

A Lei de Titius-Bode

Será possível usar uma expressão matemática para determinar a distância entre os planetas do sistema solar? Há uns séculos atrás pensou-se que sim, até que...

A Lei de Titius-Bode foi estabelecida no século XVIII, tratando-se de uma expressão matemática que reproduz com alta precisão as distâncias ao Sol dos planetas conhecidos naquela altura (Mercúrio, Vénus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno).

A ideia original da existência de uma regularidade nas distâncias entre os planetas surge com Johannes Kepler (1571–1630), grande astrónomo alemão. Numa das suas obras mais conhecidas, «Mysterium Cosmographium», Kepler expressa a ideia de que a posição dos planetas no sistema solar conduzia a uma regularidade matemática. Apesar dos seus esforços para tentar demonstrar a sua teoria, este acabou por não conseguir chegar a nenhuma conclusão.

Já no século XVIII, Johann Titius (1729–1796) professor universitário de Física, inicia a tradução para alemão de uma obra do filósofo Charles Bonnet.

Na sua tradução, surge um pequeno texto que indica que as distâncias entre os planetas ao Sol são dadas, numa certa escala, pela seguinte expressão matemática:

$$4 + 3 \times 2^n$$

em que n é um número inteiro maior ou igual a 0, sendo:

$$\begin{aligned} n = 0 &\rightarrow \text{Vénus} & n = 1 &\rightarrow \text{Terra} & n = 2 &\rightarrow \text{Marte} \\ n = 3 &\rightarrow \text{Ceres} & n = 4 &\rightarrow \text{Júpiter} & n = 5 &\rightarrow \text{Saturno} \end{aligned}$$

E Mercúrio? A distância de Mercúrio ao Sol corresponde ao valor da expressão dada quando n tem um valor negativo cada vez menor, ou seja, assume o valor de 4.

A escala da expressão é definida da seguinte forma: uma unidade de medida corresponde a 1/10 da distância real da Terra ao Sol (150 000 000 km).

Assim, se quisermos a distância de Vénus ao Sol (108 000 000 km) na unidade de medida da expressão:

$$\frac{108\,000\,000}{150\,000\,000} \approx 7.2$$

Não deixa de ser fantástico como uma expressão matemática se adequa tão bem às distâncias de cada Planeta na nova escala. Para a época, esta descoberta foi muito importante.

A Lei de Titius-Bode foi reforçada com a descoberta de Ceres que tem correspondência com $n = 3$ e com a descoberta de Úrano, o $n = 6$ na Lei de Titius-Bode.

Na tabela seguinte, estão retratadas as distâncias reais e as distâncias na respetiva unidade de medida da Lei de Titius-Bode:

Planeta	n	Distância Real do Planeta ao Sol (km)	Distâncias de cada Planeta na Nova Escala	$4 + 3 \times 2^n$
Mercúrio	—	58 500 000	3,9	4
Vénus	0	108 000 000	7,2	7
Terra	1	150 000 000	10,0	10
Marte	2	228 000 000	15,2	16
Ceres	3	415 500 000	27,7	28
Júpiter	4	780 000 000	52,0	52
Saturno	5	1 432 500 000	95,5	100
Úrano	6	2 880 000 000	192	196

Em 1846, o astrónomo inglês Johann Gottfried Galle (1812–1910) descobre a existência de Neptuno. A distância real deste planeta ao Sol destrona a Lei de Titius-Bode. Isto porque Neptuno encontra-se a uma distância do Sol de 4 513 500 000 km, ou seja, a 300.9 unidades na nova escala. A Lei de Titius-Bode previa que para $n = 7$, a expressão dava 388 unidades.

Nunca a Lei de Titius-Bode esteve tão longe da previsão!

Desafio

De facto, toda estas ideias vêm convergir na ideia de que a Matemática é uma ciência transdisciplinar que se poderá relacionar com as outras ciências. A exploração destes pequenos episódios históricos em sala de aula com os alunos permite que estes desenvolvam conexões não só dentro da própria Matemática (com a exploração da História da Matemática e os seus conteúdos mais específicos como as sequências e sucessões, números e medida, entre outros) mas também dentro de outras disciplinas e ciências do conhecimento (como é o caso da Física e Química). Aqui fica o meu desafio.

Referências bibliográficas:

<http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/H34bode.htm>
<http://www.astropt.org/2011/07/29/lei-de-titius-bode/>

JOÃO CARLOS TERROSO