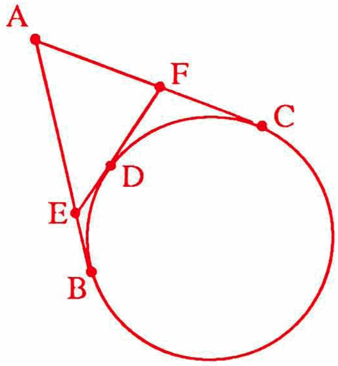
O problema do trimestre

Sobre as respostas ao problema anterior

Relativamente ao problema proposto no número anterior de *Educação e Matemática*, recebemos várias respostas, entre as quais as de Paulo de Carvalho, da Escola C+S de Miranda do Corvo, António Pedro Pereira, da Escola Sec. Seomara da Costa Primo, Amadora, e Helder Manuel Martins, aluno do 4º ano da Faculdade de Ciências, ramo educacional. Destas respostas transcrevemos as seguintes passagens, recordando no entanto que era pedido o perímetro do triângulo [AEF], sendo [AB], [AC] e [EF] tangentes à circunferência, D um ponto da circunferência e o comprimento de [AB] igual a 8.



Paulo de Carvalho

Se supusermos o ponto D a aproximar-se do ponto B (sem que contudo, nunca com ele coincida), o segmento de recta [EF] aproximar-se-á tanto quanto quisermos do segmento [AB], ao mesmo tempo que o segmento [AF] terá uma medida de comprimento tão pequena quanto queiramos. Logo fácil será intuir que o perímetro é $2 \times \overline{AB} = 16$cm Provemo-lo.

1) O triângulo [ABC] é isósceles, visto que os ângulos em B e em C são iguais. Consequentemente,

$$\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$$

2) De modo análogo, são isósceles os triângulos [BED] e [DFC]. Logo

$$\overline{EB} = \overline{ED} \quad \text{e} \quad \overline{DF} = \overline{FC}$$

3) Designando por **P** o perímetro do triângulo [AEF], teremos

$$\begin{aligned} P = \overline{AE}+\overline{EF}+\overline{FA} &= \overline{AE}+(\overline{ED}+\overline{EF})+\overline{FA} \\ &= \overline{AE}+(\overline{EB}+\overline{FC})+\overline{FA} \\ &= (\overline{AE}+\overline{EB})+(\overline{FC}+\overline{FA}) \\ &= \overline{AB}+\overline{AC}=16\text{cm} \end{aligned}$$

Nota: *É interessante notar que este problema, no fundo, se resolve por aplicação repetida de uma mesma propriedade, a saber: os segmentos tangentes a uma circunferência tirados de um mesmo ponto exterior têm comprimentos iguais.*

Problema proposto

Quatro moínhos estão dispostos nos vértices de um quadrado de lado igual a um quilómetro.

Queremos construir uma rede de estradas, de modo que se possa ir de qualquer um dos moínhos para outro, e queremos gastar o mínimo de dinheiro. Portanto, a rede terá de ser a menor possível (quilometragem mínima).

Quantos metros de estrada teremos de construir?

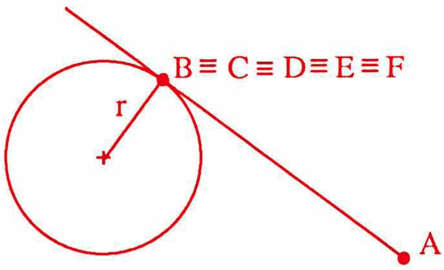
Nota: envie-nos a sua resposta com brevidade, afim de poder ser apreciada e eventualmente comentada no próximo número.

António Pedro Pereira

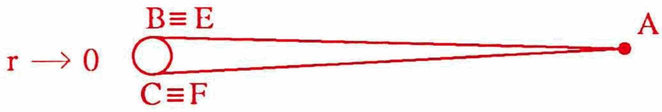
Este leitor apresenta uma solução muito parecida com a anterior. Contudo, no final, apresenta três casos "estranhos".

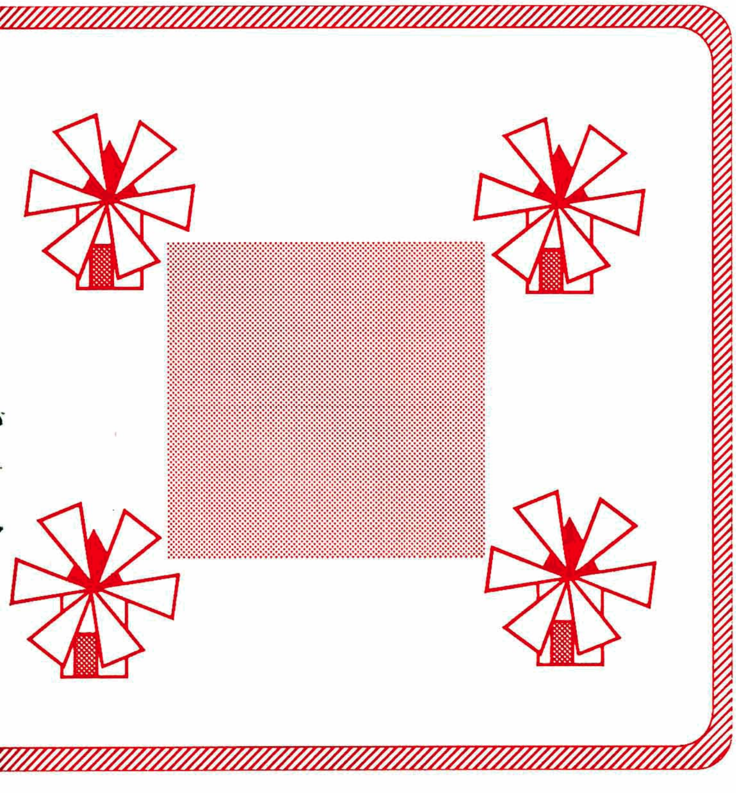
Nota: *se os casos 1) e 2) são pacíficos, o terceiro parece-nos estranho "demais". Que pensam os nossos leitores?*

1) B coincide com C. Então P = 16 cm.

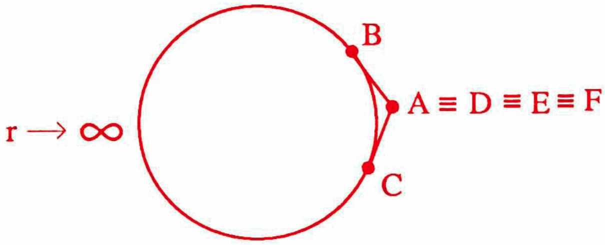


2) A circunferência tem "raio quase nulo". Neste caso P = 16 cm.





3) A circunferência tem "raio enorme". Neste caso o valor de P será 0, 16, 32 ou ...?



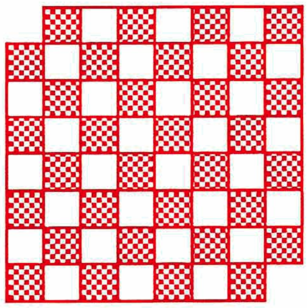
José Paulo Viana

Sobre o problema do trimestre da revista nº 13

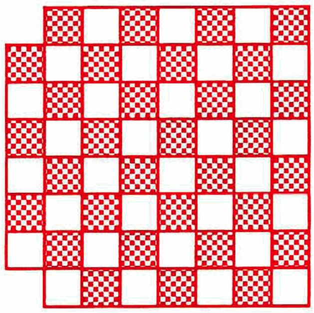
O Problema do Trimestre publicado no Nº13 de Educação e Matemática colocava o seguinte desafio:

Se tivermos 32 peças de dominó, cada uma das quais cobrindo duas casas de um tabuleiro de xadrez, podemos cobrir inteiramente o tabuleiro (que é um quadrado com 8x8 casas) .

E com 31 dessas peças, poderemos cobrir um tabuleiro ao qual foram retirados dois cantos como a figura mostra?



A questão é: ou encontramos uma maneira de cobrir o tabuleiro ou, alternativamente, provamos que é impossível fazê-lo. A primeira impressão pode ser a de que é possível pois...31x2=62. Mas algumas tentativas revelarão dificuldades talvez inesperadas.



Se os cantos em falta fossem aqueles que a nova figura indica, a tarefa seria fácil.

Porém, faltando duas casas de cantos diagonalmente opostos, sucede que faltam duas casas... da mesma cor!

Ora, qualquer arrumação que se faça das peças de dominó obrigará sempre a que cada peça cubra uma casa branca e uma casa preta.

Na situação do nosso problema, 30 peças cobrirão 60 casas do tabuleiro, das quais 30 são brancas e 30 são pretas. Ficaremos com uma peça na mão e com duas casas pretas por cobrir. Estas, como são da mesma cor, nunca serão consecutivas. E o problema é impossível...

Paulo Abrantes