

MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

DESCOBRINDO CURVAS

Esta tarefa destina-se aos alunos do décimo ano de Matemática A do Ensino Secundário, mas adapta-se também aos alunos de Matemática B. Desde que os alunos tenham estabelecido os primeiros contactos com a calculadora gráfica, nomeadamente saibam editar funções e organizar a janela adequada para visualizarem a representação gráfica pretendida, podem realizar a tarefa. Porém, o momento que nos parece mais adequado, é na altura que se termina a leccionação da função quadrática e se pretende partir para a exploração de mais funções polinomiais,

O trabalho e a discussão que esta tarefa propicia, permitem:

- rever as operações com polinómios que os alunos conhecem do Ensino Básico;
- visitar as funções afins e quadráticas;
- contactar com novas funções, nomeadamente a função cúbica e outras funções polinomiais de grau n (n pertencente aos números naturais);
- factorizar polinómios
- empreender na divisão inteira de polinómios;
- conhecer raízes de polinómios com grau de multiplicidade superior a um.

A tarefa foi adaptada pelo Grupo de Trabalho do Secundário da APM, de Jorge, Ana; Alves, Conceição; Fonseca, Graziela e Barbedo, Judite — *Infinito 10* — Areal Editores (2001) e pressupõe que, na planificação, se opta por apresentar aos alunos a álgebra dos polinómios a par do estudo das funções polinomiais.

CRISTINA CRUCHINHO

ESCOLA SECUNDÁRIA FILIPA DE VILHENA



DESCOBRINDO CURVAS^[1]

Usa a tua calculadora gráfica para explorar e investigar curvas que são gráficos de funções. Alguns gráficos já são teus conhecidos, mas outros serão novidade para ti e pretende-se que os descubras, registes e analises com base nas questões que te são colocadas. Bom trabalho.

I.

1. Utiliza a calculadora gráfica e analisa os gráficos das funções definidas em \mathbb{R} por:

$$f_1(x) = x + 1$$

$$f_2(x) = (x + 1)(x + 2)$$

$$f_3(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$$

$$f_4(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$$

2. Escreve $f_2(x)$, $f_3(x)$ e $f_4(x)$ na forma de polinómio reduzido, introduz as expressões na calculadora e compara os gráficos com os que obtiveste em 1.
3. Em relação a cada uma das funções anteriores, haverá funções definidas por outras expressões polinomiais do mesmo grau que intersetem o eixo Ox nos mesmos pontos?

II. Dadas as funções

$$g_1(x) = 2(x + 1)$$

$$g_2(x) = 5(x + 1)(x + 2)$$

$$g_3(x) = \frac{1}{2}(x + 1)(x + 2)(x + 3)$$

$$g_4(x) = -2(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$$

1. Compara os gráficos de g_1 com f_1 , de g_2 com f_2 , de g_3 com f_3 e de g_4 com f_4 e diz como podem ser obtidos os gráficos das funções g_1 , g_2 , g_3 e g_4 a partir dos de f_1 , f_2 , f_3 e f_4 , respetivamente. Qual parece ser a influência dos coeficientes?
2. Haverá funções definidas por expressões polinomiais de graus diferentes que intersectem o eixo Ox nos mesmos pontos, respetivamente, e só nestes?

III.

1. Utiliza a calculadora gráfica para construir os gráficos das funções definidas em \mathbb{R} por:

$$h_1(x) = (x + 1)^2$$

$$h_2(x) = (x + 1)^3$$

$$h_3(x) = (x + 1)^4$$

$$h_4(x) = (x + 1)(x + 2)^2$$

$$h_5(x) = (x + 1)^2(x + 2)^2$$

$$h_6(x) = (x + 1)^3(x + 2)^2$$

2. Escreve $h_1(x)$, $h_2(x)$ e $h_3(x)$ na forma de polinómios reduzidos e indica o respetivo grau. Quais são os zeros destas funções? E os de h_4 , h_5 e h_6 ?
3. Estuda o sinal das funções para valores *muito próximos* de -1 , à esquerda e à direita, e relaciona-o com o expoente do fator $x + 1$.
4. Haverá funções definidas por expressões polinomiais de graus diferentes que intersetem o eixo Ox nos mesmos pontos e só nestes?

IV.

1. Utiliza a calculadora e representa

$$t_1(x) = (x + 1)(x^2 + 1)$$

$$t_2(x) = (x + 1)(x^2 + 1)(x^2 + 4)$$

2. O que têm de comum os fatores $x^2 + 1$ e $x^2 + 4$? Haverá polinómios de grau diferente que apresentem a mesma característica?

V.

1. Representa, na calculadora, as funções definidas em \mathbb{R} por:

$$s_1(x) = (x + 1)^2(x + 2)$$

$$s_2(x) = (x + 1)^2(x + 2)^2$$

$$s_3(x) = (x + 1)^3(x + 2)$$

2. Observa atentamente os gráficos obtidos e tenta detetar regularidades existentes.

VI.

Comenta cada uma das seguintes afirmações:

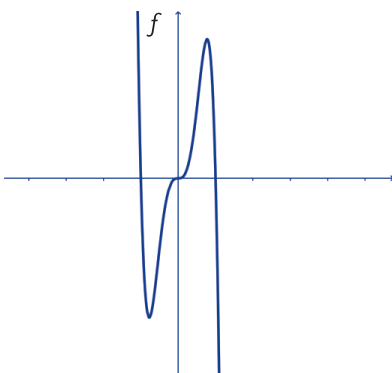
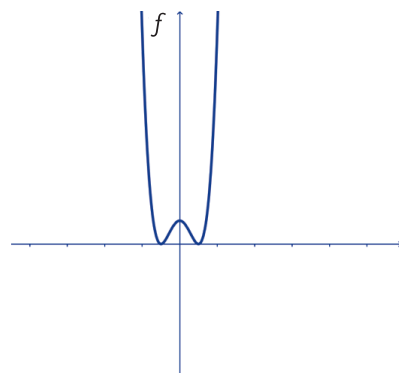
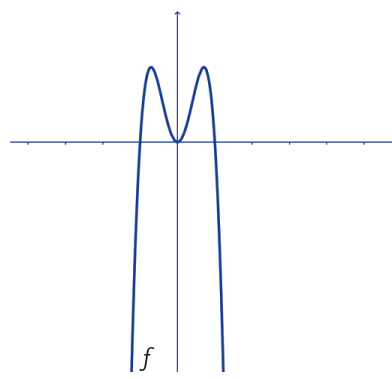
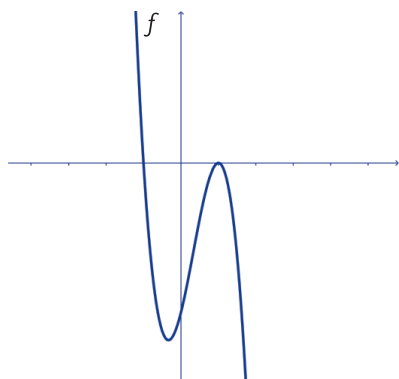
1. Dados dois números reais, há pelo menos uma função que os admite como zeros.
2. Conhecer o número de zeros reais de uma função polinomial permite-nos escrever um polinómio com o menor grau possível que pode definir a função.
3. Dados dois números reais, há polinómios de qualquer grau superior a 2 que os admitem como únicos zeros reais.

VII. À procura das funções

Seguem-se os gráficos de funções polinomiais de grau inferior a 6.

Utiliza a calculadora e procura encontrar expressões polinomiais que correspondam a cada uma das funções que a seguir se representam pelos seus gráficos.

Explica, em cada caso, o teu raciocínio, regista cada tentativa que fizeres bem como o esboço do gráfico encontrado e, no caso de ele não coincidir com o gráfico dado, procura encontrar uma explicação.



[1] A adaptado de: Jorge, A. M. B., Alves, C. B., Fonseca, G. & Barbedo, J. (2001). *Infinito 10*. Areal Editores.