



A EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA ENTREVISTA... JOSÉ PAULO VIANA

A resolução de problemas é uma das ideias mais fortes e com maior tradição na área da educação matemática e a revista *Educação e Matemática* tem procurado acompanhar a valorização desta atividade desde sempre, nomeadamente através da secção *O problema deste número*, uma das suas secções mais antigas. Quase tão antiga como a secção, é a colaboração de José Paulo Viana que, desde 1991, edita assiduamente um problema em cada número, desafiando também os leitores a enviarem as suas resoluções.

Na sessão especial da EeM realizada no ProfMat 2014, a nossa diretora, Lina Brunheira, entrevistou o José Paulo Viana. Ao longo da entrevista, percorreu três temas: o amante de problemas de matemática, o professor de matemática e o editor da secção da *Educação e Matemática*. O texto que se segue corresponde a uma versão mais reduzida dessa entrevista que o José Paulo Viana teve a amabilidade de reconstituir a nosso pedido.

A Redação da *Educação e Matemática*



Figura 1.—(Batalha de Hastings, Tapeçaria de Bayeux, sec. XI)

O AMANTE DOS PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

1. Quando é que sentiste que tinhas um gosto especial pelos problemas de matemática? (O que te fez perceber isso? Como é que eras como aluno em matemática?)

Acho que desde sempre (ou quase...). Da escola, não me lembro especialmente dos problemas mas recordo de passar muitas aulas de outras disciplinas que não me agradavam a resolver problemas. Não sei de onde eles vinham. Dos professores de Matemática? De casa? Dos amigos? Não sei.

Lembro-me, no correspondente ao atual 5.º ou 6.º ano, ter estado toda uma aula de História a calcular (à mão, claro, que não havia calculadoras) o valor de 2 elevado a 64 para saber a resposta a questão do inventor do jogo de xadrez que iria receber do rei do seu país um grão de trigo no primeiro quadradinho do tabuleiro, dois grãos no segundo, quatro no terceiro, oito no quarto, e assim sucessivamente.

Doutra vez, também por essas alturas, numa outra aula (que não de matemática...) tentei encontrar uma regra que desse a soma dos naturais até um certo número. Muito admirado fiquei quando, uns anos depois, reencontrei a fórmula ao estudar as sucessões.

Do que disse aqui atrás, dá para perceber que os meus resultados a Matemática eram bons.

No entanto, o grande salto, que me torna consciente do gosto pela resolução de problemas, dá-se uns anos depois, já perto do fim do ensino secundário. Um dia, o meu pai chegou a casa e entregou-me umas folhas datilografadas que tinha trazido do emprego: «Dá uma vista de olhos nisto, penso que vais gostar. Tens de mas devolver até segunda-feira».

Começava com o enunciado de três problemas e depois, separadas, as resoluções. Que problemas! Marcaram-me de tal maneira que nunca mais os esqueci. Naquela época, não havia fotocópias pelo que só copiei os enunciados, as

resoluções eram muito longas (ou eu preguiçoso). Mas a folha desapareceu numa das muitas mudanças de casa.

Consegui chegar à solução dos dois primeiros. O último era o mais difícil e fui obrigado a ler o que lá estava. O que mais apreciei neles foi perceber a inteligência de quem os tinha inventado (ainda hoje, ao ler certos problemas ou ao ver a forma como se consegue resolvê-los, me maravilho e me admiro com a riqueza do raciocínio humano). Percebi nessa altura que havia uma outra qualidade de problemas, em que se ia mais além do que da aplicação direta dos conhecimentos matemáticos. Vale a pena recordá-los.

O primeiro que lá aparecia era um exemplo daquilo que os ingleses classificam de *alphametics* e os franceses de *cryptarithmes*. Não conheço a palavra portuguesa correspondente, por isso adoto a francesa escrita à nossa maneira.

O criptaritmo consiste numa igualdade numérica, envolvendo uma ou mais operações, onde os algarismos foram substituídos por letras. Cada letra corresponde a um só algarismo e cada algarismo é representado por uma única letra. Nenhum número pode começar por 0. O objetivo é descobrir o valor de cada letra.

O exemplo clássico dos criptaritmos é precisamente o que era proposto nessas folhas. Segundo descobri posteriormente, foi inventado por Henry Dudney, o famoso criador de puzzles inglês, e foi publicado em Julho de 1924 na revista *Strand Magazine*.

É uma soma simples, com oito letras diferentes:

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

O que nos faz gostar dele é que quase tudo pode ser descoberto por deduções lógicas, sem necessidade de ir expe-

rimentando valores para as letras. Se nunca o resolveram, experimentem e vão ver que gostam!

O segundo era *A Batalha de Hastings* (figura 1):

Num antigo documento, encontrou-se este breve relato da batalha de Hastings:

Os exércitos normando e saxão postaram-se frente a frente, formados em quadrado. Os normandos estavam em inferioridade numérica pois tinham menos 512 soldados. No entanto, bateram-se com tal valentia e coragem que conseguiram desbaratar e pôr em fuga o inimigo. No final da terrível batalha, tinham morrido metade dos saxões mas do lado dos normandos os mortos foram poucos. Curiosamente, foi igual o número de sobreviventes em cada um dos lados.

Quantos soldados tinha cada um dos exércitos e quantos morreram na batalha?

O que nos intriga desde logo é como, com tão pouca informação, se poderá descobrir tanta coisa. Para o resolver, vai ser preciso levar à letra todos os dados do enunciado.

Do terceiro problema já não consigo refazer todo o enunciado. Numa sala, está uma mosca pousada a meio de uma parede e a um metro do teto. Na parede oposta, também a meio e a um metro do chão, estão oito aranhas que partem em direções diferentes e todas à mesma velocidade. As oito alcançam a mosca ao mesmo tempo. Sabe-se a distância que cada uma delas percorreu. Pede-se as três dimensões da sala.

De vez em quando, sobretudo com a ajuda de programas de Geometria Dinâmica, volto a pegar no problema mas não consigo resolvê-lo completamente...

Tenho encontrado versões mais simples mas nenhuma corresponde à que tenho na memória.

2. Fala-nos sobre um problema que te tenha marcado. (e porquê, ligar com o que é para ti um bom problema?)

Bem, não me é possível falar num só problema... Há, para já, aqueles três de que falei atrás.

Outro, bem marcante, foi «O Cão e o Prisioneiro», que o Manuel Saraiva propôs e analisou no número 8 da Educação e Matemática, do 4.º trimestre de 1988 (figura 2)

Um prisioneiro encontra-se no centro do pátio da prisão e é guardado por um cão que corre π vezes mais depressa que ele. O pátio é um quadrado com 200 metros de lado. O homem pode andar por onde quiser, em qualquer direção, mas o cão, que inicialmente está num dos vértices do quadrado, só se pode deslocar ao longo dos lados do pátio.

Conseguirá o prisioneiro escapar?

O Manuel terminava o artigo colocando nova questão:

Qual é a velocidade que o cão precisa de ter para que o homem não tenha hipóteses de fuga?

A resolução apresentada era bastante interessante e o prisioneiro teria de correr para um ponto que não era nenhum dos que, à partida, pareceriam mais eficientes. Contudo, esta pergunta final abria perspetivas completamente novas. Já não bastava pensar que o prisioneiro se limitaria à estratégia mais simples: «correr em frente a toda a velocidade». Por outro lado, era preciso pensar também nas opções que o cão poderia tomar para guardar o prisioneiro da forma mais eficaz. Pensar nestas hipóteses todas entusiasinou-me de tal maneira que me levou a escrever o meu primeiro artigo para a nossa revista...

Embora só me tenham pedido para falar num, há outros problemas que foram importantes para mim. Tenho

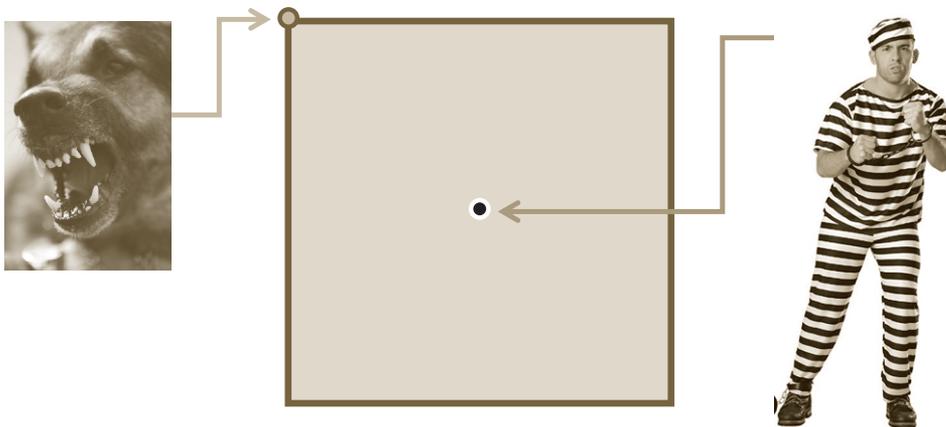


Figura 2

Figura 3



de referir aquele de que mais gostei nos últimos tempos, «Dois triângulos *quase* iguais»:

Qualquer triângulo tem seis elementos caraterísticos: três lados e três ângulos. Será possível que existam dois triângulos diferentes que tenham 5 desses 6 elementos iguais de um para o outro?

Quando lemos o enunciado, parece-nos impossível que tal possa acontecer: cinco elementos iguais de um triângulo para o outro e eles são diferentes? Mas, por outro lado, se o problema nos é apresentado, é porque tem solução. E é esta tensão entre a nossa intuição (que nos diz que é «impossível») e a nossa razão (que nos diz que, se ele ali está, é porque deve ser possível) que nos faz querer descobrir a solução.

Além disso, depois de resolvido, vemos que podemos ir ainda mais longe, respondendo a novas questões que surgem quando chegamos à solução.

3. Esta pergunta tem a ver com cinema que nós sabemos ser outra paixão tua. Há uns anos vi um dos filmes da saga Die Hard com o Danny Glover e o Bruce Willis em que os dois têm de resolver um daqueles problemas conhecidos com garrações de água para colocar exatamente 4 litros de água em cima de uma balança. Se errarem rebentam uma bomba... Alguma vez um filme te serviu de inspiração para um problema?

Só agora, ao ser colocada esta pergunta, me apercebi que não tenho estabelecido pontes significativas entre duas *artes* que tanto aprecio: cinema e matemática. Nos *Desafios* do jornal Público já coloquei uns três ou quatro problemas relacionados com o cinema mas com pouca matemática.

Como é de prever, quando estou a ver um filme, gosto sempre das referências à Matemática. Há alguns casos especiais. No filme «O Enigma de Fermat» (La Habitación de Fermat), de Luis Piedrahita e Rodrigo Sopeña, os per-

sonagens principais são quatro matemáticos cuja sobrevivência depende de serem capazes de resolver os sucessivos enigmas que lhes vão sendo colocados.

O meu favorito é o «Pequeno Dicionário Amoroso», de Sandra Werneck (figura 3). Tem uma personagem feminina secundária que gosta de muito de números e que, ao longo da história, vai introduzindo, com bastante humor, resultados estatísticos e curiosidades numéricas relacionadas com o que vai acontecendo.

4. Gostas mais de resolver problemas ou de inventar problemas?

O gosto pela resolução de problemas existiu sempre.

A invenção de problemas é muito mais difícil e surge muito mais tarde na minha vida. Ao princípio, quando o Eduardo e eu começámos com os *Desafios*, era bem complicado e sofria-se um bocado. Tivemos de recorrer várias vezes aos clássicos, aqueles problemas de que não se sabe a origem e que parece terem existido sempre ao longo dos tempos. Depois, fui ganhando experiência e adquirindo rotinas e agora já é mais fácil inventá-los. Mas acho que continuo a gostar mais de os resolver...

O PROFESSOR DE MATEMÁTICA

5. De que formas gostas de integrar os problemas na sala de aula?

Sempre: antes, durante e depois de uma unidade temática. É importante pôr os alunos a pensar, desafiá-los com qualquer coisa que os intrigue. No princípio, quando começamos a dar aulas, pode parecer uma tarefa quase impossível, esta de arranjar problemas que se integrem nos conteúdos. Com a prática, se estivermos conscientes da necessidade e importância dos problemas, as coisas tornam-se mais fá-

ceis. Às vezes, uma pergunta curta mas desafiante é suficiente para obter o efeito desejado.

6. Da tua experiência, o que é mais determinante para o envolvimento dos alunos na resolução de problemas [As características do problema? As características do aluno? A forma como o professor desafia o aluno?]

Diz-me a experiência que praticamente todos os alunos gostam de resolver problemas. Claro que há sempre uns que se mostram contra, mas já vi muitos deles entusiasmarem-se quando lhes parece que o problema não tem nada a ver com matemática (ou melhor, com o cálculo).

Há também dois aspetos muito importantes. O primeiro tem a ver com características próprias do problema. O enunciado tem de ser bastante claro e, de preferência, curto, deve criar uma alguma estranheza na mente do aluno, tem de levá-lo a interrogar-se: «Será possível?», tem de obrigar a pensar primeiro em possíveis estratégias, deve estar adaptado ao desenvolvimento do aluno e, claro, não pode ser demasiado difícil ou rebuscado.

O segundo é a forma como o problema é apresentado pelo professor. O entusiasmo com que se coloca o problema é contagiante e transmite-se facilmente aos alunos.

7. Os problemas podem motivar os alunos, podem desenvolver-lhes capacidades, podem ser um contexto para aprender conceitos... de todas estas vertentes, o que é mais importante para ti?

O principal efeito dos problemas é pôr as pessoas a pensar, a raciocinar e a relacionar aquilo que sabem. Há uma certa tendência para se transformar o ensino da Matemática na aprendizagem de regras de cálculo e de manipulação algébrica, de tal modo que muita gente julga que a Matemática é isso e só isso. Os problemas acrescentam uma dimensão nova, fazendo pontes entre os vários conhecimentos, obrigando a pensar na Matemática como um todo e pon-do o cálculo e a manipulação algébrica no seu verdadeiro lugar, o de simples instrumentos matemáticos. Há problemas que são puramente abstratos mas existem muitos outros que mostram como a matemática se torna útil em situações concretas e reais.

O EDITOR DA SECÇÃO DE PROBLEMAS DA EEM

8. De onde surgem os problemas que editas na revista?

Os problemas da revista têm duas funções: por um lado, desafiar diretamente os professores e, por outro, servirem

de inspiração para a sua utilização nas aulas. Além disso, tornam-se mais proveitosos se existirem diferentes processos de se chegar à solução. Nem sempre é fácil arran-já-los com estas características. Ao ler e resolver os proble-mas que encontro em livros e revistas, vou tendo isso em consideração. Assim, se aparece um muito bom, apresen-to-o tal e qual, com a indicação da origem (mas tento que isto seja a exceção). Outras vezes, durante a resolução, en-contro um que pode ser adaptado, alterado, transformado ou prolongado, dando origem a um novo problema que já pouco ou nada tem a ver com o original. Finalmente, às vezes consigo mesmo inventar um completamente (e fico todo contente...).

9. Ao longo do tempo e com todas as resoluções que tens recebido dos nossos leitores, o que tens percebido/apren-dido a partir delas: [Tipos de problemas preferidos? Estilos de resolução mais habituais? Existe um perfil para quem te responde com mais assiduidade?...]

É muito rico, para mim, ter regularmente acesso às reso-luções dos nossos colegas (e até de alunos). As estratégias e os processos seguidos são, muitas vezes, bem diferentes, mais simples ou melhores do que os que eu tinha descober-to. É fascinante como o pensamento humano pode ser tão diverso e imprevisível. É isto também que tentamos passar a quem lê nossa revista quando apresentamos a variedade de caminhos seguidos para chegar à solução.

Há um conjunto de leitores que responde regularmen-te aos problemas. Com o decorrer do tempo, começam a notar-se as preferências de cada um. Há os que tentam pôr tudo em equação, outros resolvem quase sempre com a fo-lha de cálculo ou com programas de geometria dinâmica, outros tentam ir mais além, generalizando ou propondo prolongamentos. E já reparei que alguns deles ficam tris-tes quando não respondem ou não enviam a resolução.

10. Uma última pergunta que na verdade esperamos seja apenas retórica: ainda há problemas para publicar?

É uma pergunta de retórica, sem dúvida! A mente huma-na é incansável e não aceita limites. Não falta gente neste mundo com vontade e com capacidade para inventar pro-blemas interessantes. Além disso, a Matemática e a socie-dade evoluem sem cessar, dando origem a novas situações que vão gerar novos problemas. E nós cá estaremos para os resolver.