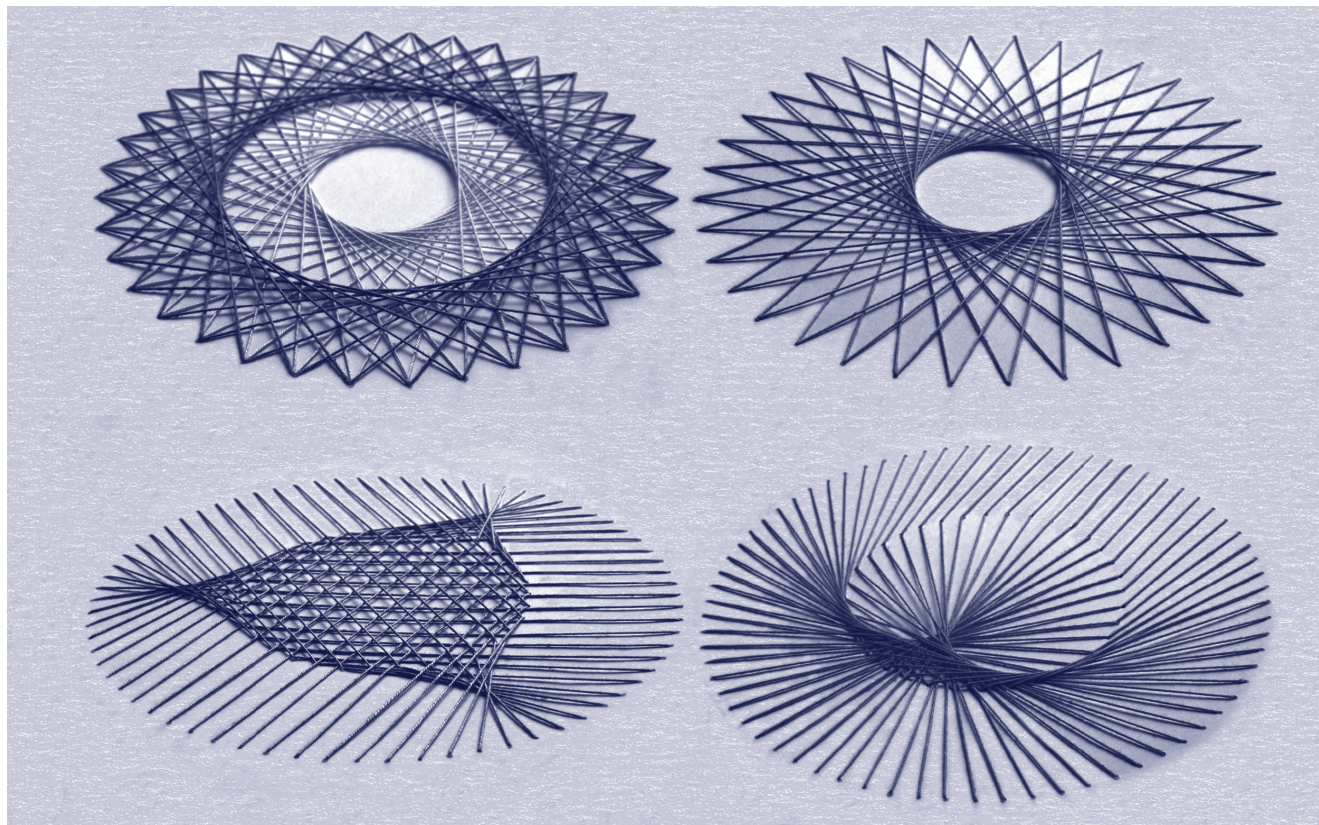
Partindo de:

- uma simples circunferência, obtêm-se uma circunferência e um par de circunferências concêntricas;
- duas circunferências concêntricas, obtêm-se outras curvas sem designação particular.

Como tirar partido destas construções?

Uma vez alinhavada a circunferência podem colocar-se várias questões:

- Como explicar que ao alinhar cordas iguais de uma circunferência se obtenha outra circunferência?;



- Como fazer variar o comprimento das cordas de modo a que o raio da circunferência alinhavada aumente?;
- Se as cordas forem iguais ao raio, qual a razão entre os raios da circunferência de partida e da alinhavada?;
- E se as cordas forem iguais ao diâmetro, o que acontece?

Também aqui é deixado o desafio da construção de qualquer um dos modelos construídos, com recurso ao Sketchpad.

E e M n.º 121, A SECÇÃO DE OURO — PRIMEIROS PASSOS

A *secção de ouro* é um termo inventado no sec XIX para designar a solução de um problema, proposto e resolvido por Euclides que podemos encontrar na *Proposição 11 do livro II*. O enunciado desta proposição é o seguinte:

Seccionar um segmento dado de tal modo que o rectângulo contido pelo todo e por um dos segmentos seja igual ao quadrado sobre o restante segmento.

Que significa para Euclides a palavra *igual*?

A resposta a esta pergunta é aqui dada, assim como é visto como Euclides determina o ponto pedido e demonstra que verifica as condições do enunciado da *Prop. II.11*.

Fica ainda no ar a questão seguinte: para que introduz Euclides, nos *Elementos*, a «secção de ouro»?

E e M n.º 122, DA SECÇÃO DE OURO AO PENTÁGONO REGULAR

O objectivo desta Nota é mostrar como Euclides se serve da razão de ouro para construir o pentágono regular. Embora nos mantenhamos no âmbito da geometria euclídea, os pressupostos e recursos utilizados não são os de Euclides ao escrever os *Elementos*.

Será lícita a utilização de tais recursos?

A resposta a esta pergunta é aqui dada, assim como é feita a construção do pentágono regular, indo do rectângulo de ouro ao triângulo de ouro, e deste ao pentágono regular.

São também dadas indicações para a reconstituição de todas as proposições, definições e postulados de Euclides necessários para a construção do pentágono regular dos *Elementos*.

Para além destes temas muitos outros foram tratados entre 2006 e 2013. Quais? A resposta pode ser obtida com uma pesquisa de dados *online*. A partir de 2013 fizemos um pequeno interregno mas brevemente estaremos de volta.

Destacamos ainda o artigo saído na Revista n.º 91 — A Geometria na E e M.

Nele, os elementos do GTG procuraram a presença da geometria na Revista, no âmbito das comemorações dos seus vinte anos.

São então recordados alguns dos artigos escritos durante esses vinte anos, com ideias que podem ser potenciadoras de projectos a desenvolver com os alunos, dando, por um lado, relevo a muitas coisas que se escreveram e que continuam pertinentes e actuais e, por outro, contribuir com sugestões para serem trabalhadas no contexto escolar dos dias de hoje.

GRUPO DE TRABALHO DE GEOMETRIA

