

Exemplos e contra exemplos para construir o conceito de classe

O episódio que apresento ocorreu numa aula de 3.º ano. A discussão coletiva com toda a turma da qual o retirei aconteceu depois dos alunos terem construído quadrados e retângulos. É interessante notar que construíram alguns paralelogramos pensando que eram retângulos e esses contra exemplos foram decisivos para gerar uma controvérsia favorável a uma boa discussão sobre propriedades de quadriláteros.

O quadrilátero da figura (fig. 1) foi um dos vários exemplares construídos como exemplo de retângulo. De fato é um paralelogramo que não é retângulo e constitui um excelente contra-exemplo para despoletar uma discussão significativa que permita identificar propriedades relevantes do retângulo.

Muitos alunos olhavam para o quadrilátero e diziam que era um retângulo, outros afirmavam que não era. Instalou-se assim um motivo de discussão. Como decidir se é ou não um retângulo? A olho nu ele parece mesmo ser retângulo. Um raciocínio possível para ter a certeza de que não é baseia-se no recurso à estrutura pontuada que o suporta, o que não é muito fácil para quem não domina o raciocínio geométrico. Outra possibilidade será recorrer a um instrumento de medida simples, o «detetor de ângulos retos». Mas vamos ver como decorreu a discussão até chegar à utilização deste instrumento.

Para alimentar a discussão foi destacado como elemento de comparação um retângulo, também construído pelos alunos, e numa posição «inclinada» como a do paralelogramo controverso (fig. 2). Uma boa maneira de forçar os

alunos a defenderem uma opção errada é transmitir-lhes a sensação de que o professor defende essa opção. De certa maneira isso dá-lhes confiança.

Professor — *Quem quer dizer o que está a pensar de uma maneira que seja boa para todos ficarem convencidos de que a figura da direita também é retângulo? Vem cá a Rosa.*

Rosa — *Porque este se nós o pusermos assim em pé.*

A aluna, confiante, aproxima-se do quadrilátero exposto e ilustra com gestos o seu argumento (figs. 3 e 4).

Perante a sua dificuldade em verbalizar o que está a pensar, a aluna é incentivada pela professora a mudar a posição da figura. Ao fazê-lo fica com dúvidas.

Rosa — *Se colocasse assim era [e aponta para os lados]. Como está ao contrário ...*

É interessante procurar compreender o raciocínio desta aluna. No seu gesto inicial ela aponta para os vértices e por isso parece dar a ideia de conseguir decompor a figura em componentes e de estabelecer relações entre elas. Estaria assim ao nível de uma estruturação geométrica. No entanto, ao precisar de mudar a posição à figura mostra-nos claramente a sua necessidade de a ver como um todo. Para esta aluna a ideia mais forte para identificar um retângulo é uma imagem numa posição comum, «ao alto». A aluna precisa de mostrar que está a tentar vê-la como tal para justificar que é retângulo. Os gestos que faz, com as mãos e com a cabeça, e a sua afirmação dizem-nos que ela defen-

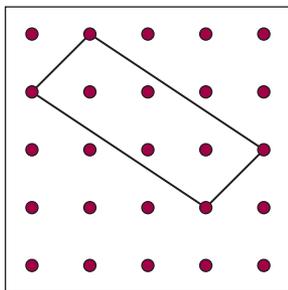


Figura 1

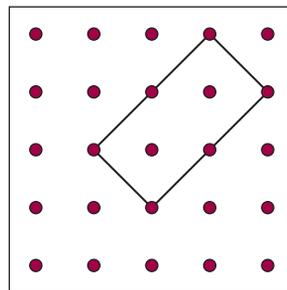


Figura 2

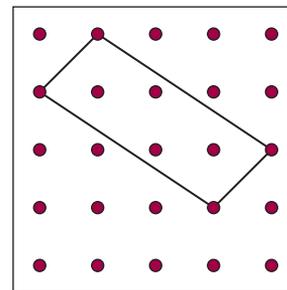




Figura 3

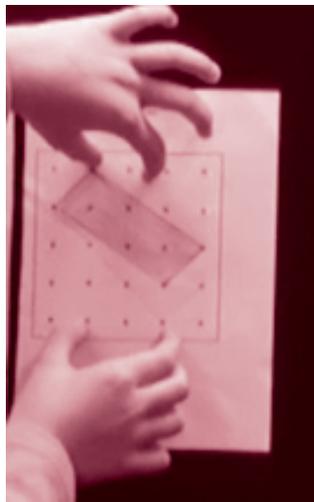


Figura 4

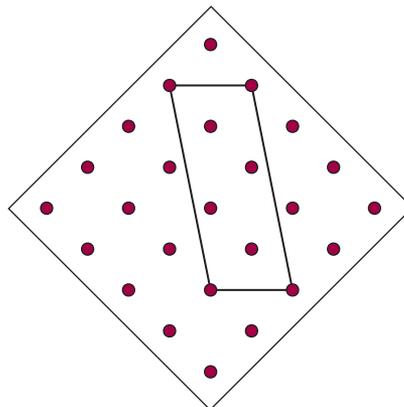


Figura 5

de que é um retângulo porque está a conseguir vê-lo mentalmente como um retângulo. No entanto, ao colocar efetivamente a figura na posição «ao alto» a aluna fica com dúvidas (fig. 5). A ilusão da perpendicularidade dos lados perde-se ao mudar a posição. A aluna não consegue decidir, simultaneamente parece que é e que não é.

Esta aluna, e todos o que estiverem a pensar como ela, precisam ainda de desenvolver a capacidade de raciocínio baseada na estruturação espacial. Isto é, precisam de ser capazes de destacar elementos no retângulo, neste caso os ângulos, para passar a reconhecer e usar uma propriedade que distingue claramente o retângulo dos outros paralelogramos. Esta propriedade é ter 4 ângulos retos. É uma propriedade inclusiva que facilita a construção da relação da classe dos retângulos como uma parte da classe dos paralelogramos.

A introdução de um instrumento de medida muito simples para reconhecer os ângulos retos permitiu aos alunos destacar visualmente os ângulos e passar a usar a propriedade de ter 4 ângulos retos como característica da classe dos retângulos. O recurso a contra-exemplos é indispensável para construir a ideia de classe. Uma classe de quadriláteros constitui-se a partir da identificação de invariantes num conjunto alargado de exemplares dessa classe. O

conceito de invariante só pode ser bem compreendido se forem analisados também exemplares que não pertencem à classe, como o paralelogramo sobre o qual discutimos.

Esta discussão teve por base figuras construídas pelos alunos e isso confere-lhe muito mais valor e significado. Assim como surgiram paralelogramos não retângulos como exemplos de retângulos poderiam ter surgido losangos não quadrados como exemplares de quadrados. Porém tal não aconteceu, nenhum aluno construiu um losango com dois pares de lados diferentes pensando que poderia ser um quadrado. Mais à frente, no desenrolar da discussão, esse contra-exemplo teve de ser apresentado pela professora, uma possibilidade que é sempre um recurso do professor quando pretende construir a ideia da classe dos losangos inclusiva para os quadrados.

Penso que não seria capaz de refletir sobre o desenvolvimento do raciocínio geométrico nesta perspetiva de estruturação se não tivesse trabalhado com estes miúdos e vivido estas estimulantes discussões a partir das dezenas de figuras que construíram. A leitura desta nota pode ser complementada com as notas 7 a 9 das revistas *Educação & Matemática* 116 a 118, e da nota 20 da revista 131.