

## A Matemática não é um desporto para espectadores: não a podemos apreciar, nem aprender, sem uma participação activa.

Em *O ensino por problemas* (G. Pólya, 1967)

George Pólya (1887–1985), húngaro de nascimento, foi um matemático de grande importância na primeira metade do século passado que também se notabilizou pelo trabalho que desenvolveu e publicou sobre os métodos heurísticos e a resolução de problemas em Matemática e o seu ensino. Perante a ameaça hitleriana na Europa, parte em 1940 para os EUA, onde se fixou definitivamente, tendo ingressado em 1942 na Universidade de Stanford, na Califórnia, universidade a que permaneceu ligado até ao seu falecimento.

Em 1945, publica um dos seus livros mais conhecidos, *How to Solve It*, que foi elogiado na recensão do matemático E.T. Bell, e também por outro matemático de renome, Hermann Weyl, na revisão da nova impressão do livro em 1948. Esta obra teve um grande êxito editorial — um ano após seu falecimento, já tinham sido vendidos mais de um milhão de exemplares. O livro está traduzido em mais de 20 línguas de muitos países, em inúmeras reimpressões e edições, a última das quais de 2014. Em Portugal foi publicado numa edição de 2003 com o título *Como resolver Problemas*.

Professor emérito em 1953, Pólya publica, nos anos que se seguem, outras das obras que mais o notabilizaram — *Mathematical Discovery* (1954), *Mathematics and Plausible Reasoning* (1962 e 1965), *Mathematical Methods in Science* (1963) — bem como inúmeros textos e intervenções, onde desenvolve e aprofunda as suas ideias sobre a resolução de problemas, a heurística e o processo de criação em matemática, e onde aborda também questões sobre ensino desta ciência.

Em 1963 é premiado pelos seus serviços distintos em matemática — *Award for distinguishes services in mathematics* — prémio atribuído pela *Mathematical Association of America* que o homenageia, como se pode ler no elogio que lhe foi feito, não apenas pela contribuição para uma melhor compreensão sobre o processo de criação matemática, mas também pela «sua influência construtiva no ensino da matemática no seu sentido mais amplo, em todos os níveis, elementares ou avançados, e à escala nacional ou internacional». George Pólya, diz ainda o elogio, «é único entre os matemáticos a combinar, durante a sua distinta carreira científica, a investigação profunda em uma frente muito ampla, com um interesse sempre presente pelo ensino da matemática».

Pólya publica o seu último artigo em 1984, também sobre resolução de problemas, em colaboração com uma sua colega e amiga Jean Pederson.

O texto que seleccionámos, traduzido por Paulo Alvega e ainda inédito em português, foi publicado em 1967 na revista *L'Enseignement Mathématique*, das primeiras revistas dedicadas ao ensino da Matemática. Neste texto, Pólya começa por abordar, de uma forma simples e abreviada, algumas das suas ideias gerais sobre o ensino, várias vezes retomadas em outros dos seus textos — o ensino como uma arte, não como uma ciência, a importância do desenvolvimento do pensamento matemático nos alunos, a centralidade da aprendizagem activa. Revisita depois algumas das questões que muito o interessaram ao longo da sua vida, sobre a resolução de problemas e o seu ensino, sobre o papel do professor e o do aluno, sempre num estilo simples, directo e conciso, convidando a leituras de outras das suas obras para maior detalhe e aprofundamento.

**HENRIQUE MANUEL GUIMARÃES**

# O ENSINO POR MEIO DE PROBLEMAS

GEORGE PÓLYA



Naquilo que se segue, interesse-me em primeiro lugar pelo ensino da Matemática nas escolas secundárias dos Estados Unidos (*high schools*); no entanto para que este artigo possa contribuir para uma discussão internacional, concentro-me nas questões comuns a todas as escolas de nível secundário, i.e., as escolas para jovens dos 12 aos 18 anos, não importa em que país, por exemplo os liceus e ginásios europeus. Algumas restrições na aplicação deste artigo, que estão na natureza das coisas, serão cuidadosamente especificadas no momento oportuno.

## UMA ARTE, NÃO UMA CIÊNCIA

Evidentemente, o ensino não é uma ciência exata com uma terminologia precisa largamente aceite. É por este motivo

que as finalidades e os métodos de ensino não podem ser discutidos de uma maneira adequada sem exemplos concretos, longamente descritos e de forma cuidada. Como, no entanto, o lugar destinado a este artigo não permite exemplos detalhados, devo remeter, no que se refere a maiores explicações e ilustrações apropriadas os meus livros disponíveis em várias línguas.<sup>[A]</sup>

Ensinar é uma ação humana complexa, dependendo em grande medida das personalidades em causa e das condições locais. Hoje, não há propriamente uma ciência do ensino, e não haverá nenhuma no futuro previsível. Em particular, não existe um método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor, como não existe a melhor interpretação de uma sonata de Beethoven. Há tantos bons ensinamentos como bons professores. O ensino é mais uma arte do

que uma ciência. (Isto não exclui, claro, que o ensino possa beneficiar de uma atenção criteriosa dada às experiências e teorias psicológicas.) Para todos os efeitos, o que se segue é uma apresentação não dogmática das minhas convicções pessoais. Ficaria contente se algum diretor ou professor de espírito aberto encontrar aí pontos que se ajustem às condições do seu ensino ou ao seu gosto pessoal.

## AS FINALIDADES

As finalidades do ensino, os assuntos a ensinar e os métodos a utilizar dependem das condições que prevalecem neste ou naquele lugar, neste ou naquele momento: devem satisfazer as necessidades da comunidade e são limitados pelo que se dispõe no que se refere ao pessoal docente e ao dinheiro. (De facto, dependem da apreciação mais ou menos esclarecida destas condições pelas autoridades locais.)

No entanto, uma discussão sobre o ensino não pode ter sentido sem que seja definido previamente a finalidade a atingir. A minha convicção pessoal é que a tarefa principal do ensino da Matemática ao nível secundário é ensinar os jovens a PENSAR. Tudo que direi em seguida decorre desta convicção fundamental. Se o leitor não consegue partilhar inteiramente a minha opinião, espero no entanto que o possa fazer em alguma medida, que possa considerar como uma finalidade subordinada mas importante aquilo que para mim é a finalidade principal, e que possa então encontrar no que se segue sugestões úteis.

Naturalmente, não esqueço as outras finalidades essenciais — penso simplesmente que elas são compatíveis com aquilo que considero como a finalidade principal. Essas tarefas são: preparar os alunos para a disciplina de Física, se uma tal disciplina faz parte do programa da escola; preparar os futuros engenheiros e os alunos das Faculdades de Ciências. No que diz respeito aos futuros matemáticos, uma questão é importante: eles não devem ser desapontados por um ensino mal conduzido. No entanto, a introdução de assuntos que apenas têm interesse para futuros matemáticos é supérflua — e seria um procedimento pouco correto relativamente à grande maioria dos alunos.

## PENSAR

Tenho dito que a finalidade principal de um programa de Matemática a nível secundário é ensinar aos alunos a pensar. Esta afirmação exige maiores explicações, mas uma explicação adequada necessitaria de repetir uma boa parte dos exemplos tratados nos meus livros citados na nota;<sup>[A]</sup> tal repetição está fora de questão, mas as indicações que se se-

guem poderão ajudar.

Propuseram-se de diferentes perspectivas objetivos diversificados tais como os seguintes: experiência de pensamento independente, flexibilidade de espírito, hábitos de trabalho melhorados, atitudes de espírito desejáveis, alargamento de pontos de vista, maturidade de espírito, introdução ao método científico. Parece-me que estes objetivos, interpretados concreta e razoavelmente ao nível do ensino secundário se sobrepõem consideravelmente e juntos cumprem plenamente o fim que preconizo.

Abordando este assunto de outro ponto de vista, obtém-se uma imagem com maior definição. O nosso ensino deveria englobar todos os principais aspetos do pensamento matemático, na medida em que tal seja possível, ao nível do ensino secundário. As atividades mais marcantes de um matemático são: a descoberta de demonstrações rigorosas e a construção de sistemas axiomáticos. Existem ainda outras atividades, que usualmente deixam menos vestígios na obra acabada de um matemático, e são portanto menos visíveis, mas nem por isso menos importantes: reconhecer e extrair um conceito matemático de uma dada situação concreta; em seguida, *adivinhar* sob muitas formas: prever o resultado, prever as grandes linhas de uma demonstração antes de realizá-la com detalhe. *Adivinhar* assim entendido, pode também englobar a generalização a partir de casos observados, um raciocínio indutivo, uma argumentação por analogia, etc.

O ensino da Matemática dá apenas uma ideia unilateral, diminuída, do pensamento do matemático, se suprimir estas atividades *não formais* de adivinhar e de extrair os conceitos matemáticos do mundo visível à nossa volta; se negligenciar aquilo que poderia ser uma parte bem mais importante para o aluno em geral, a mais instrutiva para o futuro utilizador da Matemática, e a mais produtiva e mais rica para o futuro matemático.

## A APRENDIZAGEM ATIVA

«Para aprender eficazmente, o aluno deverá descobrir por si mesmo uma parte da matéria ensinada tão grande quanto é possível nas circunstâncias dadas.» Eu prefiro esta formulação<sup>[1]</sup> do *princípio da aprendizagem ativa* que é o princípio educativo menos controverso e mais antigo (podemos encontrá-lo em Sócrates). A Matemática não é um desporto para espetadores: não podemos apreciá-la nem aprendê-la sem uma participação ativa, de modo que o princípio de aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, matemáticos professores, especialmente se temos como fim principal, ou como uma das finalidades essenciais, en-





George Pólya e Alexander Ostrowski, fotografados por Paul Halmos

sinar crianças a pensar.

Se queremos desenvolver a inteligência do aluno, devemos estar atentos e deixar que as primeiras coisas ocorram em primeiro lugar. Certas atividades ocorrem mais fácil e naturalmente que outras: adivinhar é mais fácil que demonstrar, resolver problemas concretos é mais natural que construir estruturas conceituais. Em geral, o concreto vem antes do abstrato, a ação e a percepção antes das palavras e dos conceitos, os conceitos antes dos símbolos, etc.

Uma vez que o aluno deverá aprender não receptivamente mas pelo seu próprio esforço, comecemos onde o esforço é menor e o resultado do esforço mais compreensível do ponto de vista do aluno: o aluno deverá familiarizar-se antes de mais com o concreto, em seguida com o abstrato, primeiro com a variedade da experiência, depois com a unificação dos conceitos, etc. Isto conduz à resolução de

problemas matemáticos que é, na minha opinião, a atividade matemática que mais se aproxima do fundamental do pensamento do quotidiano. Temos um problema cada vez que procuramos os meios para atingir um objetivo. Quando temos um desejo que não podemos satisfazer imediatamente, pensamos em meios de o satisfazer, assim se coloca um problema. A maior parte da nossa atividade pensante, que não seja apenas um sonho acordado, ocupa-se de coisas que queremos e dos meios de as obter, o que quer dizer problemas.

Frequentemente, os problemas quotidianos conduzem a problemas matemáticos simples, e o passo de abstracção do problema quotidiano para o problema matemático pode tornar-se fácil e natural para o aluno com um pouco de habilidade por parte do professor. E como os problemas de todos os dias são do que é mais central no nosso pen-

samento diário, do mesmo modo podemos esperar que os problemas matemáticos estejam no centro do ensino da Matemática. A resolução de problemas tem sido a espinha dorsal do ensino da Matemática desde a época do *papiro de Rhind*. A obra de Euclides pode ser considerada como um empreendimento pedagógico: dissecar o grande tema da geometria em problemas manejáveis. A resolução de problemas é ainda, na minha opinião, a espinha dorsal do ensino ao nível secundário — e sinto-me incomodado que uma coisa tão evidente tenha necessidade de ser sublinhada.

Há certamente outras coisas que devem ser propostas ao nível do ensino secundário: as demonstrações matemáticas, a ideia de um sistema axiomático, talvez mesmo um relance sobre a filosofia subjacente às demonstrações e estruturas matemáticas. Contudo, estes assuntos estão muito afastados do pensamento usual e não poderão ser apreciados ou mesmo compreendidos sem uma base suficiente de experiências matemáticas que o aluno adquire principalmente resolvendo problemas.

## CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS

Há problemas e problemas, e todo o tipo de diferenças entre problemas. No entanto, a diferença mais importante para o professor é entre os problemas de rotina e aqueles que o não são. O problema que não se resolve por rotina exige alguma criação e um certo grau de originalidade da parte do aluno, o problema de rotina não exige nada disso. O problema que não se resolve por rotina tem alguma hipótese de contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno, o problema de rotina não tem nenhuma. A linha de demarcação entre estes dois tipos de problemas pode não ser precisa, no entanto, os casos extremos são claramente reconhecíveis. O carácter conciso deste artigo permite apenas uma curta descrição de dois tipos de problemas rotineiros: os problemas que exigem simplesmente a aplicação de uma regra bem conhecida, e os problemas que são apenas uma simples questão de vocabulário.

Um problema pode ser resolvido aplicando mecânica e diretamente uma regra que o aluno não tem qualquer dificuldade em encontrar: a regra é colocada debaixo do seu nariz pelo professor ou pelo manual. Não há nenhuma invenção, nenhum desafio à sua inteligência. Aquilo que possa extrair de tal problema é apenas uma certa prática na aplicação dessa regra, uma simples aplicação de conhecimento mecânico.

Uma questão pode ser formulada para verificar se o aluno sabe utilizar corretamente um termo ou um símbolo do vocabulário matemático recentemente ensinado; o aluno

pode responder imediatamente à questão desde que tenha entendido a explicação do termo ou do símbolo; não há um lampejo de invenção, nenhum apelo à inteligência, é tudo uma questão de vocabulário.

Os problemas rotineiros, mesmo os dos dois tipos que acabo de descrever, podem ser úteis, mesmo necessários, se são utilizados no momento certo e na dose apropriada. Eu protesto é contra o abuso dos problemas rotineiros, cujo único resultado é fazer com os alunos inteligentes ganhem aversão à matéria que lhe é apresentada sob a etiqueta de *matemáticas*. Os manuais *tradicionais* são duramente criticados nos nossos dias, mas a maior parte das críticas não parecem sublinhar aquilo que, na minha opinião, é o seu ponto mais fraco: quase todos os seus problemas são problemas rotineiros do primeiro tipo que acabei de descrever.

Quanto aos manuais *modernos*, têm frequentemente capítulos inteiros repletos de termos e símbolos novos, que não têm relação com a experiência e os conhecimentos matemáticos prévios do aluno, e dos quais, por consequência, o aluno não pode fazer um uso sério; em consequência, os problemas no fim do capítulo são problemas rotineiros particularmente de nível pouco elevado, a maior parte deles são simples questões de vocabulário.

Parece-me que o mau serviço prestado ao aluno é, nos dois casos, de natureza semelhante. Não há muito a escolher entre o *tradicional* e o *moderno* se a escolha consiste entre uma rigidez apertada e muitas palavras sem relação com os factos.

Não irei explicar o que é um problema matemático não rotineiro: se nunca resolveu um, se nunca experimentou a tensão e o triunfo da descoberta, e se, após alguns anos de ensino, não observou ainda essa tensão e esse triunfo em algum dos seus alunos, então procure outra profissão e pare de ensinar Matemática.

## A ESCOLHA DOS PROBLEMAS

*A resolução de um problema não rotineiro pode exigir um verdadeiro esforço do aluno; no entanto, ele não fará esse esforço se não reconhecer razões para o fazer, a melhor motivação é o interesse pelo problema. Do mesmo modo, devemos ter um grande cuidado em escolher problemas interessantes e em torná-los atraentes.*

Em primeiro lugar, problema deve ter um sentido e ser oportuno, do ponto de vista do aluno. Deve ter uma relação natural com as coisas que são familiares, e deve favorecer um resultado compreensível ao aluno. Se para o aluno o problema parece sem relação com aquilo que lhe é habitual, a afirmação do professor de que será útil mais tarde,

não é mais que uma pobre compensação. Um professor que assistiu a uma das minhas conferências contou a seguinte observação de um dos seus alunos de quinze anos: «Até agora, tenho sido capaz de resolver todos os problemas, mas não consigo ver nenhuma razão no mundo para os resolver».

Não apenas a escolha, mas também a apresentação do problema merece a nossa atenção. Uma boa apresentação revela relações com as coisas familiares e faz com que o objetivo do problema seja compreensível. O princípio do ensino ativo sugere-nos um pequeno truque muito útil: o professor não deverá começar pelo enunciado completo do problema, mas por sugestões apropriadas e deverá deixar aos alunos o cuidado de encontrar a formulação definitiva.

De tempos a tempos, a turma deverá trabalhar um problema mais importante que tenha um conteúdo rico e possa servir de porta de entrada para todo um capítulo da Matemática. A turma deverá trabalhar tal problema de pesquisa sem pressa, de tal modo, que segundo o princípio do ensino ativo, os alunos consigam descobrir (ou sejam conduzidos a descobrir) a solução, e sejam capazes de explorar por si próprios algumas consequências da solução.<sup>[2]</sup>

## CONDUZIR À DESCOBERTA

A ideia deverá nascer no espírito do aluno e o professor deverá agir como parceiro; a metáfora é antiga (deve-se a Sócrates) mas não está desatualizada. Se considerarmos o desenvolvimento da inteligência do aluno como a finalidade principal (ou mais importante) do ensino ao nível secundário, e o trabalho do aluno para resolver problemas como o meio principal (ou mais importante) de atingir esta finalidade, então a principal (ou mais importante) preocupação do professor deve ser conduzir o aluno à descoberta da solução por si próprio. A primeira coisa a considerar, quando se trata de ajudar o aluno, é não ajudar demais: o aluno deve fazer o máximo possível por si mesmo. O professor deverá evitar uma grande interferência no processo natural do nascimento de uma ideia.

Sem metáforas: ao ajudar o aluno, o professor deverá dar apenas uma ajuda *interior*, quer dizer, sugestões que teriam podido nascer no espírito do próprio aluno, e evitar uma ajuda *exterior*, quer dizer dar elementos para a solução que não tenham relação com o estado de espírito do aluno.

Afirmo que é importante dar uma ajuda interior, mas não digo que tal seja fácil. Para fazê-lo com eficácia, isto exige da parte do professor um bom conhecimento tanto do problema como do aluno; dito de outro modo, o professor deve ter experimentado e estar familiarizado com as etapas

da resolução de problemas que ocorrem com frequência e naturalmente.

## A HEURÍSTICA

A heurística é o estudo dos caminhos e dos meios de descoberta e de invenção; estuda principalmente, na resolução dos problemas, as etapas que ocorrem com frequência e naturalmente e que têm alguma hipótese de nos aproximar da solução. Não se trata de um tipo de estudo muito usual; ainda que Descartes e Leibniz tenham meditado nisso (o último chamou à heurística a «arte da invenção»), o assunto estava praticamente morto quando surgiu o meu primeiro artigo relacionado, em 1919.<sup>[3]</sup>

Para mais informações sobre a heurística (a resolução de problemas, a arte de adivinhar, . . .) pode consultar-se as referências dadas na nota A. As ideias mais simples da heurística são as mais importantes para o professor que poderá, de qualquer forma, extraí-las da sua própria experiência, uma vez que decorrem do simples bom senso. (Embora o bom senso seja bastante pouco comum, como o observou Descartes.)

Eis alguns conselhos sobre os problemas de todos os dias, que podem aparecer-vos muito triviais.

Enfrentem o vosso problema se o querem resolver e perguntem-se: *O que é que eu desejo?* E quando estiverem decididos e o vosso objetivo for claro, considerem tudo que se encontra à vossa disposição, tudo que possam utilizar para o alcançar, perguntem-se: *O que é que eu tenho?* Tendo passado em revista durante um certo tempo tudo o que tenham a possibilidade de utilizar, podem voltar à primeira questão e desenvolvê-la: *O que é que eu quero? Como o posso conseguir? Onde o posso conseguir?* Interrogando-se desta forma, podem aproximar-se da solução do vosso problema.

É menos trivial observar que os problemas quotidianos apresentam certas analogias com os problemas matemáticos. O professor que tenta dar uma ajuda *do interior* a um aluno debruçado sobre um problema matemático, pode utilizar com proveito as questões precedentes, ou questões paralelas expressas em termos matemáticos.

O professor pergunta: *Que é que vocês querem? Qual é a incógnita?* Se o objeto da pesquisa, a incógnita, está suficientemente claro para o aluno, o professor pode continuar: *Que é que vocês têm, quais são os dados, qual é a condição?* Se o aluno der respostas suficientemente claras a estas questões, o professor pode voltar à sua questão inicial e desenvolvê-la: *Que queremos obter? Qual é a incógnita? Por que meio podem obter o valor desta incógnita? Através de que dados podem determinar o valor deste tipo de incógni-*



tas? E estas questões têm muito boas hipóteses de mobilizar os conhecimentos apropriados no espírito do aluno e conduzi-lo mais perto da solução.

Estas questões são exemplos de uma heurística prática e de bom senso. O professor deverá utilizá-las em primeiro lugar nos casos em que elas sugerem facilmente a ideia correta ao aluno. Em seguida, poderá utilizá-las em casos cada vez mais numerosos, tão frequentemente quanto o possa fazer com discernimento e tato. Com o tempo, o aluno poderá compreender o método e aprender a utilizar ele próprio estas questões: *aprende assim a dirigir a sua atenção sobre os pontos essenciais*, quando se encontra diante de um problema. Desta maneira, ele terá adquirido o hábito de um pensamento metódico, que é o maior benefício que pode tirar das aulas de matemática a generalidade dos alunos, que nunca empregarão a Matemática na sua profissão.

Reenvio, uma vez mais, o leitor que queira aprofundar estas observações sobre a heurística às obras citadas na nota A.

#### Notas

- A 1. How to solve it, second edition, Doubleday, 1957
  2. Mathematics and plausible reasoning, vol. 1 and 2. Princeton University Press, 1954
  3. Mathematical discovery, vol. 1 and 2, Wiley, 1962/65  
Traduções: Alemão: 1, 2, 3; árabe:1; espanhol:1, 2; francês:1, 2, 3; hebraico:1; húngaro; 1, 3: italiano:1; japonês:1, 2, 3; polaco:1; romeno: 1, 2; russo:1, 2; sérvio:1.
- 1 Cf. 3. (citada na nota A), vol. 2, p. 103.
  - 2 Este é uma primeira referência aquilo que Wagenschein chama *exemplarisches Lehren* (Ensino por meio de exemplos); cf. nota A, 3, vol. 2, p. 123.
  - 3 [NT] Pólya, G. (1919). *Geometrische Darstellung einer Gedankenkette* [Geometrical representation of a chain of thought]. Schweizerische Pädagogische Zeitschrift, 2, 53–63.

**GEORGE PÓLYA, 1967**

Departamento de Matemática

Universidade de Stanford, Stanford, Califórnia

## MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

### A Lua aqui tão perto...

Os materiais que aqui apresentamos foram construídos a partir do problema publicado por Paulo Abrantes, num artigo do número dois da Educação e Matemática, também referido noutros textos desta revista temática. A nossa proposta traduz-se na apresentação do problema em duas formulações diferentes: uma tarefa mais estruturada para o final do 1.º ciclo ou para o 2.º ciclo e outra menos estruturada para o 3.º ciclo e ensino secundário. A ideia de apresentar o mesmo problema em ciclos tão diferentes decorre da transversalidade do seu objetivo principal: compreender o crescimento de uma função exponencial de base 2. Assim formulado, este objetivo parece muito afastado dos primeiros anos. Mas, na verdade, até as crianças do 1.º ciclo podem reparar que a sequência 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... rapidamente atinge valores muito grandes. A grande diferença entre possíveis resoluções diz respeito aos conhecimentos e às ferramentas que os alunos podem mobilizar. Nos níveis mais baixos, as crianças precisam de identificar a sequência associada ao número de folhas sobrepostas, o que favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para

chegar aos valores exatos das espessuras, terão de calcular sistematicamente os dobros (sugerimos que usem o fator constante da calculadora) e fazer conversões dos valores obtidos em milímetros, para metros e depois para quilómetros, num contexto em que essas conversões fazem sentido e não por imposição do enunciado. No 3.º ciclo e no ensino secundário, os alunos utilizam a álgebra para apresentar um modelo matemático que se adegue à situação, e podem utilizar uma calculadora científica, gráfica ou uma folha de cálculo para determinar a distância obtida para um número qualquer de dobragens. No final do ensino secundário, o problema poderá ser resolvido usando uma equação exponencial, tirando partido do conhecimento do conceito de logaritmo. Em todos os casos, sugerimos que os alunos sejam confrontados com as suas estimativas iniciais e os valores obtidos posteriormente, uma vez que essa provável disparidade pode constituir um elemento muito relevante na aprendizagem.

**LINA BRUNHEIRA**

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA