A atividade de projeto, a criatividade e a voz dos alunos

Manuela Pires

Habitualmente proponho aos alunos, durante o secundário, o desenvolvimento de, pelo menos, dois pequenos projetos num período alargado de tempo. Na planificação prevê-se um conjunto de aulas para a escolha do tema, preparação, desenvolvimento e apresentação do projeto, mas muito do trabalho é realizado fora da sala de aula. A atividade de projeto desempenha um papel no currículo que não pode ser substituído por outras tarefas que, podendo ter características comuns como a incerteza ou a complexidade, não permitem o grau de liberdade e autonomia que naturalmente se associam ao seu carácter prolongado e faseado. A envolvência que se gera pode incentivar a iniciativa, a autonomia, a responsabilidade e a persistência e os alunos têm possibilidade de desenvolver tanto as capacidades de pesquisar, selecionar e organizar, como a criatividade, o espírito crítico e a comunicação.

Há dois anos, na minha turma do 11.° ano, uma vez que alguns alunos queriam concorrer ao prémio Pedro Matos da ESTG/Instituto Politécnico de Leiria, cujo tema era «Matemática e Natureza», e não fazendo sentido duplicar esforços, propus que todos os projetos a realizar se enquadrassem nesse tema. A apresentação é realizada no 3.° período e os alunos vão mobilizando os conhecimentos já adquiridos e os conceitos que são trabalhados em simultâneo nas aulas, como é o caso do tema sucessões, lecionado nesse período. O processo e os resultados foram muito criativos. Um dos grupos, constituído pela Ana Aparício e o Gonçalo Paulo, foi particularmente criativo e realizou um árduo trabalho de investigação, que continuou no ano seguinte. São os trabalhos realizados pelos dois alunos que procuro descrever neste texto, apresentando alguns excertos e questionando os alunos sobre as aprendizagens que realizaram.

Desenvolvimento da realização dos projetos

O trabalho realizado pela Ana e pelo Gonçalo, intitulava-se «natureza fractal» e nele estudaram objetos fractais matemáticos, como a curva de Koch, curva de Peano e tapete de Sierpinski, e naturais, como a fronteira de Portugal continental, o feto ou a couve flor, trabalhando, em particular, a dimensão fractal e propuseram-se responder a questões como: será possível uma curva preencher o plano? Qual a dimensão de objetos fractais matemáticos e naturais? O produto final foi um trabalho escrito, um cartaz e uma parte interativa constituída por uma animação que contempla os processos de determinação das dimensões do feto e da fronteira portuguesa e um menu interativo, em *Processing*, onde o utilizador pode explorar oito fractais diferentes. Enquanto a Ana gosta de escrever e era colaboradora permanente do jornal da escola, o Gonçalo é autodidata em programação e para a construção deste menu e dos fractais, utilizou os trabalhos de Daniel Shiffman, nomeadamente o seu livro «Nature of Code», sobre simulação de sistemas naturais e o seu guia «Learning Processing»; para o efeito os alunos contataram o autor por mail e este incentivou-os a utilizarem os materiais.

Os alunos obtiveram o primeiro prémio do concurso e não sei se isso foi determinante, mas o facto é que ficaram tão entusiasmados, que se propuseram concorrer no ano seguinte, com um trabalho realizado extra-aula, subordinado ao tema «Matemática e Arte».

Relativamente ao segundo trabalho, pediram-me opinião sobre o que explorar. Incentivei-os a continuarem a explorar os fractais devido ao investimento que já tinham feito no seu estudo. Dado que o primeiro trabalho envolveu conteúdos ainda não lecionados na altura, como o conceito de logaritmo para estudar a dimensão fractal, lancei-lhes o desafio de construírem o conjunto de Mandelbrot, pois pensei que não os intimidaria antecipar o estudo do conceito de número complexo, apenas trabalhado no 3.° período do 12.° ano, nem abordar sucessões de pontos e vista não trabalhados na aula. Tinham acesso a uma boa bibliografia, mas ficou claro que certamente iriam aparecer conceitos e processos que também para mim podiam não ser familiares. Também lhes disse que a construção do conjunto de

Mandelbrot sempre me intimidou um pouco, mas estava confiante que eles o conseguissem fazer e que os conhecimentos de programação seriam preciosos para essa construção. Estava convicta que iria perceber a criação de um objeto tão belo e enigmático.

Nem pestanejaram; aceite o desafio, mãos à obra. No trabalho «Fract'Arte» propuseram-se responder às questões: poderão pequenas alterações em parâmetros gerar comportamentos muito diferentes e poderão simples regras matemáticas criar imagens belas?

Não vou fazer a descrição dos trabalhos, mas através de excertos dos dois trabalhos realizados procuro apresentar parte da experiência matemática que viveram.

Excertos dos dois projetos

Excerto 1: *Do projeto «Natureza fractal» apresenta-se o conceitos de dimensão fractal e, das dimensões calculadas, apresenta-se a da curva de Peano calculada teoricamente e a da dimensão do feto, calculada experimentalmente.*

Cálculo da Dimensão

O comprimento, a área e o volume de objetos que tenham um comportamento fractal, podem tornar-se difíceis de calcular e as suas medições são muitas vezes inconclusivas e difíceis de interpretar, como é o caso da medição do comprimento da costa de Portugal. Isto acontece devido ao facto destas três medidas poderem assumir valores infinitos ou nulos e da forma dos fractais ser irregular. Assim, será útil medir o grau de irregularidade e fragmentação de um conjunto geométrico ou objeto natural que represente o seu grau de ocupação do espaço — calcular a sua dimensão.

A definição intuitiva da dimensão de um objeto corresponde ao número de parâmetros independentes, a que damos o nome de coordenadas, necessários para descrever qualquer um dos seus pontos. (...)

Neste trabalho vamos calcular a dimensão (D) de objetos fractais, atendendo à autossemelhança: razão de semelhança (r) e número de partes que se obtém (N). (...) Todas as figuras autossemelhantes apresentam uma relação entre a razão de semelhança/fator de redução que permite obter as partes partindo do todo e o número de objetos que obtemos. Essa relação é traduzida pela expressão $D = \log_{1/r}(N)$.

(...) Quando, baseando-nos na autossemelhança, aplicamos a expressão a objetos fractais, verificamos que a dimensão pode assumir valores não inteiros.

Os objetos naturais são, quase sempre, mais irregulares do que os objetos fractais criados pelos matemáticos. Assim, para calcular a sua dimensão, nem sempre podemos aplicar diretamente a expressão deduzida acima. Como calcular a dimensão de objetos naturais como a fronteira de Portugal Continental, um feto ou uma couve-flor?

Medição da dimensão de um feto

Para medir a dimensão de um feto, utilizámos a fotografia de um feto que colhemos e aplicámos o método «box-counting» (que em português significa contagem de caixas), que consiste numa medição sistemática que se aplica a qualquer estrutura no plano, podendo também ser adaptada para objetos no espaço. O método é o seguinte:

Coloca-se uma grelha sobre o objeto e conta-se o número de quadrículas que contêm alguma parte da estrutura. Diminui-se progressivamente o tamanho da malha da grelha e conta-se de novo as quadrículas. A dimensão é obtida

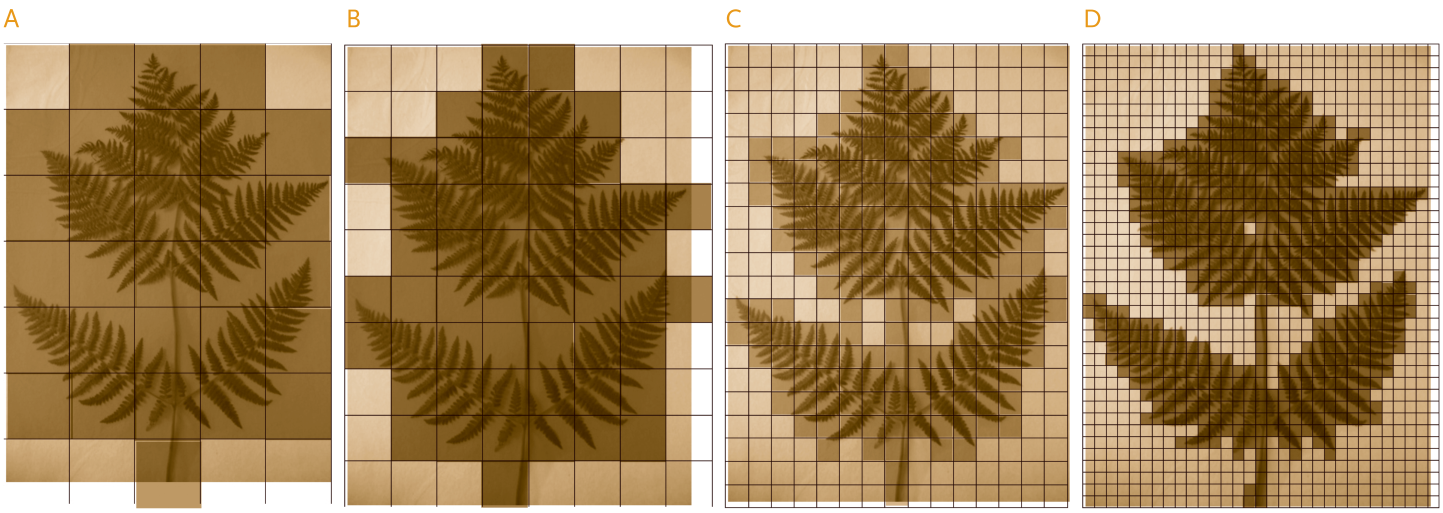

Figura 1.— A: Malha de 3 cm; B: Malha de 2 cm; C: Malha de 1 cm; D: Malha de 0,5 cm

Malha da grelha (cm)	Número de quadrículas (N)	Razão de semelhança (r)	Área (cm²)
3	28	1	252
2	52	2/3	208
1	174	1/3	174
0,5	560	1/6	140

Figura 2

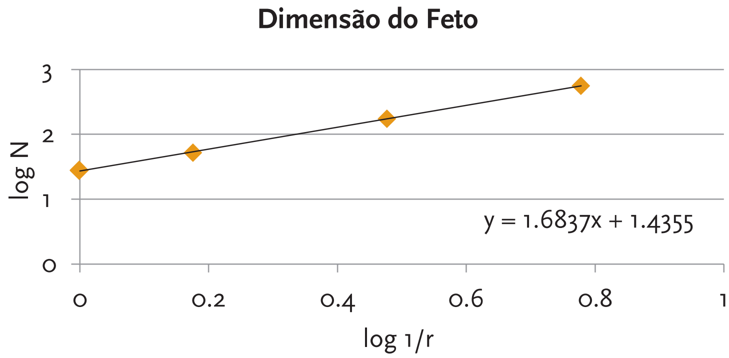

Figura 3

fazendo um gráfico $\log N / \log(1/r)$ e determinando o declive da reta que melhor se adequa aos pontos do gráfico.

Utilizando um editor de imagens, criámos quadrículas sobre a imagem do feto, com o objetivo de o cobrir na totalidade com quatro grelhas de diferentes malhas (3, 2, 1 e 0,5 cm) (figura 1). Em seguida, colorimos todas as quadrículas que continham alguma parte do feto e contámo-las (N). Repetimos o processo para as 4 grelhas (figura 2). A razão de semelhança (r) corresponde ao fator de redução das quadrículas mais pequenas em relação à maior (3 cm). Traçámos o gráfico $\log N / \log(1/r)$ em Excel (figura 3). A dimensão do feto é aproximadamente 1,68.

Excerto 2: *Do projeto «Fract' Arte» apresenta-se o comportamento da sucessão logística, quando variam os parâmetros e algumas das concretizações que fizeram.*

O conjunto de Mandelbrot e o Conjunto de Julia são dois dos fractais mais conhecidos e mais fascinantes do ponto de vista matemático e artístico. Para melhor compreender as suas propriedades e o conceito de caos, vamos começar por analisar um conjunto de sucessões denominado Mapa Logístico.

Mapa Logístico

A sucessão $x_{n+1} = a x_n(1 - x_n)$, foi inicialmente descrita pelo biólogo Robert May como modelo populacional para insetos, sendo a taxa de crescimento da população e o número de indivíduos da n-ésima geração ($0 \leq x_0 \leq 1$). O estudo desta equação é particularmente interessante devido à sua dinâmica: diferentes valores de fazem com que a sucessão tenha comportamentos diferentes, independentemente do valor inicial (x_0). Quando $n \to +\infty$ os valores de x_n:

- Nunca se repetem – comportamento caótico;
- Variam entre P valores – comportamento periódico.
- Tendem para 0 ou $+\infty$

Nas sucessões com comportamento periódico, chamamos a P o período.

Comecemos por analisar o que acontece em algumas sucessões com os dois últimos comportamentos, caos (figura 6) e períodos 1 e 3 (figuras 4 e 5).

$x_{n+1} = 2,99\, x_n(1 - x_n)$

x_0	0,2
x_1	0,4784
x_2	0,746105
x_3	0,566403
x_{1135}	0,665551
x_{1136}	0,665552
x_{1137}	0,665551
x_{1138}	0,665552
x_{1139}	0,665552
x_{1140}	0,665552

P = 1

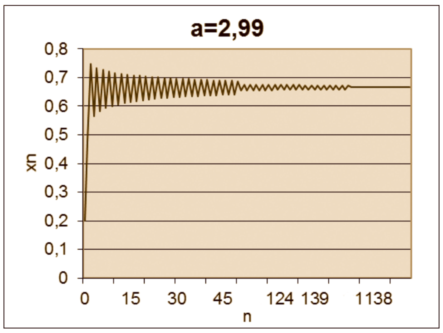

Figura 4

$x_{n+1} = 3,83\, x_n(1 - x_n)$

x_0	0,2
x_1	0,6128
x_2	0,908768
x_3	0,317541
x_{210}	0,156149
x_{211}	0,504666
x_{212}	0,957417
x_{213}	0,156149
x_{214}	0,504666
x_{215}	0,957417

P = 3

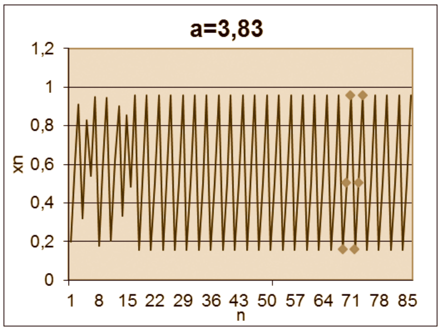

Figura 5

Caos

$x_{n+1} = 3,82\, x_n(1 - x_n)$

x_0	0,2
x_1	0,6112
x_2	0,907764
x_3	0,319843
x_{366}	0,72619
x_{367}	0,759562
x_{368}	0,697637
x_{369}	0,805789
x_{370}	0,597804
x_{371}	0,918459
x_{372}	0,286087
x_{373}	0,780202

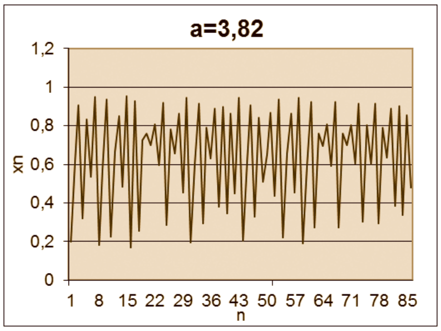

Figura 6

a	x_n ; P
–2,1	$x_n \to +\infty$
4,1	$x_n \to -\infty$
0,9	$x_n \to 0$
–0,9	$x_n \to 0$
2	P = 1, $x_n \to 0{,}5$
2,99	P = 1, $x_n \to 0{,}665552$
3,03	P = 2
3,47	P = 4
3,55	P = 8
3,83	P = 3

Figura 7

Nestes últimos dois casos (figuras 5 e 6), é evidente uma das propriedades dos sistemas caóticos: a sensibilidade às condições iniciais. A variação do valor de a em uma centésima alterou o comportamento da sucessão de periódico para caótico e sem regularidade.

No trabalho, os alunos apresentaram os cálculos e gráficos para outras concretizações de a (figura 7).

As sucessões que tendem para zero são aquelas cujo a está compreendido entre –1 e 1. As que tendem para infinito são aquelas cujo $a < -2$ ou $a > 4$.

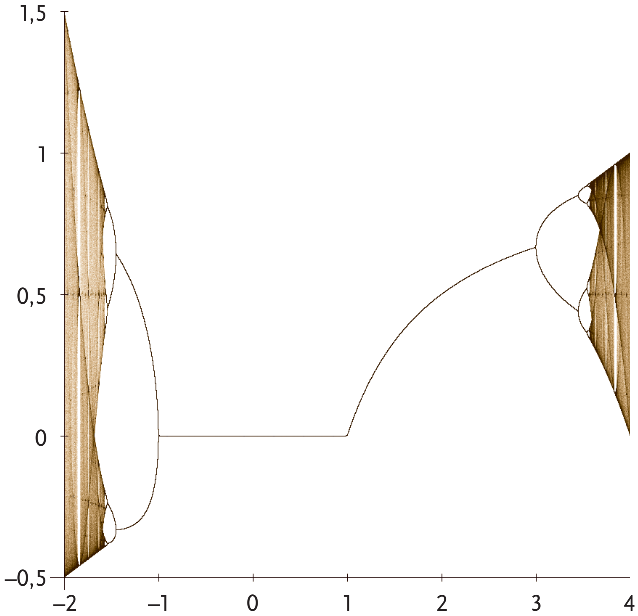

Figura 8

Diagrama de Bifurcação

Esta representação gráfica sintetiza todos os casos que estudámos antes. Permite-nos saber o comportamento da sucessão para cada valor de a: caótico, onde há um número muito elevado de pontos, criando um emaranhado de linhas, ou periódico, onde se distinguem os valores dos períodos, bem como a sua quantidade (figura 8).

Se fôssemos diminuindo a escala do diagrama, veríamos que as bifurcações se vão repetindo. Podemos dizer, por isso, que o diagrama de bifurcação é autossemelhante.

Nesta representação vemos ainda outra propriedade desta família de sucessões: no mar de caos existem ilhas de estabilidade. Nas zonas onde as sucessões têm um comportamento caótico, surgem algumas com comportamento periódico. O mesmo não sucede em zonas ondes as sucessões têm comportamentos periódicos.

Excerto 3: *Do projeto «Fract' Arte» apresentam-se os conjuntos de Julia e Mandelbrot.*

A família de polinómios de grau dois que está por detrás dos conjuntos de Julia e de Mandelbrot tem características semelhantes ao mapa logístico, de tal forma que podemos estudá-la com o auxílio de diagramas de bifurcação e cobweb.

Esta família pode ser escrita pela expressão: $z_{n+1} = z_n^2 + c$, onde c e z_n são números complexos.

Gaston Julia, matemático francês, foi pioneiro no estudo desta família de sucessões. A cada conjunto de Julia corresponde um valor de c. Os pontos que pertencem a esse conjunto de Julia são todos os z_0 para os quais a sucessão z_{n+1} é limitada, ou seja, não tende para o infinito. Analisemos um caso concreto. Quando $c = 0$, temos que

$$z_{n+1} = z_n^2 + 0 \Leftrightarrow z_{n+1} = z_n^2.$$

Ao elevar ao quadrado qualquer número complexo, elevamos o seu módulo ao quadrado e duplicamos o argumento. A representação gráfica deste conjunto é um círculo com centro na origem do referencial e raio 1, uma vez que todos os valores que estão neste círculo têm módulo compreendido entre 0 e 1, pelo que, quando submetidos à iteração, nunca vão para o infinito (o módulo vai diminuindo). Esta é das poucas representações gráficas de conjuntos de Julia que é simples.

O facto de existirem infinitos conjuntos de Julia (já que existem infinitos valores de c) levou a que só com o avanço da tecnologia fosse possível estudar mais aprofundadamente estas figuras. Um ano após a morte de Gaston Julia, Benôit Mandelbrot criou um dos mais conhecidos fractais: conjunto de Mandelbrot. Os pontos que pertencem a este conjunto correspondem aos valores de c para os quais a sucessão $z_{n+1} = z_n^2 + c$, é limitada, sendo $z_0 = 0$. Podemos também definir este conjunto como sendo o conjunto dos pontos c a que correspondem conjuntos de Julia conectados.

Os conjuntos de Julia podem ser conectados ou desconectados, conforme consigamos unir quaisquer dois pontos do conjunto sem sair do conjunto ou não. Por observação da representação gráfica, nem sempre é fácil perceber se o conjunto é ou não conectado, uma vez que estas figuras são fractais. Para que um conjunto de Julia seja conectado é necessário que o ponto 0 lhe pertença. Se esse ponto lhe pertencer, isso significa que para aquele c, se $z_0 = 0$ a sucessão é limitada. Como no conjunto de Mandelbrot z_0 é sempre 0, concluímos que esse c pertence ao gráfico de Mandelbrot, o que garante que o conjunto de Julia é conectado.

A voz dos alunos

Para finalizar, levaremos os autores a falar sobre a experiência e sobre o significado que tiveram a realização e apresentação destes dois trabalhos, em que aprofundaram um tema matemático e uma linguagem de programação, num período prolongado de tempo. Estão ambos no primeiro ano do ensino superior, respetivamente em Medicina, em Coimbra e Engenharia Biomédica e Biofísica, em Lisboa. Em época de exames, e distantes no espaço, a Ana Aparício (AA) e Gonçalo Paulo (GP), disponibilizaram-se de imedia-

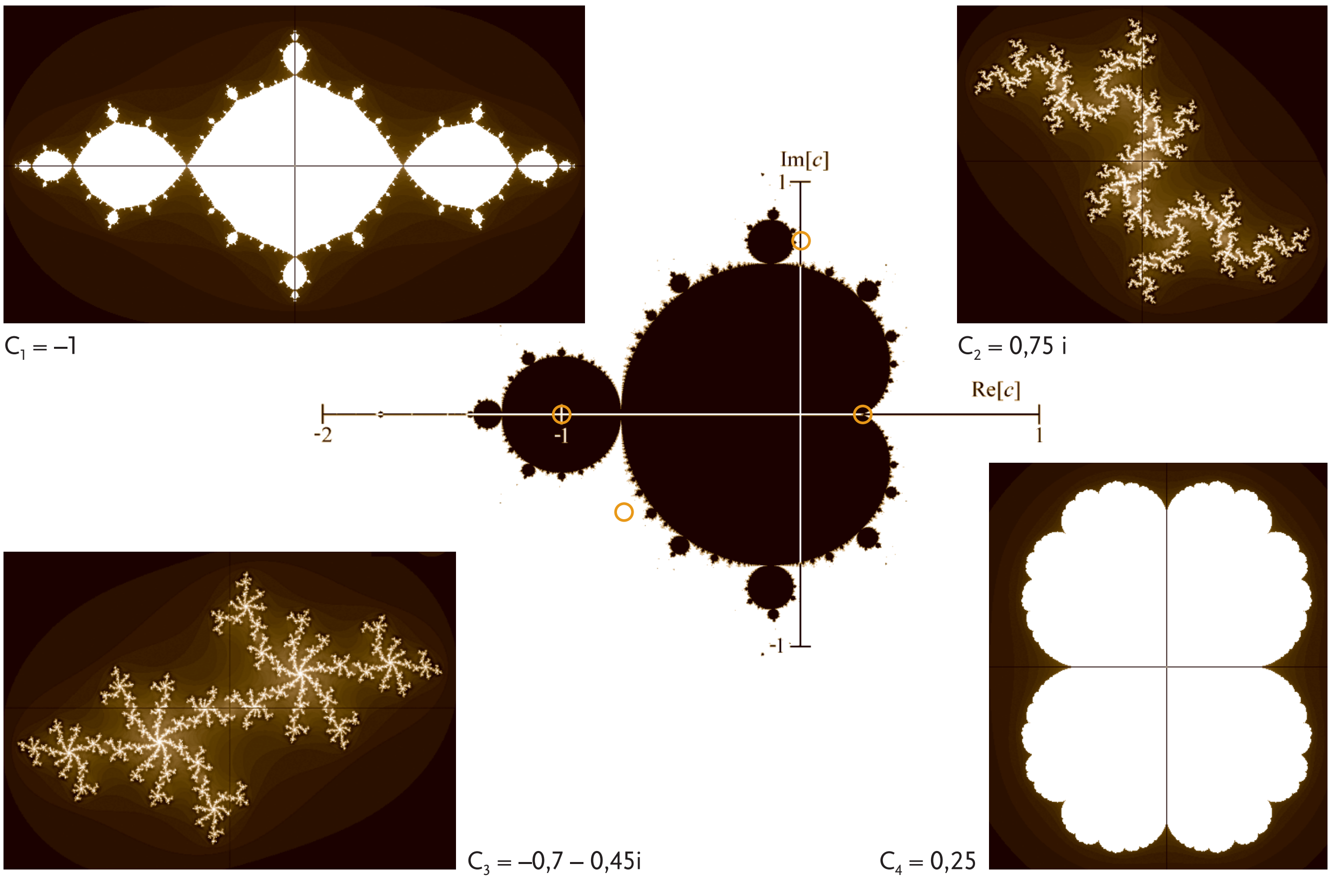

Figura 9

to para responderem por mail às minhas perguntas e ainda para adaptar a programação dos fractais construídos, de forma a poderem abrir online no site www.apm.pt/.

Assim, termino este texto com a voz dos alunos na forma de entrevista e agradeço-lhes os momentos entusiasmantes de descoberta que também vivi.

Manuela Pires (MP): *nos dois trabalhos que realizaram tiveram que estudar conceitos matemáticos não trabalhados nas aulas. O que podem dizer desta forma de aprender?*

AA: Confesso que no início é assustador porque não estamos habituados a descobrir por nossa conta, ainda que com a orientação da professora Manuela. Mas a verdade é que no final é altamente compensador! Ver que o trabalho árduo, desde pesquisa em artigos, livros, vídeos, horas de discussão e escrita e programação, etc., dá frutos faz com que fiquemos com sentimento de dever cumprido. Esta é, na minha opinião, a melhor forma de aprender.

MP: *calcularam teoricamente a dimensão fractal em objetos matemáticos e experimentalmente em objetos naturais. Que capacidades acham que desenvolveram nos dois processos?*

AA: Por vezes, enquanto alunos, sentimos que a matemática é muito abstrata e não tem aplicação na vida real, ainda para mais quando se trata de uma coisa tão complexa como os fractais. Para além dos conhecimentos matemáticos que adquiri, transpor a dimensão fractal para o mundo real fez-me perceber que a matemática está em todo o lado! Também senti que o meu espirito crítico ficou mais apurado porque em processos como estes é necessário discernir o que faz ou não sentido.

GP: Penso que desenvolvemos pouco esta capacidade de transpor os conhecimentos para o mundo real, muitas vezes porque os conceitos que aprendemos são tão abstratos ainda para nós que é difícil ver «quando é que vou usar isto na vida real». Por isso ter agarrado em algo que é do mais abstrato possível e vê-lo aplicado ao mundo real é sem duvida algo bastante agradável. Acho que uma das coisas bastante importantes que aprendemos foi que sempre que trabalhamos com o infinito temos que explorar os conceitos mais profundamente, porque poucas vezes conseguimos perceber as verdadeiras implicações do infinito. Nunca pensaríamos que a fronteira de Portugal podia ser infinita quando pensamos nisso pela primeira vez. O conceito de dimensão fractal é deveras assustador. Existem inúmeras maneiras diferentes para olhar para a dimensão de um objeto matemático e isso fez com que nós não entrássemos tanto nesse tema.

MP: *no final do segundo trabalho afirmam «O estudo da matemática envolvida nesta investigação foi longo e o processo criativo e de programação com muitas etapas, avanços e recuos. Os registos em papel e lápis no caderno foram uma constante e este uma companhia permanente nos últimos meses». Falam em criatividade. Que aspetos pensam ter desenvolvido?*

AA: A «criatividade é o processo de tornar-se sensível a problemas, deficiências, lacunas no conhecimento, desarmonia; identificar a dificuldade, buscar soluções, formulando hipóteses a respeito das deficiências; testar e retestar estas hipóteses; e, finalmente, comunicar os resultados» (Torrance, 1965). A criatividade foi uma constante nos dois trabalhos. Tivemos de ser criativos para perceber que perguntas estão por responder, como podemos respondê-las e ultrapassar os entraves à sua resolução, de que forma podemos confirmar a resposta e qual a melhor forma de transmitir o conhecimento que adquirimos.

MP: *Para mim, um dos momentos mais marcantes, foi quando o Gonçalo apareceu com o caderno cheio de esboços e a dizer, acho que já percebo o papel do parâmetro c e consigo desenhar alguns pontos dos conjunto Julia e Mandelbrot. Descrevam lá como foi esse processo de descoberta.*

GP: Quando comecei a conseguir esboçar partes do trabalho e finalmente percebi como funcionavam os conjuntos senti que realmente estava a avançar. Até então estava a sentir que estava a ficar para trás e que não estava realmente a ajudar a Ana, e não estávamos a avançar no trabalho. Depois senti que finalmente podíamos começar a construir os dois fractais.

Sem dúvida que andar com o caderno foi algo novo para mim, mas é algo que eu agora faço. Para além disso, desenvolvi bastante as minhas capacidades de programação, que para além de uma atividade lógica é uma atividade de criatividade. No geral, todo este trabalho desenvolveu capacidades que eu quase não tinha trabalhado até aí.

MP: *tecnologia e papel de lápis. Que papel tiveram no vosso trabalho?*

AA: O papel e o lápis são a base e ponto de partida de todo o processo, sem os quais não teríamos matéria-prima com que trabalhar. A tecnologia é a ferramenta essencial para perceber e responder às perguntas e transmitir as nossas conclusões. Em ambos os trabalhos percebemos que através dos programas desenvolvidos conseguíamos captar a atenção das pessoas e fazer com que se interessassem pelo tema.

GP: É bastante interessante considerar que os pensadores de grande parte destes fractais tinham toda a sua teoria em papel mas que não tiveram acesso à tecnologia para verdadeiramente ver o que criaram. Até Mandelbrot nunca se tinha verdadeiramente visto um conjunto de Julia, o que é algo que nos deixa a pensar, por ser tão fácil de ver um agora.

Acho que não tinha acreditado no que tinha lido sobre os fractais que estudámos até ter visto os comportamentos deles, tanto no excel como nos programas. Quando, juntamente com a Ana, estive à caça de períodos no excel senti realmente a natureza caótica de certas partes da matemática.

MP: *Este trabalho podia existir, mas não seria o mesmo sem a programação. Gonçalo, peço-te que fales nesta tua experiência, sendo um autodidata.*

GP: Como já referi antes de começar o trabalho não tinha começado a programar, apesar de ser o meu desejo já há algum tempo. Aprendi uma nova linguagem de raiz e atualmente continuo a usar muito do que aprendi, na universidade por exemplo, como o pensamento lógico e como passar um problema para um programa. Na realidade ser um autodidata é atualmente bastante fácil porque existem recursos online que permitem aprender quase qualquer coisa.

MP: *nestes trabalhos tiveram uma motivação extra que foi o concurso ao prémio Pedro Matos e esmeraram-se. Mas, o primeiro trabalho também foi para avaliação interna. Como sentiram estas motivações, a intrínseca pelo prazer do trabalho realizado e as extrínsecas, avaliação interna e concurso aos prémios?*

AA: Para ser sincera não houve uma motivação intrínseca, a avaliação interna e o concurso foram as verdadeiras motivações, sem as quais nunca teria partido nesta aventura. O prazer do trabalho realizado foi o prémio, a cereja no topo do bolo, que só percebi que existia no final e o mais importante desta experiência.

GP: Para mim penso que foi realmente o oposto, a vontade de conhecer fractais existia e a possibilidade de poder realmente aprofundar o conhecimento em algo que eu desejava, enquanto estava a ser avaliado, mais o bónus de poder receber um prémio foram premissas que eu não pude recusar.

MP: *Atendendo a que têm características, saberes e interesses comuns, mas também diferentes, de que forma isso foi uma mais valia para o trabalho comum?*

AA: Na minha opinião nenhum de nós conseguiria fazer qualquer um dos trabalhos sozinho. Arrisco-me a dizer que aquilo em que um trabalha melhor é o calcanhar de Aquiles do outro por isso resultou muito bem! Claro está que as opiniões são muitas vezes diferentes, mas essa é outra capacidade que levo destes trabalhos: saber trabalhar em grupo e aceitar que a opinião do outro é tão válida como a minha.

GP: Eu sou bastante analítico e consigo mais facilmente ver o essencial de um problema bastante rapidamente, enquanto que a Ana consegue mais facilmente resolvê-los. Tenho muito pouco jeito para escrever, enquanto que a Ana é esplêndida a compilar o que dizia e a trabalhar as ideias.

MP: *Do acompanhamento que fiz no desenvolvimento do projeto, o que acharam mais relevante? Que críticas e sugestões podem fazer relativamente ao lançamento e acompanhamento dos projetos?*

AA: Julgo que propor este tipo de trabalhos aos alunos é uma ótima iniciativa e fomenta o espírito criativo e a aprendizagem fora da sala de aula. Quanto ao acompanhamento que fez de ambos os trabalhos, foi essencial! Desde a grande maioria da bibliografia, às críticas e sugestões, passando pela disponibilidade que sempre teve para rever, discutir e corrigir. No entanto, o que considero mais importante foi o facto de nos ter sempre transmitido a ideia de que eramos capaz de superar todos os obstáculos e dificuldade e chegar ao produto final que queríamos.

GP: Penso que o mais importante para alguém a acompanhar um projeto é sem dúvida a sua dedicação e o empenho e que se interesse no trabalho o suficiente para conseguir «desempancar» quando o projeto está preso nalgum ponto.

Conclusão

Na realização destes dois projectos, os alunos desenvolveram dimensões da criatividade.

A criatividade manifesta-se pela sua *originalidade*, uma vez que o trabalho de projeto implica muitas vezes a abordagem de assuntos e conteúdos que não é possível fazer noutro tipo de tarefas matemáticas e, estes alunos em particular, aprofundaram conceitos e temáticas tão complexos como a dimensão fractal e a construção relacionada dos fractais de Julia e Mandelbrot; pela *flexibilidade* que os alunos demonstraram na escolha de exemplos tão diferentes de fractais matemáticos e naturais, abordando conteúdos diversificados, alguns deles novos; na *fluência* que adquiriram na exploração dos vários conceitos, como o comportamento das sucessões, com a variação dos parâmetros e na *elaboração* conseguida com a programação dos objectos fractais.

Pela voz da Ana, «nenhum de nós conseguiria fazer qualquer um dos trabalhos sozinho», podemos dizer que este é um exemplo de criatividade coletiva, ideia presente neste número temático.

Manuela Pires
Agrupamento de Escolas Marinha Grande Poente