

# A emergência do pensamento algébrico num grupo de crianças de 4 anos — entre os livros infantis e os padrões de repetição

PAULA SERRA E MARGARIDA RODRIGUES

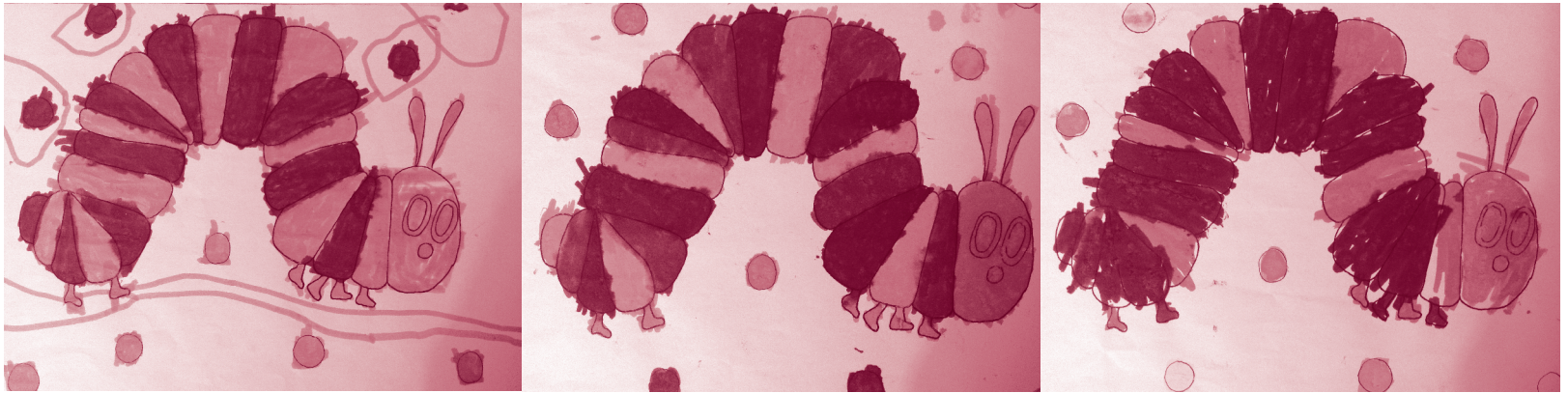


São vários os autores que referem a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais, nomeadamente desde o pré-escolar. Para Threlfall (1999), o estudo dos padrões constitui um veículo privilegiado para o fazer.

Neste artigo, apresentam-se algumas das tarefas que foram propostas a um grupo de crianças de 4 anos, centradas em padrões de repetição, num contexto de exploração da literatura infantil, tendo surgido na sequência das histórias «A lagartinha comilona» e «A casa da Mosca Fosca». Todas as tarefas foram iniciadas sempre com a leitura da história respetiva, em grande grupo. As tarefas foram realizadas no âmbito da tese de mestrado da primeira autora (Serra, 2014), educadora das crianças, sendo que os nomes das crianças aqui referidos são fictícios, de modo a garantir o seu anonimato.

## PENSAMENTO ALGÉBRICO E PADRÕES NO PRÉ-ESCOLAR

Segundo Kaput (2008), existem dois aspetos essenciais do pensamento algébrico: (a) a generalização e a formalização de padrões e (b) a manipulação simbólica. Blanton e Kaput (2011) definem o pensamento algébrico como uma atividade generalizante de ideias matemáticas, defendendo a sua aplicação e desenvolvimento em níveis cada vez mais elementares, designando essa mesma atividade por *early algebra*. Este é um tipo de atividade que prepara as crianças para o desenvolvimento de estruturas e de modos de generalização matemática e não para a mecanização de procedimentos. O que se procura é desenvolver o raciocínio algébrico de um modo que inclua a compreensão de estruturas matemáticas representadas pela linguagem e pelos gestos, utilizando materiais concretos e representações e não propriamente iniciar o estudo da álgebra mais cedo do que o habitual (Warren & Cooper, 2008).



**Figura 1.**— Padrões de tipo AB, ABC e ABB

Threlfall (1999) refere que, para além do desenvolvimento do raciocínio lógico, a introdução de padrões, nomeadamente de repetição, no pré-escolar, é importante na aprendizagem futura da álgebra. Na mesma linha, Herbert e Brown (citados em Borralho, Cabrita, Palhares & Vale, 2007) sustentam que a *early algebra* deve iniciar-se pelo estudo de padrões logo desde o jardim-de-infância.

Papic, Mulligan e Mitchelmore (2011) consideram os padrões de repetição (onde figura uma estrutura que se repete) apropriados para o trabalho no pré-escolar. Deste modo, são muitas as crianças que, de uma forma espontânea, criam padrões de repetição simples, utilizando diferentes materiais da sala, tais como colares de conta e outros materiais manipuláveis, ou representando-os nos desenhos e decorações de roupa (Threlfall, 1999).

Segundo Threlfall (1999), para desenvolver um trabalho adequado com padrões de repetição, é necessário atender à sua complexidade e ao modo como as crianças veem esses padrões. O autor refere que padrões do tipo AB são mais simples do que os padrões com mais elementos na unidade de repetição e que os padrões com um único atributo são mais simples do que com mais do que um atributo.

É de salientar, ainda, a importância da consciência de que um padrão é um todo e que deve ser visto relacionando-o com a unidade de repetição (Threlfall, 1999). A forma como a unidade de repetição é identificada por parte das crianças, é referida por Vale *et al.* (2011), como essencial para se pensar no padrão como uma sucessão de termos que se repetem, de modo a conduzir à generalização. A identificação da unidade de repetição pode ocorrer de duas formas: por uma cantilena que enfatiza a unidade de repetição pela entoação utilizada ou por uma referência explícita à unidade de repetição (Threlfall, 1999).

É também fundamental a forma como se incentiva a observação de padrões e a utilização de diferentes materiais ou símbolos (letras ou números) de modo a levar as crianças a identificar que a estrutura dos diferentes padrões não

depende do material utilizado (Vale *et al.*, 2011; Ziemba & Hoffman, 2006).

## ALGUMAS DAS TAREFAS PROPOSTAS

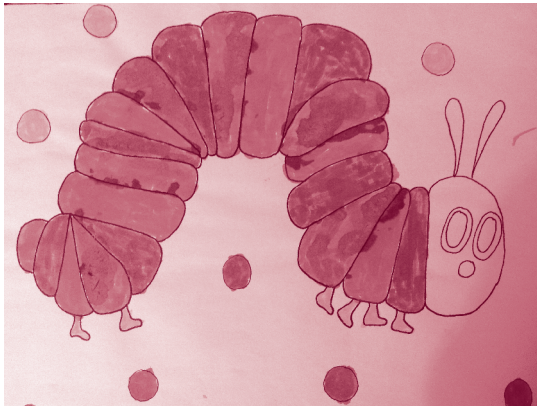
### CRIANDO PADRÕES

Na primeira tarefa, *Pintar a lagartinha*, foi pedido às crianças que colorissem, a seu gosto, uma lagartinha com 20 espaços, de modo a criarem um padrão. Este termo já tinha sido usado pela educadora, nas situações em que se encontravam na presença de um padrão de repetição. Daí que as crianças já tivessem, nesta altura, uma noção intuitiva de padrão. No decurso da tarefa, a educadora ia questionando as crianças com o intuito de perceber se conseguiam identificar o que se repetia e se identificavam semelhanças entre os diferentes padrões criados.

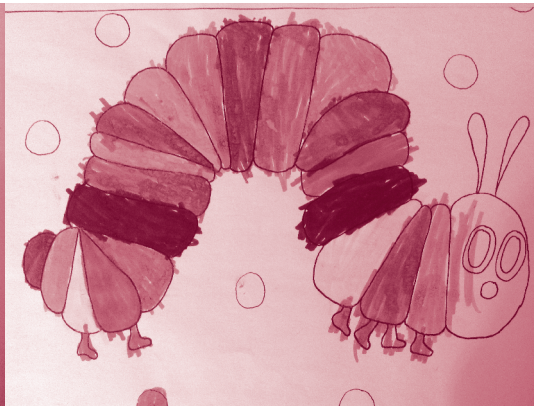
As lagartas apresentaram padrões de três tipos diferentes (figura 1). Algumas crianças usaram uma estratégia em que pensavam previamente nas cores a utilizar, o que facilitou o seu trabalho de criação de um padrão. Apenas duas das crianças colocaram, junto a si, as canetas necessárias para pintar a lagartinha, retirando-as da caixa, evidenciando já alguma noção da unidade de repetição. As crianças conseguiram criar padrões com duas cores (do tipo AB ou ABB) e com 3 cores (do tipo ABC).

As crianças, que não colocaram as canetas fora da caixa, utilizaram a estratégia de voltar ao início para verificar a ordem correta das cores a pintar. O Dinis usou uma abordagem simétrica, sendo que nos primeiros nove anéis, sensivelmente a meio da lagarta, utilizou a sequência de cores de roxo, vermelho e azul. A partir daí, inverteu a sequência das cores, colocando roxo, azul e vermelho. Trata-se de um padrão com componente de simetria, obtido provavelmente por o Dinis ter olhado para o que já tinha pintado, da esquerda para a direita, invertendo a sequência, e não para o início da lagarta, da cabeça para a sua extremidade.





**Figura 2.**— A lagarta do Dinis



**Figura 3.**— A lagarta pintada pelo António

O António tentou criar um padrão utilizando todas as canetas da caixa, mas não foi capaz de manter uma repetição exata da unidade de repetição que, neste caso, conteria um elevado número de elementos. Assim, a estratégia do António residiu em usar uma grande diversidade de cores, dispondo-as primeiro sem repetir (nos primeiros nove anéis da lagarta) e a partir da repetição do cinzento, parece dispô-las aleatoriamente.

O grupo determinou que não se tratava de um padrão, mas não conseguiu explicar bem porquê; o argumento mais utilizado foi que «tem muitas cores e não se pode fazer um padrão com muitas cores». A lagarta pintada pelo António serviu de contraexemplo da noção de padrão. As crianças identificaram as dificuldades iniciais do António e procuraram depois não cometer o mesmo erro.

### LENDO PADRÕES

Quando foi pedido às crianças, em grande grupo, que lessem para os outros os padrões das suas lagartas, identificasse a utilização pelas crianças de uma cantilena que enfatiza a unidade de repetição pela entoação utilizada, ou até gestos e movimentos de mão, permitindo identificar a sequência correta das cores e os erros cometidos. No caso da lagarta do Dinis (figura 2), o Mário fez o comentário seguinte:

Mário — Ah...fizeste diferente! (*faz gestos com a mão*)  
Que é roxo, vermelho, azul, roxo, vermelho, azul...  
e depois no final é ... depois do roxo é o azul parece diferente (*fala com entoação*)

Educadora — Está diferente? Como é que tu achas que está diferente?

Mário — Porque tem o roxo com o vermelho ao pé do azul, então o azul mudou ao pé do roxo então o vermelho mudou ao pé do azul. (*faz gestos com as mãos e com os dedos aos saltinhos de três*)

Educadora — Queres vir aqui mostrar à Paula o que estás a dizer?



**Figura 4.**— Registos de controlo do padrão feitos pelo Frederico (A) e pelo David (B)

Mário — Porque o Dinis fez aqui o roxo e depois nesta partiu e pôs aqui o roxo, o azul, o vermelho.

O Frederico sugeriu uma forma de o Dinis não se enganar e registou-a numa folha:

Frederico — Ah já sei! Fazemos uns quadradinhos para nós não enganarmos.

Mário — Já sei. Podemos fazer um padrão que o Dinis não se engana, pomos aqui à frente o papel e ele já sabe.

Frederico — Eu vou tirar as canetas que ele usou. Encarnado, roxo, azul.

O Frederico tirou também da caixa uma caneta verde com a qual desenhou uma linha fechada dentro da qual fez «quadrinhos», de acordo com a unidade de repetição utilizada pelo Dinis: roxo, encarnado e azul. O David sugeriu logo outra maneira e desenhou um «círculo» verde no centro rodeado de outras linhas circulares de cores idênticas às da lagarta do Dinis:

David — Um verde círculo grande...azul, castanho...  
 António — Roxo, é roxo, a lagartinha começa por aqui!  
 David — Posso fazer à volta, a primeira é uma volta, agora a outra...  
 Luísa — São muitas voltas!  
 António — Primeiro era o verde?  
 David — Porque era a...isto era um círculo que estava a segurar as cores, depois o Dinis vinha aqui ver qual era a cor primeira. Era esta, depois esta e depois esta.

O registo do Frederico mostra que identificou a unidade de repetição de uma forma independente quanto ao número de itens (Papic *et al.*, 2011). Foi a primeira vez que surgiu um registo icónico da unidade de repetição. Este registo surge como forma de as crianças obterem um maior controlo relativamente à correção do padrão durante o processo de criação do mesmo, não tendo existido uma solicitação explícita por parte da educadora nesse sentido.

#### REPRODUZINDO PADRÕES COM GESTOS

Na tarefa, *Ler a lagartinha por gestos*, em grande grupo, cada criança tinha de reproduzir o padrão inicial da sua lagarta com gestos, tocando em alguma parte do corpo, e ensiná-lo ao grupo que o reproduzia também por gestos. Verificou-se que todas as crianças conseguiram reproduzir por gestos os padrões anteriormente feitos nas lagartas, identificando com facilidade a equivalência de gestos e cores. Ao mesmo tempo que tocavam nas diversas partes do corpo, estas eram verbalizadas:

David — Cabeça pés pés, cabeça pés pés, cabeça pés pés.  
 Educadora — Qual é a cor da cabeça? (...)  
 David — Vermelha.

Educadora — E quando tocas no pés, qual é a cor que estás a dizer?  
 David — Azul.  
 Educadora — E porque é que tocas duas vezes nos pés?  
 David — Porque são dois azuis.

A educadora reforçou a ideia de repetição e que era apenas necessário fazer uma «unidade» de gestos para ensinar o padrão aos amigos, e não a totalidade do que tinham pintado. Também reforçou que, se continuassem a fazer os gestos, podiam ficar ali indefinidamente.

As crianças que se seguiram apenas referiram, gestual e oralmente, a unidade de repetição do seu padrão e ensinavam apenas isso ao grupo que a utilizava para reproduzir o padrão e dar-lhe continuidade.

#### CRIANDO PADRÕES COM GESTOS

Numa outra tarefa, era pedido a todas as crianças para criarem padrões gestuais, verbalizando as partes do corpo em que tocavam e ensinarem-nos ao grande grupo. Tal como antes, ensinavam ao grupo apenas a unidade de repetição que era usada por todos para reproduzir gestualmente os padrões inventados, reproduzindo a unidade de repetição e a repetição da mesma. Fizeram-no, de seguida, e um de cada vez, sabendo que cada um deveria memorizar o seu próprio padrão inventado para o reproduzir pictoricamente depois.

Após a criação dos padrões gestuais, cada um dirigiu-se à mesa de trabalho para reproduzir o seu padrão na pintura da sequência das laranjas. Os padrões evoluíram para uma forma mais complexa, tendo sido registados, nas sequências das laranjas, padrões de complexidade diversa: AB (4), ABC (4), ABB (1), ABCDE (2), ABBBCD (1), ABCC (1). Verificou-se que conseguiram associar um gesto a uma cor

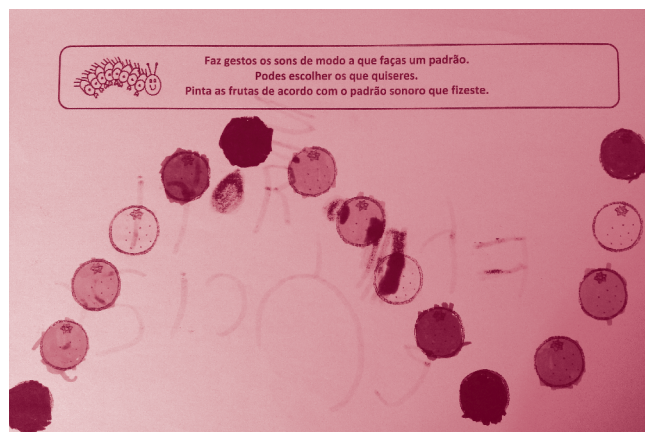
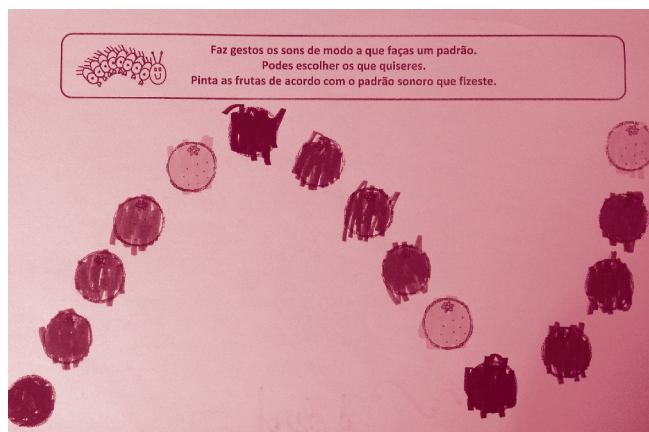
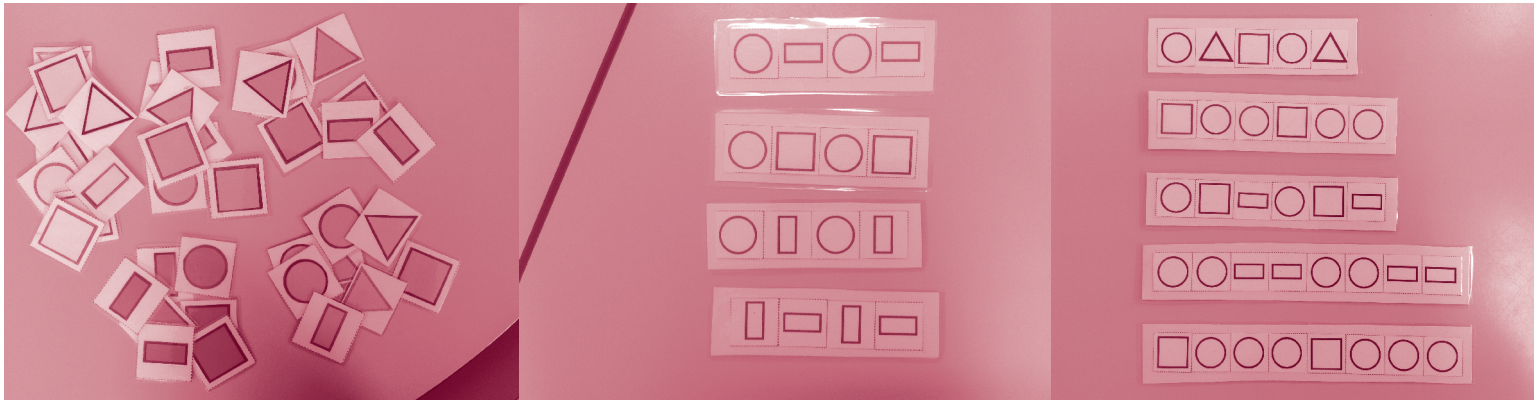


Figura 4.— Os padrões do Mário e do Fernando, respetivamente





**Figura 5.**— Material utilizado para a realização da tarefa

e que quase todos se lembraram dos padrões gestuais criados, tendo sido oito as crianças que fizeram corresponder exatamente o padrão gestual ao que coloriram.

Na figura 4, podemos observar os padrões do Mário e do Fernando com as laranjas. O Mário verbalizou «olhos nariz boca pés ombro» mas correspondeu-o a um padrão figurativo do tipo ABBCD, ambos complexos. O Fernando fez corresponder o padrão figurativo do tipo ABCDE ao seu padrão gestual de «cabeça pés braço mão barriga». O Mário foi o sexto a criar o seu padrão e o Fernando o segundo. Apesar da maior distância temporal entre o momento de invenção do padrão gestual e a concretização da reprodução na pintura das laranjas, o Fernando conseguiu criar um padrão complexo, memorizá-lo e reproduzi-lo adequadamente.

Estas duas últimas tarefas permitiram que as crianças desenvolvessem o seu sentido de unidade de repetição, conseguindo transferir o mesmo padrão para diferentes modos ou materiais, do figurativo para o gestual, e do gestual para o figurativo.

### REPRODUZINDO E CONTINUANDO PADRÕES

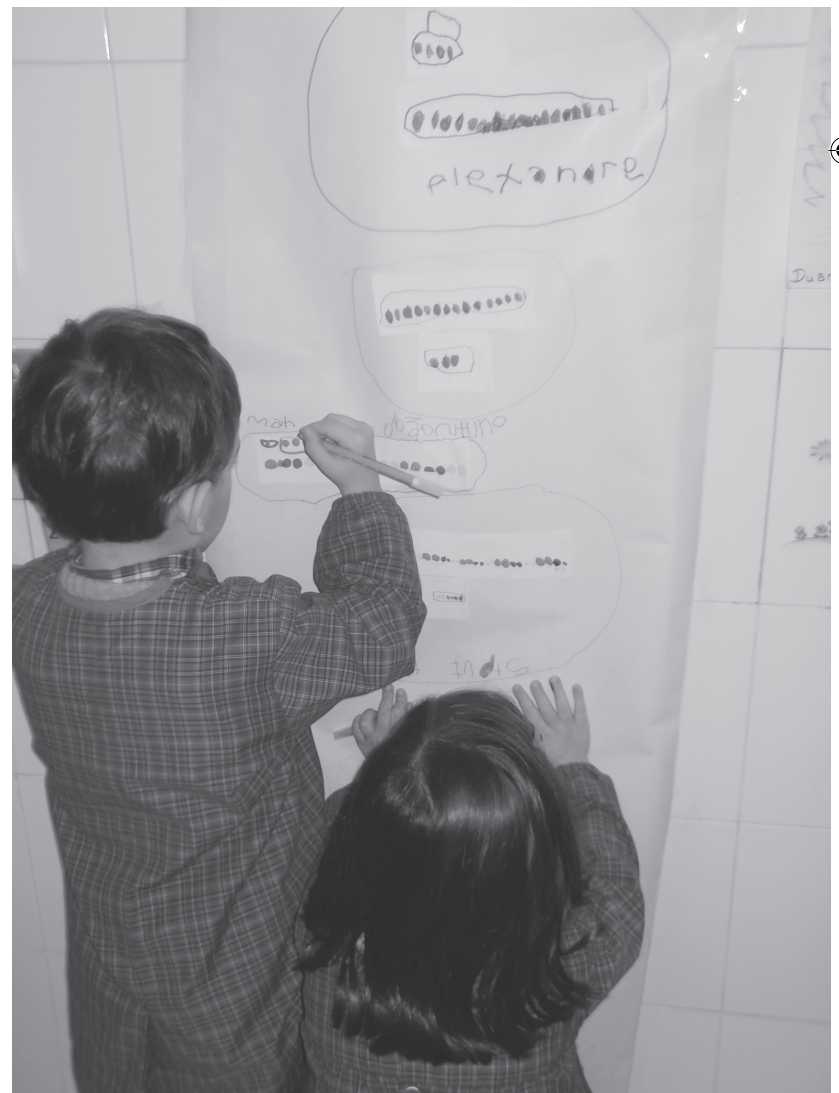
Uma outra tarefa, *Enfeito a casa da Mosca Fosca com padrões coloridos*, teve como ponto de partida a história «A casa da Mosca Fosca», tendo-se pedido às crianças que realizassem padrões para enfeitar a casa para a festa que a Mosca Fosca ia dar. Cada criança tinha um conjunto de cartões com formas diferentes mas da mesma cor, com os quais copiaria e continuaria padrões, apresentados em tiras, com variação do atributo forma ou do atributo posição. A maioria das crianças não apresentou dificuldade em copiar e continuar os padrões apresentados.

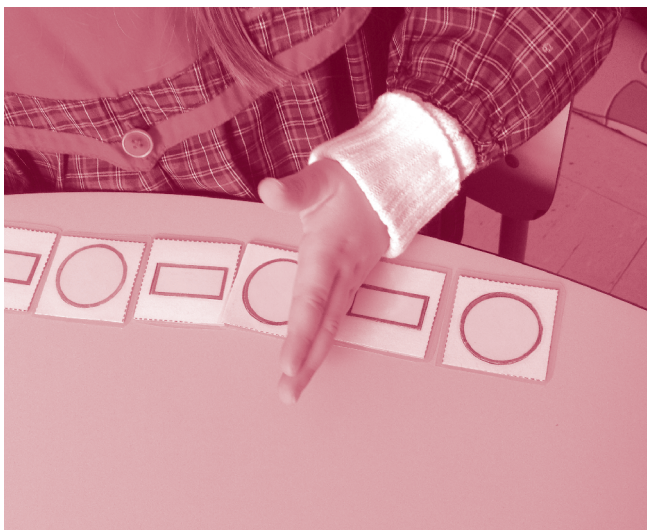
Anteriormente a esta tarefa, a educadora começou a incentivar as crianças para a identificação da estrutura dos padrões, primeiro através da utilização de números («Se o teu padrão fosse números, como é que tu lias o teu padrão?»), tendo a Matilde respondido, para um padrão do tipo ABC, «1...2....3; 1 2 3, 1 2 3»), e depois através de letras para que

as crianças não confundissem com o número de vezes que a unidade de repetição se repete numa dada representação de um padrão, como poderia acontecer no caso da utilização dos números.

A necessidade de atribuir uma designação à unidade de repetição acabou por surgir de forma espontânea numa situação em que lhes foi pedido para realizarem colares com

**Figura 5.**— Registo e colagem dos padrões e dos códigos





**Figura 6.**— Luísa identificando a unidade de repetição e Tatiana identificando e contando a unidade de repetição, respetivamente



fios de conta, identificarem o que se repetia e registar as descobertas numa folha. O Dinis, ao identificar a unidade de repetição, representou a respetiva sequência das cores e delimitou-a dentro duma caixa, designando-a por código, por os jogos do irmão mais velho terem códigos, e explicando: «É para não nos enganarmos. Olhamos para o código». A partir deste momento, a unidade de repetição passou a ser referida por código.

Assim, na tarefa *Enfeito a casa da Mosca Fosca com padrões coloridos*, o código facilitou a consciencialização pelas crianças da estrutura do padrão:

Educadora — Qual é o código do teu padrão António?

António — Círculo retângulo.

(...)

Educadora — Qual é o vosso código? Aquele nome que o Dinis inventou? (Luísa mostra com as mãos a unidade de repetição e com a mão toda faz barreira).

Luísa — ABABAB.

(...)

Educadora — Quantas vezes é que o código se repete no teu padrão?

(...)

Tatiana — (com dois dedos) Um dois três.

Enquanto o António verbalizou apenas a unidade de repetição («Círculo retângulo»), a Luísa leu todos os elementos que tinha construído, representando-os pelas letras AB. O facto de a Luísa ter separado gestualmente a unidade de repetição revela a consciência da mesma, tendo usado esse processo para a identificar. Tal como se verificou com a Tatiana, um

número elevado de crianças conseguiu contabilizar o número de vezes que a unidade de repetição se repete.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tarefas aqui apresentadas iniciaram-se com a criação de padrões e não com o copiar e continuar modelos fornecidos pelos adultos. Segundo Threlfall (1999), é mais importante que as crianças criem os seus próprios padrões do que copiem modelos preestabelecidos.

Após a implementação das tarefas, pode afirmar-se que a maioria do grupo domina o conceito de padrão e consegue criar padrões de repetição. Foi ainda evidente a evolução das crianças ao nível da complexidade dos padrões criados, sendo que iniciaram padrões com unidades de repetição com um número de elementos até 3 (Vale et al., 2011), tendo depois criado padrões com unidades de repetição com um maior número de elementos (até 5).

As crianças também conseguem identificar erros na construção do padrão quando realizam uma leitura em voz alta, em grande parte devido à entoação. A estratégia de isolar as canetas necessárias para pintar o padrão e as estratégias para ajudarem os amigos a não se enganarem no padrão foram potenciadoras da identificação da unidade de repetição, bem como a ênfase colocada na unidade ao entoarem a cantilena da leitura do padrão (Threlfall, 1999). Também foi importante a solicitação da educadora para que ensinassem os padrões gestuais aos amigos, fazendo apenas os gestos correspondentes à unidade de repetição. Os movimentos físicos não só facilitam a representação do



padrão como também a percepção da unidade de repetição (Threlfall, 1999).

A evolução ao nível da complexidade dos padrões criados decorreu do desenvolvimento progressivo das crianças relativamente à consciência da estrutura do padrão, traduzida, muitas vezes, na forma como as mesmas usaram e verbalizaram o «código». A identificação da unidade de repetição aparece de forma distinta nos diálogos das crianças, quando passam a utilizar a palavra «código» inventada por Dinis e que depressa assume um carácter facilitador da compreensão da estrutura de um padrão. A utilização de letras para codificar os padrões permitiu que reconhecessem as diferentes estruturas dos padrões de repetição, e que elas não estavam dependentes do material utilizado (Vale *et al.*, 2011).

### Referências

- Blanton, M., & Kaput, J (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 5–23). Berlin: Springer.
- Borrvalho, A., Cabrita, I., Palhares, P., & Vale, I. (2007). Os padrões no ensino e aprendizagem da álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 193–211). Lisboa: SEM-SPCE.
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Palhares, P., & Mamede, E. (2002). Os padrões na matemática do pré-escolar. *Educare-Educere*, 10(1), 107–123.
- Papic, M., Mulligan, T., & Mitchelmore, M. (2011). Assessing the developing of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237–268.
- Serra, P. (2014). *Lendo e explorando histórias: A emergência do pensamento algébrico em crianças de 4 anos* (Tese de mestrado, Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa). Online in <http://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/3906>
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. In A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18–30). London: Cassell.
- Vale, I., Pimentel, T., Barbosa, A., Borrvalho, A., Cabrita, I., & Fonseca, L. (2011). *Padrões em matemática. Uma proposta didática do novo programa para o ensino básico*. Lisboa: Texto Editores.
- Warren, E. & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171–185.
- Ziembra, E., & Hoffman, J. (2006). Sorting and patterning in Kindergarten: From activities to assessment. *Teaching Children Mathematics*, 236–241.

PAULA SERRA

EXTERNATO «O POETA»

MARGARIDA RODRIGUES

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DO INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA E UIDEF, UNIVERSIDADE DE LISBOA

## Anúncio

# NÚMERO TEMÁTICO DA EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Como habitualmente, o último número do ano da *Educação e Matemática*, a sair em novembro/dezembro, será temático.

Desta vez o tema escolhido foi a Criatividade.

Assim, neste número temático da E&M serão discutidos e refletidos diferentes aspetos do desenvolvimento desta capacidade em Matemática, dando também uma perspetiva do que se tem feito neste domínio em Portugal e noutros países. Um dos objetivos principais é a clarifica-

ção desta capacidade no domínio da educação matemática e a discussão sobre a sua integração nas aulas de matemática e o modo de a desenvolver nos nossos alunos.

Aqui fica o convite a todos os interessados em escrever e/ou partilhar ideias ou reflexões sobre este tema, para que nos façam chegar os vossos contributos — artigo, relato de sala de aula, pontos de vista, etc..

As propostas de contribuição deverão ser enviadas até 31 de agosto.