Formulação de problemas numa turma do 10.º ano

A ideia da criatividade em matemática está relacionada com a formulação de problemas. Este é um processo através do qual os alunos, baseados na sua experiência matemática, constroem interpretações pessoais de situações concretas formulando, à custa delas, problemas significativos. E, por isso, esta componente importantíssima do processo de resolução de problemas deve ser abordada nas aulas.

Apresentam-se duas situações que se prestam à formulação de problemas por alunos do ensino secundário. Ambas são situações pouco estruturadas e, como tal, é possível colocar com base nelas vários problemas.

A primeira é mais indicada para o 10.º ano, uma vez que se baseia na função quadrática; a segunda poderá ser usada com vantagem a partir do 11.º ano, para possibilitar o uso da trigonometria.

Damos conta de uma experiência de sala de aula em que se usou a primeira.

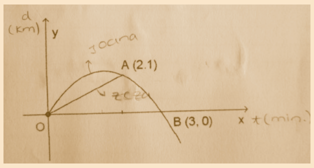
Apesar de ambas as turmas terem Física e Química, os resultados foram muito díspares. Na turma que trabalhou em grupo, oito dos nove grupos apresentaram um contexto real. O que não o fez criou uma questão envolvendo conjuntos definidos por condições e cálculo vetorial. Só dois grupos inventaram dois problemas completamente distintos, mas a maioria dos grupos criou, dentro do mesmo problema, várias questões. Verifica-se a utilização de várias formulações de problemas de altura ou distância em função do tempo, mas esses aspetos não são explicitados no enunciado. A interpretação dada parece ser óbvia para os alunos e não carecer de explicação.

Na turma em que trabalharam individualmente aparece apenas uma formulação ligada a um fenómeno real, o lançamento de uma bola. Todas as outras são puramente matemáticas, embora haja algumas interessantes, por exemplo a consideração de uma parábola simétrica da dada em relação à reta de equação $x=3$, ou, no caso de outro aluno, em relação ao eixo Ox. Contudo, na maioria dos casos pede-se a expressão analítica da parábola ou as coordenadas do seu vértice (sem fazer intervir a reta), a área ou o perímetro do triângulo [OAB], ou ainda a condição correspondente a uma região sombreada. Embora na primeira turma os alunos sejam mais participativos e naturalmente se envolvam mais nas atividades, pode concluir-se que o trabalho em grupo foi mais motivador, e deu mais segurança aos alunos, na busca de formulações criativas.

Da análise das produções dos alunos resultaram duas categorias principais. A categoria A reúne as formulações mais diretamente ligadas aos conhecimentos adquiridos sobre a função quadrática, refletindo o tipo de questões clássicas sobre essa matéria (na maior parte dos casos exercícios) que é possível encontrar em manuais escolares e provas. A categoria B engloba formulações mais originais, que, tendo embora em conta a experiência matemática recente, extrapolaram para níveis mais imaginativos e deram origem na maior parte dos casos a verdadeiros problemas. Apresentam-se apenas algumas das produções, evitando repetições ou exemplos muito semelhantes. Nalguns casos o problema gerado envolve todos os dados da figura. Vejam-se as formulações 1, 3 e 4[1] da Categoria B. Noutros, como no caso 2 da Categoria B, embora a história contada no enunciado se baseie na imagem, na resposta às questões colocadas quase não é necessário usar os dados.

Categoria A	Formulação 1 a) Escreve a condição da parábola. b) Qual é o perímetro do triângulo [OAB]?	Formulação 3 Defina por uma condição a zona sombreada.
	Formulação 2 Uma parábola (g) é definida pela origem, o ponto A (2, 1) e o ponto B (3, 0). A pertence à função f que é uma função diretamente proporcional. Imagina agora uma parábola simétrica (h) à de g pela reta de condição $x=3$. Determina agora a interseção de f com h. Caso não haja interseção, mostra todas as etapas da resolução.	Formulação 4 1. Determina uma condição da região sombreada [OAB]. a) Determina a área do triângulo [HFC]. b) Determina a expressão analítica da parábola. c) Determina o vértice da parábola. 2. a) Determina as coordenadas do vetor OA. b) Determina as coordenadas do vetor OB+OA. Nota: H e F são pontos de interseção da reta $y=-2$ com o eixo Oy e a reta AB respetivamente.

[1] A numeração atribuída tem o único objetivo de identificar as produções.

Categoria B	Formulação 1 A Joana saiu da escola de carro em direção a casa. Pelo caminho lembrou-se que tinha que regressar. No regresso, encontrou uma amiga, Zeza, quando o seu relógio marcava 2 minutos desde que tinha saído da escola. Quando finalmente chegou à escola tinham passado 3 minutos desde a hora inicial. O percurso de ambas está representado no gráfico seguinte.  a) Calcula a velocidade da Zeza em Km/h. b) Passado quanto tempo voltou a Joana para trás? A que distância estava ela da escola? A que distância estava a Zeza da escola quando a Joana voltou para trás?	Formulação 3 Na quinta do Tobias faz-se reprodução de abelhas. O Ambrósio, vizinho do Tobias, não gostava dos insetos e decidiu colocar um inseticida nas colmeias, de modo a diminuir o n.º destas. Passado 3 meses do início do projeto do Tobias, a população de abelhas extinguiu-se. Ao mesmo tempo que ele reproduzia as abelhas vendia uma parte, que é representada (esta venda) pela função g e a reprodução pela função f. A produção de abelhas iniciou-se no mês de fevereiro. a) Em que mês é que foi colocado o inseticida? b) Qual foi o máximo de abelhas que o Tobias conseguiu produzir? c) Em que mês é que o Tobias deixou de vender as abelhas porque já não tinha lucro? d) Passado 1 mês, quantas abelhas o Tobias tinha na quinta após a venda?
	Formulação 2 Uma guerra que dura há 300 anos dois povos confrontam-se até à morte. Num ato de desumanidade um dos povos ataca com uma catapulta uma aldeia indefesa que se encontra a 300m, como se vê no gráfico. Um pássaro à medida que a catapulta é disparada descola em trajetória retilínea do mesmo ponto onde a catapulta se encontrava. O pássaro embate na pedra disparada no ponto (2,1). a) A que distância se encontra o pássaro em relação à catapulta no momento do embate. b) Qual é o ângulo de descolagem do pássaro.	Formulação 4 Num campo de golfe encontrava-se um aluno a dar umas tacadas. O objetivo era enquanto o aluno lançava a bola de golfe, outro aluno praticava a pontaria e tentava rebentar com a bola de golfe em movimento. O gráfico representa uma dessas tentativas. Sabendo que a trajetória da bola é representada pela parábola, determine: a) A expressão analítica da parábola. b) A altura máxima que a bola de golfe atinge. c) Sabendo que a bola rebentou no ponto A, determine: i) A expressão analítica da função t (tiro). ii) A área do triângulo [AOB].

Em relação às três principais caraterísticas da criatividade pode afirmar-se que os alunos, na sua maioria, foram fluentes, ao colocarem muitas questões para o mesmo problema. Constata-se também que mostraram flexibilidade, pois procuraram mobilizar e relacionar todos os conhecimentos que tinham sobre o tema. Algumas formulações mostraram originalidade.

Depois da experiência considera-se esta atividade de formulação de problemas muito rica e com potencial para mobilizar vários conteúdos e representações matemáticas, mas salienta-se o aspeto da resolução; o pedido de resolução do problema formulado é fundamental. Todos os alunos resolveram os problemas que propuseram, o que se considera muito positivo pelos seguintes motivos: (a) permitiu mobilizar conhecimentos prévios; (b) fê-los adotar uma atitude realista, não lhes permitindo inventar enunciados que, embora pudessem ser imaginativos, não seriam viáveis; e (c) possibilitou a correção de formulações incorretas que provavelmente não seriam detetadas sem a resolução. As maiores incorreções nos enunciados são de linguagem, ou então surgem na adaptação dos números exibidos no gráfico às situações reais criadas. Por exemplo, uma bola que demorou 3 minutos a chegar ao chão depois de ter sido lançada.

O facto de não terem criado mais problemas também se relaciona com o tempo disponível, que foi apenas de 90 minutos. Construir formulações para além das óbvias, testar, resolver e reformular essas mesmas questões requer tempo. Contudo, os alunos, de modo geral, mostraram empenho na resolução da tarefa e vontade de criar problemas diferentes dos que habitualmente encontram, designadamente com a criação de um enredo realista que dê importância e significado ao conteúdo matemático estudado.

Teresa Pimentel
Agrupamento de Escolas de Santa Maria Maior

O QUE TE SUGERE ESTA IMAGEM?

Apresentam-se duas situações que se prestam à formulação de problemas por alunos do ensino secundário. Ambas são situações pouco estruturadas e, como tal, é possível colocar com base nelas vários problemas.

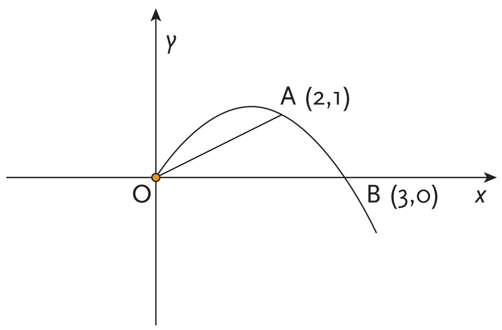
A primeira é mais indicada para o 10.º ano, uma vez que se baseia na função quadrática; a segunda poderá ser usada com vantagem a partir do 11.º ano, para possibilitar o uso da trigonometria.

Damos conta de uma experiência de sala de aula em que se usou a primeira.

1)
A imagem mostra parte de uma parábola que passa na origem, passa no ponto A (2, 1) e atravessa novamente O*x* em B (3, 0).

Inventa para esta imagem tantos problemas quantos consigas.

Resolve-os.



2)
A figura representa um semicírculo inscrito num triângulo retângulo.

Inventa tantos problemas quantos consigas com base na figura.

Resolve-os.

Podes usar um programa de geometria dinâmica para fazeres algumas explorações.