A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas

Isabel Vale

O repertório visual de cada um de nós pode proveitosamente ser posto ao serviço da resolução de problemas e inspirar resoluções criativas.
— Abraham Arcavi, 1999

Com o presente artigo pretende-se destacar o potencial das (re)soluções visuais de problemas sobretudo pela simplicidade e criatividade que estas propostas podem apresentar. Depois de uma breve referência teórica sobre alguns conceitos ligados com criatividade, resolução de problemas e visualização apresentam-se alguns exemplos de tarefas, que podem ser destinadas a vários anos de escolaridade, para ilustrar a força e o poder dos processos visuais utilizados como estratégia criativa na resolução de problemas.

A criatividade na aula de matemática

A criatividade em matemática é um tema muitas vezes negligenciado e considerado impossível de prosseguir nas aulas de matemática; contudo, a criatividade não é um processo misterioso e inobservável nem uma capacidade inata e não passível de aprendizagem. É, em vez disso, um conjunto de capacidades que podem ser ensinadas e aprendidas pelos alunos. Assim, a criatividade pode ser desenvolvida nos estudantes se os professores lhes proporcionarem um ambiente de aprendizagem adequado, resolvendo determinadas tarefas matemáticas de modo a influenciar algumas das componentes da criatividade matemática.

Definir criatividade matemática é uma tarefa muito complexa. Argumenta-se que ela começa com curiosidade e envolve os alunos na exploração e experimentação usando imaginação e originalidade. Quando falamos na criatividade de jovens estudantes, não nos referimos à mesma criatividade de pessoas célebres que deram contribuições significativas para a sociedade (também conhecida como criatividade com C-maiúsculo). Em vez disso, estamos preocupados com a criatividade de todos os dias (criatividade com c-minúsculo) que pode acontecer e se manifesta na sala de aula.

Nesse contexto, o pensamento criativo dos alunos surge com a resolução de problemas e a formulação de problemas que levam à compreensão de conceitos matemáticos estruturais e estimulam as dimensões essenciais de fluência, flexibilidade e originalidade da criatividade (e.g. Leikin, 2009; Silver, 1997). Deste modo, os professores devem proporcionar tarefas que suscitem a curiosidade e o envolvimento; por outro lado, devem escolher-se tarefas com múltiplas (re)soluções e que proporcionem da parte dos alunos o fluxo de ideias matemáticas, a flexibilidade de pensamento e originalidade nas respostas (Vale, Pimentel, Barbosa, Cabrita & Fonseca, 2012). Na maioria das vezes temos de os incentivar na busca de ideias em lugares incomuns, improváveis, de acarinhar ideias aparentemente absurdas, como pontes para ideias práticas e eficientes.

Dimensões da criatividade

O conceito de criatividade é multifacetado, pelo que têm surgido diferentes caracterizações, em particular em relação à criatividade em matemática. Esta está na maior parte das vezes relacionada com o pensamento divergente, caracterizando-se por possuir três dimensões principais: *fluência*, *flexibilidade* e *originalidade*, que representam três das componentes relacionadas com a resolução de problemas.

A *fluência* é a capacidade de produzir um grande número de resoluções para a mesma tarefa. Esta capacidade adquire-se ao conseguir o maior número possível de ideias diferentes. As ideias surgem às vezes associadas e quanto mais se trabalhar um tema, mais fluente a pessoa se torna. Silver (1997) afirma que a utilização de tarefas mal estruturadas e abertas durante o processo de ensino pode incentivar os alunos a gerar várias resoluções contribuindo para o desenvolvimento da fluência. Esta pode ser medida pelo número de respostas corretas que se podem obter na resolução de uma mesma tarefa (e.g. Leikin, 2009; Silver, 1997).

A *flexibilidade* é a capacidade para pensar de modos diferentes, para produzir uma variedade de ideias diferentes sobre o mesmo problema, sendo deste modo um fator importante na resolução de problemas. No âmbito da psicologia, considera-se a flexibilidade cognitiva como a capacidade de reestruturar o conhecimento, em resposta adaptativa para mudar as exigências da situação. No âmbito da educação matemática, Krutetskii (1969) considera a reversibilidade, a capacidade de inverter uma operação mental, como um aspeto da flexibilidade de pensamento. Está associada a uma mudança na compreensão e interpretação das tarefas, a uma mudança de ideias e de estratégia quando se está a resolver um problema para encontrar outras resoluções ou para optar pela solução ótima. Silver (1997) refere que a flexibilidade na resolução e na formulação de problemas identifica-se pelo número de diferentes modos que o aluno utiliza para resolver, exprimir ou justificar um problema. Um bom solucionador de problemas possui várias abordagens para resolver um determinado problema. Os alunos que mudam o modo de atacar um problema, mostrando versatilidade, são, normalmente, os melhores a resolver corretamente esse problema. O pensamento flexível está em contraponto com a fixação. Na resolução de problemas, a fixação é relacionada com a rigidez mental (Haylock, 1997). A flexibilidade surge quando se supera a fixação ou rompe com estereótipos. Haylock diferencia entre fixação de conteúdo e fixação algorítmica. Superar o primeiro tipo de fixação exige que o aluno considere um conjunto mais amplo de possibilidades do que à primeira vista parece óbvio, e amplie o leque de possibilidades adequadas à situação. O segundo tipo de fixação refere-se à situação em que o aluno utiliza um algoritmo com o qual é bem sucedido, mesmo quando este não é o método mais apropriado. A flexibilidade pode ser medida pelo número de diferentes modos de produção de respostas na resolução de um problema, organizados em diversas categorias. Leikin (2009) propõe avaliar a flexibilidade através da análise de diferentes resoluções que recorram a estratégias com base em diferentes representações, propriedades ou conteúdos matemáticos.

A *originalidade* é a capacidade de pensar de forma não usual, produzindo ideias novas e únicas (e.g. Leikin, 2009; Silver, 1997). É pensar fora do óbvio ou ter uma ideia rara. De acordo com Silver (1997), a originalidade na sala de aula pode ser manifestada quando um aluno, face a um problema, analisa várias resoluções, métodos e respostas e consegue criar outra que seja válida mas diferente. Esta caraterística pode ser medida em comparação com a percentagem de alunos num determinado grupo que pode obter a mesma solução. Quando numa turma há respostas não usuais, não convencionais, outros professores podem ajudar a confirmar a seleção de uma solução original de acordo, por exemplo, com as expetativas de resolução para o nível dos alunos em causa. Os termos originalidade e novidade são muitas vezes considerados sinónimos apesar de serem diferentes. Em termos simples podemos dizer que a novidade refere-se ao «novo» enquanto que a originalidade refere-se ao «diferente da norma». Numa sala de aula uma ideia pode ser nova para um aluno, mas se outros alunos tiverem a mesma ideia, já não será original.

A *elaboração* é outra caraterística da criatividade também considerada nalgumas situações, apesar de não a considerarmos no nosso trabalho. É a capacidade de apresentar grande quantidade de detalhes de uma ideia. Ou seja, é a capacidade do aluno de ter um pensamento cuidadoso sobre aspectos particulares de um problema ou situação, mudando um ou mais destes aspetos, substituindo, combinando, adaptando, alterando, expandindo, eliminando, rearranjando ou voltando atrás, e então especular sobre como essa única mudança teria um efeito cascata sobre outros aspectos do problema ou situação. Refere-se ao número de detalhes utilizados para ampliar ou melhorar uma (re)solução. Contudo, vários autores (e.g. Leikin, 2009; Silver, 1997) não utilizam esta dimensão da elaboração quando analisam a criatividade matemática dos alunos. Uma das razões prende-se com a dificuldade em determinar diferentes níveis de elaboração nas resoluções apresentadas pelos alunos em muitas tarefas.

É a combinação destas dimensões que nos pode permitir caraterizar a criatividade dos alunos em matemática escolar e ajudar a desenhar tarefas e estratégias a utilizar no processo de ensino e aprendizagem.

A arte de *ver*

Para Leonardo da Vinci, *saper vedere*, isto é, saber ver, ou a arte para ver, era a chave para desvendar os segredos do mundo visível. *Saper vedere* incluía uma capacidade sensorial intuitiva precisa, bem como imaginação, que estavam na raiz da inventividade e criatividade de Leonardo.

Também na Matemática «ver» é uma componente importante para explorar em direção à compreensão, e essa capacidade só pode ser desenvolvida através de experiências que requerem esse tipo de pensamento (e.g. Vale *et al.*, 2012). Damos especial atenção às tarefas em contextos figurativos devido à importância que têm em toda a atividade matemática, sendo uma componente de aprendizagem com muitas potencialidades e muitas vezes negligenciada na trajectória escolar dos alunos. Na resolução de problemas complexos a relação com o «ver» é tão importante como as capacidades relacionadas com o «fazer», verificando-se que a maior parte das vezes os alunos selecionam os métodos a utilizar na resolução de um problema baseados no que «veem» no seu enunciado.

As (re)soluções visuais de problemas, isto é, que recorrem a desenhos, esquemas ou a propriedades geométricas, nem sempre foram aceites como soluções matemáticas válidas; são muitas vezes chamadas resoluções sem palavras, que na história da matemática tiveram um forte desenvolvimento e depois retrocesso. Um exemplo clássico é a demonstração sem palavras, só recorrendo a desenhos geométricos, do teorema de Pitágoras. O início do recurso a esquemas visuais para resolver problemas e/ou efetuar provas poderá ser atribuído aos babilónios e gregos, que desenvolveram problemas sobretudo geométricos em contextos de natureza visual. Contudo, alguns autores (e.g. Rivera, 2011) falam no «declínio histórico da imagem» em geometria, que começou com a bem sucedida algebrização da geometria no século XVII através do trabalho de Descartes. O que se seguiu foram as poderosas invenções concetuais, no século XIX, de geometrias complexas que não podiam ser representadas visualmente, e a completa aceitação de sistemas dedutivos abstratos como resultado das geometrias não-euclidianas. Apesar desta visão histórica negativa, nas duas últimas décadas houve um renascer do interesse pelas representações visuais como ferramenta poderosa no raciocínio matemático, onde o visual possa proporcionar algo mais profundo em matemática do que fórmulas e, portanto, possa contribuir para uma visão mais ampla da matemática.

Nas últimas décadas aumentou o interesse pelas provas visuais. No entanto, os argumentos visuais devem ser rigorosos pois podem conduzir facilmente a más interpretações e, portanto, conduzir a inferências erradas. De qualquer modo, a sua importância é reconhecida pelo apoio na descoberta de novos resultados e na produção de provas mais formais, e sobretudo pelo seu papel no ensino e aprendizagem da matemática (e.g. Presmeg, 2014).

O uso da visualização tem sido frequentemente citado como um processo poderoso para resolver problemas, em particular no campo da matemática, argumentando-se que o uso de imagens visuais pode ser uma ajuda importante para todos os tipos de problemas, incluindo aqueles em que o visual não é evidente (e.g. Zimmerman & Cunningham, 1991).

Arcavi (1999) refere que, apesar da importância óbvia de imagens visuais em atividades cognitivas humanas, as representações visuais continuam a ser *cidadãos de segunda classe*, tanto na teoria como na prática da matemática. Refere ainda que continuamos a olhar de soslaio para as provas que fazem uso crucial de diagramas, gráficos ou outras formas não linguísticas de representação, e que passamos este desdém para os alunos, apesar de as formas visuais de representação serem elementos legítimos de provas matemáticas.

O papel da visualização na aprendizagem da matemática é um tema que tem sido ultimamente objeto de muita investigação (e.g. Arcavi, 1999; Presmeg, 2014). Parece haver um amplo acordo sobre a centralidade da visualização em aprender e fazer matemática. Esta centralidade decorre do facto de que a visualização não está apenas relacionada com a mera ilustração, mas é reconhecida também como uma componente do raciocínio, profundamente envolvida com o conceptual e não apenas com o percetual (Arcavi, 1999), com a resolução de problemas, e até mesmo com a prova. Na mesma linha está Presmeg (2014) quando refere a utilidade de meios visuais de resolução como não incluindo apenas representações na forma de imagens, mas também representações mais abstratas como sejam gráficos e padrões. E assim a visualização, ao serviço da resolução de problemas, poderá desempenhar um papel central para inspirar uma resolução completa, e não ter apenas um papel meramente processual.

Segundo Zimmermann e Cunningham (1991) a visualização é o processo de formar imagens (mentalmente, com papel e lápis ou com apoio da tecnologia) e usar tais imagens eficazmente na descoberta e compreensão matemática. De acordo com Fujita e Jones (2002) é essencial ter *olho geométrico* — o poder de ver propriedades geométricas a separar-se de uma figura — ferramenta essencial para a construção da intuição geométrica. Este poder, por um lado, é desenvolvido com a realização de tarefas práticas tais como desenhar e fazer medições em figuras geométricas. Por outro lado, a intuição geométrica ou espacial é poderosa não só em temas geométricos mas também noutros que o não são, considerando-se a intuição como a compreensão súbita de qualquer coisa, uma experiência *aha!* depois de um período a tentar, sem sucesso, resolver um problema. A visualização pode suscitar o desenvolvimento da intuição e a capacidade de ver novas relações produzindo assim o corte em fixações mentais que possibilita o pensamento criativo (Haylock, 1987).

Podem considerar-se de acordo, com Krutetski (1976), dois tipos de pensamento, lógico-verbal e visual-pictórico, e é o equilíbrio entre estes dois modos de pensamento que determina como se operam num indivíduo as ideias matemáticas. Perante a resolução de um problema há os alunos *analíticos*, que são os que preferem utilizar modos lógico-verbais de pensamento, mesmo nos problemas em que é relativamente mais simples resolvê-los através de uma abordagem visual; e os *geométricos*, aqueles que preferem usar esquemas visual-pictóricos mesmo quando os problemas são mais facilmente resolvidos com meios analíticos. Presmeg (2014) chama *visuais* aos alunos que têm esta preferência, ou seja, que recorrem a métodos visuais para resolver um problema matemático que possa ser resolvido quer por métodos visuais quer não-visuais; e por fim os *harmónicos*, aqueles que não têm preferência específica nem pelo pensamento lógico-verbal nem pelo visual-pictórico, ou também chamados de *integradores* (Borromeo, 2012) pois combinam pensamentos de natureza analítica e visual.

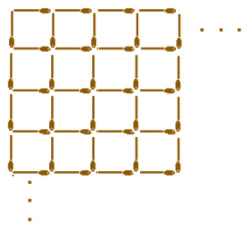
Exemplos de tarefas

Na perspectiva de estimular a criatividade deve pedir-se aos alunos para resolver as tarefas de tantas maneiras diferentes quantas consigam. Por outro lado permite-lhes compreender que um problema pode ser abordado de muitos modos diferentes e, muitas vezes, só depois de resolver o problema é que o aluno, voltando atrás, descobre outro processo de resolução mais simples. Como refere Krutetskii (1976), uma característica dos alunos matematicamente competentes é serem capazes de empenhar-se em procurar uma (re)solução clara, simples, curta e, portanto, «elegante», para um problema. Vemos potencialidades em estimular os alunos a apresentarem várias resoluções; este procedimento contraria a ideia corrente nos alunos de que o importante é conseguir uma resposta correta, não importando se existe outra maneira mais simples ou mais interessante de abordar o problema.

As propostas de tarefas que se apresentam admitem resoluções visuais e não visuais. Contudo, são problemas que podem ser classificados como problemas «visuais» (Presmeg, 2014), devido ao contexto, ou pela apresentação, ou ainda porque a resolução visual é bastante potente. São tarefas que podem ser utilizadas a partir do ensino básico.

Tarefa 1

Quantos fósforos são necessários para construir o quadrado $n \times n$? Descubra o maior número de modos distintos de o fazer.



Esta tarefa permite diferentes abordagens e múltiplas resoluções, quer numéricas quer visuais, o que estimula capacidades criativas dos alunos quanto à fluência, flexibilidade e originalidade. A maioria das abordagens de resolução desta tarefa são visuais mas diferem na sua natureza (Arcavi, 1999). Analisam-se de seguida estes aspetos, não contemplando as estratégias puramente numéricas.

1. Uma das abordagens mais comuns é procurar uma estratégia de contagem a partir da figura dada, recorrendo a uma decomposição do quadrado formado pelo conjunto de fósforos, e a partir daí identificar unidades facilmente contáveis. Por exemplo, podem ser identificados: um quadrado Q, Us e Ls, que vão permitir decompor o quadrado, e daí chega-se a uma generalização (Figura 1).

A análise da Figura 1 permite fazer uma generalização baseada na visualização: $1Q + 2(n-1)Us + (n-1)^2Ls$, o que permite obter sucessivamente para o número de fósforos: $4 + 2 \times [(n-1) \times 3] + (n-1)^2 \times 2 = 2n\,(n+1)$. Os alunos podem identificar outras formas de decomposição que conduzirão a expressões mais simples ou mais complexas. Para alunos mais novos não se deve considerar numa primeira abordagem o quadrado $n \times n$. Os alunos que utilizem esta estratégia mas que identifiquem diferentes decomposições mostram fluência na resolução da tarefa. Importa depois mostrar que todas as expressões gerais encontradas são equivalentes.

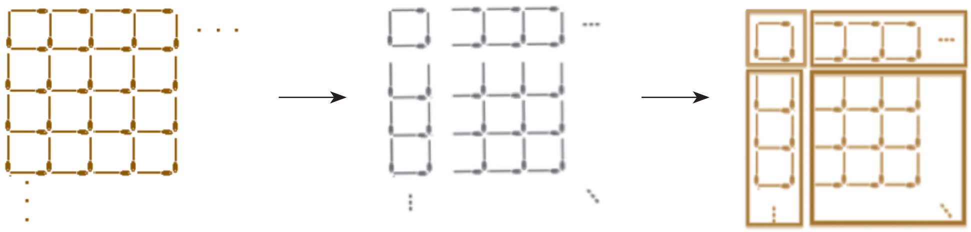


Figura 1

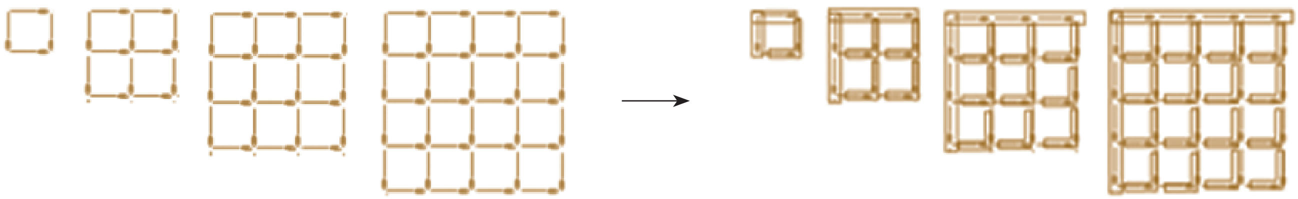


Figura 2

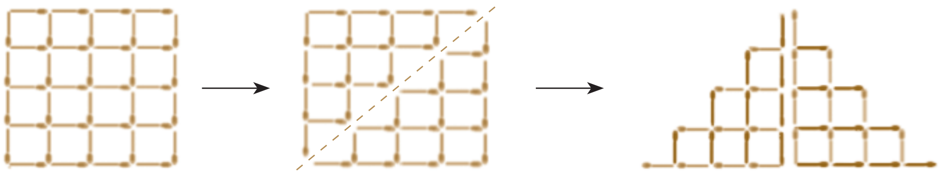


Figura 3

2. Alternativamente poderá recorrer-se à estratégia de reduzir a um problema mais simples como forma de facilitar a chegada à generalização distante através de um raciocínio funcional. A análise sucessiva dos quadrados 1×1, 2×2, 3×3, …, conduz à descoberta do padrão desta sequência de figuras (Figura 2). Esta estratégia dificilmente será utilizada por alunos que não tenham conhecimento de diferentes estratégias de resolução de problemas e não tenham trabalhado com padrões em sequências de crescimento. Em qualquer das abordagens utilizadas recorre-se a uma decomposição do quadrado formado pelo conjunto de fósforos e a partir dai identificam-se unidades facilmente contáveis. Depois identificam-se, como no caso anterior, diferentes unidades de fósforos facilmente contáveis. Por exemplo podem ser identificados: Is e Ls .

Preenchendo uma tabela que relacione o número da figura com o número de palitos obtidos nos diferentes quadrados identificando os Is e Ls, facilmente se faz uma generalização distante que permita obter o número de fósforos de um quadrado de qualquer dimensão.

Os alunos que utilizem esta estratégia mas que identifiquem diferentes decomposições mostram também fluência na resolução da tarefa.

3. Outra estratégia visual consiste em modificar o todo num novo todo em que seja mais fácil identificar padrões para o resolver.

O quadrado é «cortado» ao longo de uma diagonal e as duas metades são colocadas lado a lado. Cada uma destas metades são vistas como sendo uma escada de linhas e colunas, a partir de um fósforo no topo ate n fósforos na base. Em cada metade temos $(1+2+3+\ldots+n)$ fósforos em coluna e o mesmo número em linha. Na outra metade acontece o mesmo (Figura 3).

Logo, temos no total $2\times[2\times(1+2+3+\ldots+n)]$ e facilmente se chega à expressão $2n\,(n+1)$.

As resoluções apresentadas são apenas exemplos das várias resoluções que se podem obter. O processo visual utilizado nas resoluções anteriores inclui uma nova forma de olhar para a situação de modo a chegar à generalização, e constitui uma explicação de «como» a generalização é

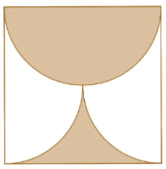
Fig. 1	Fig. 2	Fig. 3	Fig. 4	…	Fig. n
2Is + 1L	$2\times(2\text{Is})+2^2\text{Ls}$	$2\times(3\text{Is})+3^2\text{Ls}$	$2\times(4\text{Is})+4^2\text{Ls}$		$2\times(n\text{Is})+n^2\text{Ls}$
$2+2$	$2\times2+2^2\times2$	$2\times3+3^2\times2$	$2\times4+4^2\times2$		$2n+n^2\times2$

estabelecida. Por outro lado, um aluno que apresenta, por exemplo, estas três hipóteses de resolução mostra flexibilidade através do pensamento divergente pois procurou alternativas de resolução diferentes. A originalidade da resolução apresentada será analisada atendendo aos conhecimentos do aluno e em relação com as resoluções que tenham surgido na aula. A infrequência com que surgem e a sua eficácia permitem classificá-las de originais. Por exemplo, a última abordagem apresentada acima normalmente não é frequente, o que pode conduzir a que seja considerada uma resolução original no conjunto dos alunos de uma turma.

Nos exemplos que se seguem apenas se analisam as estratégias de resolução baseadas em «ver» o modo mais fácil de chegar à solução.

Tarefa 2

A figura representa um quadrado de lado unitário. As linhas curvas são arcos de circunferência. Qual é a área da região sombreada?
Descobre mais do que um processo de chegar à solução.



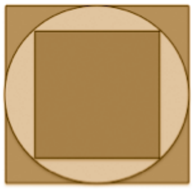
Este problema pode suscitar várias resoluções que envolvem as propriedades das figuras presentes, quadrado e circunferência. Os alunos que tentem uma resolução recorrendo a fórmulas aplicadas a diferentes partes da figura poderão considerar que este é um problema difícil, especialmente se o quadrado não é mostrado, embora possam mostrar fluência e flexibilidade através das resoluções mais convencionais. No entanto, se os alunos tiverem capacidade de «ver» podem descobrir uma resolução visual dinâmica, isto é, onde mentalmente fazem deslizar as duas partes que compõem o «pé» do «cálice» para a parte de cima formando um retângulo. Depois disso é fácil concluir que o «cálice» tem área igual a metade do quadrado, ou seja, 1/2 unidade de área (Figura 4).

O que faz com que uma tal resolução seja criativa é, conforme sugere Presmeg (2014), o facto de ser necessário quebrar o esquema mental que sugere o uso de fórmulas quando a palavra «área» é apresentada, de modo a procurar um método de resolução visual mais frutífero e simples.

Outra resolução dinâmica poderia ser a apresentada na Figura 5, em que, depois de se traçar as diagonais do quadrado, se vê facilmente que a área do «cálice» corresponde a 2/4 da área do quadrado.

Tarefa 3

Na figura estão dois quadrados, um inscrito e outro circunscrito ao círculo. Qual a razão entre as áreas do quadrado menor e do quadrado maior?
Descobre mais do que um processo de resolução.



Este problema envolve um pensamento idêntico ao anterior, ou seja, envolve também uma resolução visual dinâmica que torna a resolução deste problema muito mais fácil do que qualquer outra que se possa utilizar. Para isso basta efetuar uma rotação do quadrado menor em torno do cento de 45°. Em seguida é fácil concluir que a razão das áreas dos quadrados é de 1:2 (Figura 6).

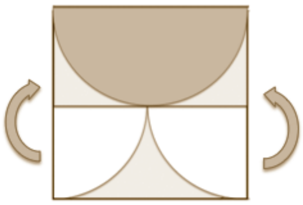


Figura 4

Figura 5

Figura 6

Conclusão

A aula de matemática deve incluir práticas que conduzam os alunos a ser criativos de modo a melhorarem as suas capacidades matemáticas. Uma das estratégias consiste em conduzir os alunos a pensar visualmente e a desenvolver essa capacidade através de experiências que requeiram tal forma de pensamento. Uma estratégia visual pode ser um modo diferente de encarar um problema complexo e de obter uma solução mais simples, além de que tarefas com características visuais podem ajudar os alunos a ultrapassar algumas dificuldades com conceitos e procedimentos matemáticos, resolvendo com sucesso uma dada situação problemática.

A literatura refere que a atividade de «ver» não é um processo evidente e inato, mas algo que se pode criar, desenvolver, aprender e ensinar (e.g. Whiteley, 2004). Deste modo, é importante ensinar os alunos a «ver», pelo que é necessário propor-lhes um conjunto de tarefas desafiantes em que o ponto de partida da sua exploração seja a intuição e a visualização — podendo abrir caminhos para a explicação e a prova — e, simultaneamente, contribuir para o desenvolvimento da criatividade em matemática.

Referências

Arcavi, A. (1999). *The role of visual representations in the learning of mathematics*. Retirado em 5 de março de 2015 de www.clab.edc.uoc.gr/aestit/4th/pdf/26.pdf

Borromeo Ferri, R. (2012). *Mathematical thinking styles and their influence on teaching and learning mathematics*. Retirado em 5 de março 2015 de http://www.icme12.org/upload/submission/1905_F.pdf

Haylock, D. (1997). Recognizing mathematical creativity in schoolchildren. International Reviews on Mathematical Education, *Essence of Mathematics*, *29*(3), 68–74.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago, University of Chicago Press.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*. (pp. 129–145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Presmeg, N. (2014). Creative advantages of visual solutions to some non-routine mathematical problems. In S. Carreira, N. Amado, K. Jones & H. Jacinto, (Eds.), *Proceedings of the Problem@Web International Conference: Technology, Creativity and Affect in mathematical problem solving* (pp. 156–167). Faro, Portugal: Universidade do Algarve.

Rivera, F. (2011). *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. New York: Springer

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, (29)3, 75–80.

Vale, I., Pimentel, T., Cabrita, I., Barbosa, A. & Fonseca, L. (2012). Pattern problem solving tasks as a mean to foster creativity in mathematics. In T. Y. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 171–178). Taipei, Taiwan: PME.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). *Visualization in teaching and learning Mathematics*. Washington: Mathematical Association of America.

Whitley, W. (2004). *Visualization in Mathematics: Claims and Questions towards a Research Program*. Retirado em 23 de fevereiro de 2015 de http://www.math.yorku.ca/~whiteley/Visualization.pdf

Isabel Vale

Escola Superior de Educação do IPVC