

Identificando círculos

MARIA PAULA RODRIGUES

Como professora-investigadora no 1.º ciclo do ensino básico e formadora de professores na área da Matemática, reconheço a importância do contacto e do trabalho com as formas geométricas desde cedo. Este trabalho deverá partir do conhecimento intuitivo dos alunos sobre as formas geométricas elementares, permitindo-lhes, progressivamente, o acesso a processos de classificação de figuras baseados em características e propriedades geométricas, que permitem identificar e reconhecer classificações do tipo inclusivo.

Levar os alunos a processos de classificação hierárquica sempre foi um trabalho importante na área da Geometria, por permitir um conhecimento das figuras sustentado em características e propriedades e não apenas no seu nome ou aparência. Contudo, este tipo de classificação é um processo que vai sendo construído ao longo do tempo e que exige um trabalho continuado de observação e manipulação de figuras geométricas, que não é compatível com o proposto no *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (ME, 2013). Neste documento curricular, a classificação de figuras surge como um conteúdo de apropriação imediata baseada em regras e definições predefinidas, quando no Domínio GM2, no conteúdo Figuras Geométricas, se identificam como metas, nos pontos 5; 6 e 7, respetivamente, *Identificar e representar triângulos isósceles, equiláteros e escalenos, reconhecendo os segundos como casos particulares dos primeiros; Identificar e representar losangos e reconhecer o quadrado como caso particular do losango* e, por último, *Identificar e representar quadriláteros e reconhecer os losangos e os retângulos como casos particulares de quadriláteros* (ME, 2013, p. 12).

Estas metas curriculares, questionáveis neste nível de ensino, redefinem o conhecimento e o trabalho do professor na sala de aula, relativamente à área da Geometria, quando apresentam os descritores como conceitos memorizáveis, baseados em regras e representações mentais rígidas, que não carecem de um trabalho continuado que assegure um percurso de aprendizagem sustentado e a construção de imagens mentais flexíveis.

FASES DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Segundo Mendes e Delgado (2008), as crianças começam, desde tenra idade, a desenvolver alguns conceitos geométricos e o raciocínio espacial. Desde cedo, observam o espaço que as rodeia, passando, mais tarde, a interagir com ele. Experienciando, identificam e assimilam formas e espaços que constituirão, no futuro, o seu raciocínio espacial e conhecimento geométrico.

Clements, Swaminathan, Hannibal e Sarama (1999) defendem que existe nas crianças mais novas o reconhecimento de elementos e propriedades das formas, embora as características não estejam, ainda, bem definidas. Logo, será importante continuar o processo, para definir características e alargar o reconhecimento de propriedades das figuras, desenvolvendo o pensamento geométrico e progredindo nos diferentes níveis de van Hiele (1986): Nível 1: Reconhecimento — reconhecem-se as figuras visualmente pela sua aparência global mas não se identificam as propriedades destas figuras, explicitamente; Nível 2: Análise — analisam-se propriedades das figuras e aprende-se a terminologia técnica adequada para descrevê-las mas não se relacionam figuras ou propriedades das mesmas; Nível 3: Ordenação — há uma ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem-se as correlações entre as mesmas, fazendo inclusões de classe; Nível 4: Dedução — desenvolvem-se sequências mais longas de enunciados e entende-se o sentido de dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas; Nível 5: Rigor matemático — pensa-se formalmente sobre sistemas matemáticos.

De acordo com o *National Council of Teachers of Mathematics* (2000), o ensino e aprendizagem da Geometria deve permitir analisar características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas; usar a visualização; o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas. Assim, é fundamental que as

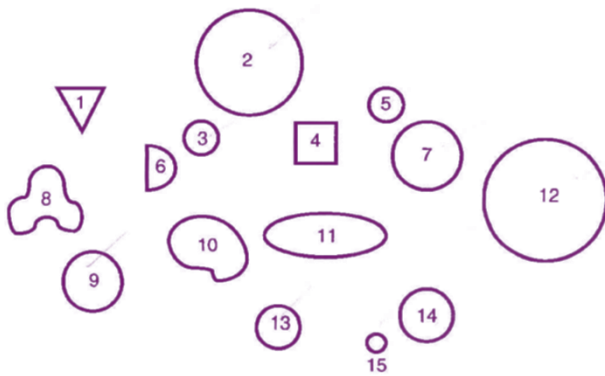


Figura 1.— Conjunto de figuras para identificação de círculos (Razel & Eylon, 1991)

crianças, desde cedo, sejam envolvidas em atividades de observação e manipulação de objetos geométricos, para os descreverem e classificarem, analisando propriedades e características, e resolverem problemas através da utilização da visualização e raciocínio espacial. Nesta perspectiva, Lehrer *et al.* (1998) referem que é essencial que os professores construam um ambiente de sala de aula onde o aluno é um ser ativo, capaz de refletir matematicamente e de construir generalizações.

Clements e Sarama (2007) sugerem que a partir da apresentação de tarefas desafiantes e envolvimento em diálogos sobre os objetos observados, as descrições das crianças devem ser incentivadas e melhoradas para aumentar a sua produção e reduzir os processos apoiados exclusivamente em protótipos visuais. Nesta perspectiva, conduzindo o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, o professor deverá focar-se na intencionalidade de levar os mesmos a ultrapassar uma classificação baseada em protótipos visuais, centrando-se numa classificação de tipo descritivo ou analítico, onde se reconhece uma figura a partir da identificação das suas propriedades. Assim, o conhecimento geométrico das crianças vai ficando, progressivamente, mais abstrato, coerente e integrado porque é independente de conceitos memorizados, baseados em regras exteriores e representações mentais inflexíveis causados pelos mesmos.

CLASSIFICAÇÃO DE FIGURAS

De acordo com De Villiers (1994), a classificação de qualquer conjunto de conceitos não é independente do processo de definição. Contudo, atualmente, considera-se que o facto de saber a definição de um conceito não garante a compreensão do mesmo.

Para identificar círculos e fazer agrupamentos destas figuras, as crianças mais novas baseiam-se na ideia de arre-

dondado, «rounded». Todavia, mais tarde, serão capazes de identificar, progressivamente, uma maior quantidade de características e estabelecer conjuntos de relações, de maior grau de dificuldade (Akshoomof & Stiles, citados em Clements & Sarama, 2007). Segundo os mesmos autores, todas as palavras que se relacionam com uma dada forma, ou o nome dessa forma, ajudam a criança a organizar ideias e a dirigir a atenção para as características relevantes do objeto.

IDENTIFICANDO CÍRCULOS

Na turma de 1.º ano de escolaridade, onde iniciei a recolha de dados para a minha tese de doutoramento, cujas questões de investigação se centram na identificação dos conhecimentos que os alunos manifestam sobre figuras no plano; no tipo de conhecimentos que utilizam para identificar propriedades de figuras no plano e no tipo de conhecimentos que revelam quando estabelecem relações entre propriedades das mesmas, foi pedido durante uma discussão coletiva, perante um conjunto de figuras manipuláveis na mesma disposição que as apresentadas na figura 1, que os alunos identificassem os círculos, considerando estes como o conjunto dos pontos internos de uma circunferência.

Após o pedido, diferentes alunos foram identificando como círculos as figuras 2; 3; 5; 7; 9; 12; 14 e 15, afirmando que todos eram redondos e, por isso, eram círculos.

Investigadora: Todos concordam com as figuras escolhidas?

António: Sim, estão lá todos os círculos, são todos redondos.

Investigadora: ... e não há mais redondos?

Lívia: Acho que, às vezes, o 11 é um círculo mas não é redondo.

Investigadora: Por que achas que ele não é redondo?

Rafael: Eu acho que a figura 13 também é um círculo porque é redonda, mas a figura 11 não é um círculo e também é redonda.

Figuras «circulares»	Figuras «não circulares»
2; 3; 5; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15	1; 4; 6

Figura 2.— Primeira tabela formada pelos alunos na primeira discussão sobre círculos

As escolhas iniciais dos alunos parecem ter subjacente a ideia de «redondo», ligada à imagem mental que possuem do círculo, dado terem identificado todos os círculos e terem deixado de lado todas as outras figuras, inclusive, as figuras formadas apenas por linhas não poligonais, como as figuras 8; 10 e 11.

João: Eu concordo com o Rodrigo e, por isso, acho que nós podemos fazer dois conjuntos de figuras, o conjunto das «circulares» e os conjunto das «não circulares».

Geraldo: Eu acho que o 8, 10 e 11 pertencem aos circulares. A figura 6 pertence ao grupo dos não circulares.

E com mais algumas ideias, construiu-se a tabela da figura 2.

Contudo, quando o João sugere que se separem as figuras curvilíneas (figuras formadas apenas por linhas não poligonais) das não curvilíneas (figuras formadas por linhas poligonais ou linhas poligonais e não poligonais), evidencia-se um pensamento de natureza diferente relacionado com características das figuras que conduz a novas ideias.

Marta: Eu achava que o 11 não era um círculo mas, agora, sei que o 11 pertence à família das figuras «circulares» mas não é um círculo. Os círculos são mais gordos. O 11 é mais achatado mas tem linhas circulares. Por isso, a nossa tabela tem de ser diferente.

Investigadora: Quem quer tentar fazer outra tabela?

Mariana: Eu acho que consigo (figura 3).

Quando surge esta tabela e se formam dois subconjuntos no grupo das figuras curvilíneas, círculos e não círculos, embora os alunos tenham discutido ideias e tenham conseguido criar uma subcategoria dentro de uma categoria, parece

Figuras «circulares»		Figuras «não circulares»
Círculos	Não círculos	1; 4; 6
2; 3; 5; 7; 9; 12; 13; 14; 15	6; 8; 10; 11	

Figura 3.— Tabela final formada por Mariana na primeira discussão sobre círculos

haver subjacente apenas a imagem mental de círculo. Neste processo, os alunos não foram capazes de ir além da descrição da forma e do tipo de linhas que as constituíam e foi perceptível a dificuldade de verbalização da ideia da separação de círculos e não círculos, por impossibilidade do reconhecimento da propriedade que conduziu a essa separação.

Seis meses mais tarde, já no 2.º ano de escolaridade e numa segunda fase do estudo, voltei a apresentar o mesmo conjunto de figuras aos alunos. Desta vez não tinham ao dispor o material manipulável mas, sim, a projeção da figura 1, no quadro interativo, e uma folha de trabalho individual onde teriam de rodear os círculos, justificando as suas opções.

Após terem terminado a tarefa individual, os alunos foram questionados sobre as suas escolhas, dando início à discussão coletiva.

Mariana: Escolhi as figuras 2; 3; 5; 7; 9; 12; 13; 14; 15 porque sei que são todos os círculos.

Investigadora: Como sabes que estas figuras são todos os círculos?

Mariana: Todos são formados por linhas não poligonais fechadas.

Investigadora: ... o que é uma linha não poligonal fechada?

Mariana: É uma linha redonda, fechada. Por isso, estes são todos os círculos.

António: Mas a figura 11 também é formada por uma linha redonda, fechada e já sabemos que não é um círculo porque é espalmada. Ó Paula, eu acho que sei explicar melhor, depois de a professora hoje de manhã ter falado em raio e diâmetro da circunferência. Posso ir ao quadro desenhar? (figura 4)



Figura 4.— Figuras representadas por António para mostrar a diferença entre um círculo e uma elipse (figura redonda, espalmada)

António: Eu acho que a figura A é um círculo porque se nós marcarmos o centro, todas as linhas vão ter a mesma distância até à linha da fronteira e isso só acontece nos círculos. Na figura B, as linhas dos lados são maiores que as linhas de cima e de baixo, não estão todas à mesma distância do centro e, por isso, esta figura tem linhas curvas mas não pode ser um círculo.

A ideia transmitida por António foi, de imediato, aceite pela maioria do grupo e ajudou a articular dois conceitos, raio e diâmetro, que pareciam não ter ligação com a ideia de círculo, como também levou o grupo a observar uma propriedade do círculo que, até então, não fora reconhecida por ninguém.

Neste processo, parece possível afirmar que António, ao explicitar a sua ideia de círculo, progrediu, segundo Van Hiele, do nível de Reconhecimento, onde é possível reconhecer as figuras pela sua aparência global, sem identificar propriedades das mesmas, para o nível de Análise, onde se analisam propriedades das figuras.

CONCLUSÃO

A descrição das discussões tidas nesta turma, em dois momentos distintos, em torno da identificação de círculos, permitiu observar o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos da turma e pretende dar a perceber a importância da observação de figuras geométricas e da discussão em torno das mesmas, bem como da criação de uma cultura de sala de aula que permita a interação e a comunicação de ideias matemáticas. Neste tipo de ambiente os alunos, perante a oportunidade de observar; manipular; transformar; representar; partilhar e debater ideias sobre características ou propriedades das formas discutidas, desenvolvem a capacidade de classificar figuras geométricas e não apenas de as identificar com base em protótipos visuais ou atributos conhecidos.

Nestes espaços de discussão coletiva, progressivamente, os alunos vão identificando; reconhecendo e articulando propriedades essenciais que lhes permite identificar uma forma através de propriedades, deixando de lado características acessórias.

As conclusões apresentadas reforçam a ideia da importância do conhecimento e trabalho do professor, no sentido da construção progressiva de um conhecimento sustentado, que permita aos alunos a formação de ideias mentais flexíveis, e contrariam os descritores das *Metas Curriculares* (ME, 2012), assentes na memorização de regras e conceitos predefinidos e na construção de ideias mentais rígidas e inflexíveis.

Referências bibliográficas

- Battista, M. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking, Students and Learning. In F.K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching Learning* (pp. 843–908). Reston, VA: NCTM.
- Clements, D., Swaminathan, S., Hannibal, M., Sarama, J. (1999). Young Children's Concepts of Shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 192–212.
- Clements, D. & Sarama, J. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking, Students and Learning. In F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching Learning* (pp. 489–517). Reston, VA: NCTM.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11–18.
- Lehrer, R., Jacobson, C., Thoyre, G., Kemeny, V., Strom, D., Horvath, J., Gance, S. e Koehler, M. (1998). Developing understanding of geometry and space in the primary grades. In Lehrer & D. Chazan (Eds.). *Designing learning environment for developing understanding og geometry and space* (pp. 169–200). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- ME (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Mendes F. e Delgado C. (2008). *Textos de Apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: DGIDC.
- Ponte, J. P., Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Razel, M., Eylon, B. (1991). Developing mathematics readiness in young children with the Agam Program. In *Fifteenth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Genova, Italy.
- van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight*. Orlando, Fla: Academic Press.

MARIA PAULA RODRIGUES

AGRUPAMENTO CONDE DE OEIRAS