



Resolução de problemas de Matemática: regresso ao passado

LINA FONSECA

INTRODUÇÃO

Revisitar a resolução de problemas no ensino da matemática, o que se tem defendido sobre o assunto em Portugal e o que se tem feito nos contextos educativos e a situação atual, originada pelo programa de matemática homologado em 2013, é propósito deste texto.

A centralidade da resolução de problemas no ensino da matemática é comumente aceite, pois é motor de desenvolvimento da ciência e da nossa civilização. A mudança, a inovação e a criatividade surgem em resposta a necessida-

des que urgiu ultrapassar. O ser humano sempre encarou, resolveu e inventou problemas. Problemas práticos e problemas teóricos, problemas simples e problemas complexos, problemas abertos e problemas fechados. Sem problemas não teremos matemática, mas apenas um sucedâneo. Resolução de problemas. De que se fala? A que se chama problema?

Vários autores (e.g. Lester, 1980; Mason, 1992; Mayer, 1985; Pólya, 1981) há muitos anos manifestaram o entendimento de que problema é uma situação com a qual o alu-

no se defronta e para a qual não conhece um procedimento ou uma técnica específica que lhe permita aceder à solução. Procurar o caminho, não óbvio, que leva da situação inicial à solução é o processo de resolução de problemas. Neste sentido, há uma relação estreita entre cada problema e quem o resolve. O que pode entusiasmar e exigir esforços significativos a alguns, pode desanimar e ser entendido para outros.

Qualquer pessoa que tenha passado pelos bancos da escola associa a matemática à resolução de problemas. A memória distante recorda problemas de partilhas, de torneiras a debitar para tanques, de distribuição de produtos por vasilhas, problemas que afligiam os alunos, mas problemas que se resolviam aplicando diretamente os conteúdos matemáticos trabalhados na aula e cuja seleção era orientada por alguma palavra-chave do enunciado. O processo de resolução quase sempre único; a resposta correta o objetivo a alcançar. Eram os designados problemas de passos, segundo a tipologia de Charles e Lester (1986). Os manuais escolares continham problemas destes para os alunos exercitarem. Novas roupagens, mas quase sempre a mesma estrutura rígida. Uma dinâmica que ajudou a consolidar conceções sobre a matemática que Schoenfeld (1992) referiu, como, por exemplo, a de que os problemas de matemática têm uma e uma só resposta correta, os problemas de matemática resolvem-se rapidamente e há apenas um modo correto de resolver qualquer problema de matemática que é, vulgarmente, a regra que o professor apresentou.

UMA DIETA MATEMÁTICA RESTRITIVA.

Os alunos alimentados por ela não resolviam outros problemas que pareciam enigmas. Problemas para a resolução dos quais não bastava a aplicação direta dos conteúdos aprendidos, problemas que podiam ter várias respostas, que podiam ser resolvidos de vários modos distintos. Era preciso mais. Mas o quê? Mais conteúdos matemáticos? Não necessariamente. Isso afastaria este tipo de problemas para anos de escolaridade posteriores. Eram necessários outros conhecimentos. Outras capacidades para gerir e aplicar conhecimentos. Outra plasticidade de raciocínio que até então o ensino da matemática não ajudava a desenvolver.

UM OLHAR POR PROGRAMAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO BÁSICO

Nos programas oficiais portugueses a resolução de problemas esteve sempre presente, mesmo que implicitamente. No programa do 1.º ciclo do ensino básico (ME, 1991), na

secção relativa à matemática, a centralidade era dada aos problemas sem que, no entanto, se precisasse o significado atribuído à expressão. Na edição de 2004 (ME, 2004), já se indicavam as capacidades transversais, como grandes finalidades do ensino da matemática no Ensino Básico, e nos problemas referiam-se situações de exploração e descoberta e situações de aplicação, considerando-se a resolução de problemas como «a atividade fundamental desta disciplina» (ME, 2004, p.167).

Nos programas do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico (ME, 1991a, 1991b) os objetivos gerais são organizados em atitudes/valores, capacidades/aptidões e conhecimentos. Na secção relativa às capacidades/aptidões é realçada a «capacidade de resolver problemas» (p. 10) aliada à de «desenvolver o raciocínio» e à de «desenvolver a capacidade de comunicação» (p. 10). A análise de diferentes aspetos de uma situação, o reconhecimento de analogias, a seleção de estratégias adequadas para a resolver, estimando e criticando o(s) resultado(s) obtidos, apreciando a sua adequação ao contexto eram objetivos a desenvolver durante o 5.º e 6.º anos de escolaridade. (ME, 1991a, p. 10). Para os 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade o programa dava continuidade aos aspetos relativos à seleção de estratégias e à apreciação da adequação dos resultados ao contexto. Acrescentava ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, o realce para a compreensão do enunciado, com a formulação de questões, seleção e interpretação de informação relacionada com o problema, a formulação de hipóteses e a previsão de resultados (ME, 1991b, p. 10). Estes objetivos gerais concretizavam-se ao longo do programa, nos diferentes conteúdos abordados.

Foram surgindo manuais escolares que apresentavam também outro tipo de problemas, que não aqueles aos quais todos estávamos habituados, os problemas de conteúdo (Fernandes et al., 1994). Surgiram também problemas de processo, de aplicação, de aparato, como referidos por estes autores. Um desafio para alunos e professores. Problemas resolvidos por esquemas, por listas, por desenhos. Problemas que obrigavam à recolha de dados reais e à tomada de decisões. Problemas em que se recorria à utilização de materiais, aparatos para experimentar. Matemática? E os cálculos, onde ficavam?

O caminho foi longo.

A formação de professores, inicial, contínua e pós-graduada, também foi dando relevo à resolução de problemas. O modelo de resolução de problemas de Pólya, estratégias variadas de resolução de problemas, ensino através da resolução de problemas, ensino sobre a resolução de problemas e ensino para a resolução de problemas (Hatfield, 1978).

Alargou-se o leque de problemas apresentado e explorado em sala de aula. Passou a ser natural a existência de processos de resolução diferentes, seguindo caminhos diferentes obtendo a mesma solução ou não, se o problema o permitisse. Os alunos foram aprendendo a responder à questão «porquê?», a trabalhar em pequenos grupos, a apresentar o raciocínio utilizado, argumentando em sua defesa e a apreciar e questionar resoluções diferentes das suas.

Este relato parece contar uma história perfeita. Mas não é.

O caminho escolhido é mais difícil, exigente e trabalhoso. Os novos problemas a resolver, para além dos problemas de passos, sempre presentes, são mais exigentes, pois necessitam de maior concentração dos alunos, de melhor compreensão dos textos, da conjugação de vários saberes, da construção de argumentação em defesa das opções tomadas e, várias vezes, da delimitação de contornos quando as situações propostas são menos definidas. Mas estes são os problemas que os alunos, futuros cidadãos, têm de enfrentar na sociedade em mudança, onde os problemas de amanhã são-nos hoje completamente desconhecidos.

Estas preocupações podem parecer precoces quando se pensa nos anos iniciais de escolaridade, mas o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, sejam eles quais forem, é lento e por isso os alunos necessitam desde cedo de poder contactar com situações desafiadoras que melhorem não só a sua capacidade de resolução de problemas, mas também a sua autoconfiança. O pensamento e raciocínio matemáticos provocam-se pelo desafio, pela contradição, pela surpresa, pela identificação de falhas e favorecem-se pela colaboração e reflexão (Mason, Burton & Stacey, 1985). A capacidade de resolver problemas, um dos *soft skills* que vários jovens europeus, incluindo portugueses, candidatos a emprego não manifestam (IEFP, 2014), tem na matemática terreno fértil para se desenvolver.

Para a resolução de problemas, o conhecimento do conteúdo matemático, sendo essencial, nem sempre é suficiente. Outros conhecimentos e capacidades precisam ser desenvolvidas. Foi a esta necessidade que respondeu o programa de matemática do ensino básico (ME, 2007). Para além de quatro áreas de conteúdo matemático, o programa indicava a necessidade de se desenvolverem nos alunos, em todos os alunos, as capacidades transversais de resolução de problemas, de comunicação e de raciocínio matemático, aspetos centrais na matemática e na sua aprendizagem e explicitados pela primeira vez neste documento oficial que olhou de modo global para a formação matemática dos jovens durante a escolaridade de nove anos.

O desenvolvimento das capacidades transversais é essencial na aula de matemática?

Há matemática sem resolução de problemas?

Há matemática sem raciocínio?

Pode aceder-se ao raciocínio desenvolvido pelo aluno sem que ele o comunique?

As respostas a estas questões são simples — sim; não; não; não — o que poderia levar a concluir pela não necessidade de explicitar as capacidades transversais no programa, dada a sua essencialidade na matemática. No entanto, a influência do currículo prescrito na ação do professor em sala de aula, nos manuais escolares e nas famílias é forte. Em muitos casos, aspetos não explicitados no currículo não são trabalhados. Daí a importância e necessidade da sua explicitação.

Na história da humanidade, dos países e das pessoas encontram-se ciclos. Ciclos mais e menos positivos e promissores, mais e menos desafiantes, mais e menos felizes. O mesmo acontece na história do programa de matemática em Portugal.

Sem ter a pretensão de um texto histórico, quero dizer que a história recente mostra o fim abrupto de um ciclo que se entendia como promissor, desafiante e feliz, no sentido de poder contribuir para o desenvolvimento de capacidades transversais dos nossos alunos, a par do desenvolvimento dos seus conhecimentos de conteúdo matemático, no que se refere à matemática escolar. Havendo consciência da necessidade de trabalho contínuo e persistente, depois dos desafios, os resultados começavam a ser promissores.

O PROGRAMA DE MATEMÁTICA DA ERA NUNO CRATO

O mês de junho do ano de 2013 é de má memória para muitos professores de matemática, pela revogação do programa de matemática de 2007 para o ensino básico. O programa que o veio substituir, sustentado numa conceção diferente sobre o papel do professor e do aluno, deixa de explicitar as capacidades transversais e uma variedade de tarefas a usar em sala de aula. Pelo que se escreveu, parece que o atual programa de matemática (MEC, 2013) não se refere à resolução de problemas, o que não é verdade. Tanto na secção das finalidades, como dos objetivos, pode ler-se que a resolução de problemas e a progressiva compreensão matemática poderão contribuir para que os alunos desenvolvam o gosto pela matemática e que os «desempenhos [fundamentais], devem concorrer (. . .) para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos» (MEC, 2013, p. 4).

Os «desempenhos fundamentais» (p. 3) não integram o objetivo de resolver, como seria expectável, e mais adiante, na secção relativa à resolução de problemas está esclarecida a dúvida: na resolução de problemas aplicam-se regras e procedimentos previamente estudados e treinados.

A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (MEC, 2013, p. 5)

Em todos os anos de escolaridade, do 1.º ao 9.º ano, são referidos os problemas, mas sempre ligados apenas aos conteúdos — problemas de conteúdo (Fernandes et al., 1994) — como se exemplifica.

problemas de um passo envolvendo situações de juntar e acrescentar” (p.7)

problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório (p.8)

problemas de até três passos envolvendo medidas de diferentes grandezas (p.12)

problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas (p.13)

problemas envolvendo a média e a moda (p.16)

problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial (p.18)

problemas envolvendo triângulos e quadriláteros (p.20)

problemas envolvendo equações de retas (p.23)

problemas envolvendo lugares geométricos no plano (p.25)

Quando se refere que «rotinas e automatismos são essenciais ao trabalho matemático, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho, por forma a que esta se possa dedicar, com maior exclusividade, a tarefas que exigem funções cognitivas superiores» (p. 4) fica-se sem se perceber que funções são estas.

Há malefícios no treino? Apenas o de habituar/preparar o aluno a um tipo de exercício ou problema e a repetir procedimentos, dificultando a mobilização de conhecimentos e capacidades para, de modo criativo e inovador, abordar problemas diferentes dos que treinou. Apenas o de lhe diminuir a capacidade de experimentar, de tentar, de analisar erros e situações novas, de delinear uma estratégia de resolução para uma situação desconhecida, de raciocinar. Quando é que o aluno enfrenta situações novas, situações que não se resolvem com um, dois, três ou vários passos, como é explicitado no programa e como se espera o aluno tenha sido treinado ao longo dos primeiros quatro anos de escolaridade? Durante os cinco anos seguintes também não

se vislumbram situações diferentes porque os problemas referidos são sempre relacionados com o conteúdo a abordar.

Reduzir o ensino da matemática, sobretudo nos primeiros anos, a esta dinâmica, cria fortes obstáculos ao desenvolvimento da capacidade de raciocinar do aluno que é a capacidade de obter conclusões com base em evidências ou conhecimentos prévios, um «hábito da mente» (Goldenberg, Cuoco & Mark, 1998) e como todos os hábitos precisa de ser trabalhado em todas as situações, em todos os anos de escolaridade e com todos os alunos. Tal como referia Dreyfus (1991), há mais de vinte anos, com a proposta atual para o ensino da matemática parece voltar-se a uma espécie de ritual «faz isto, depois faz aquilo, depois faz aquilo» (Dreyfus, 1991, p.28) sendo a aplicação do procedimento correto suficiente para o sucesso.

Os alunos podem apoderar-se de um amontoado de conhecimentos matemáticos, mas não adquirem experiência e a metodologia do trabalho matemáticos a que não se acede apenas com rotinas, mas necessitam da utilização flexível do conhecimento e dos processos matemáticos (Fonseca, 2004).

O período que agora vivemos é um retrocesso no ensino da matemática.

Como qualquer ciclo de vida, naturalmente, será ultrapassado.

Referências

- Charles, R. & Lester, F. (1986). *Mathematical problem solving*. Springhouse: Learning Institute.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp.25–41). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fernandes, D., Borralho, A. & Amaro, G. (1994). Processos de resolução de problemas: Revisão e análise crítica de investigação que utilizou esquemas de codificação. In D. Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (Ed.), *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa: IIE.
- Fonseca, L. (2004). *Formação inicial de professores de matemática: A demonstração em geometria*. (Coleção de Teses). Lisboa: APM.
- Hatfield, L. (1978). Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: rationales research. In L. Hatfield & D. Bradbard (Ed.), *Mathematical problem solving: papers from a research workshop* (pp. 21–42). Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.
- IEFP (2014). Guia do 1.º Emprego. Fórum Estudante. http://issuu.com/forumestudante/docs/gre2014_web

- Goldenberg, E. P., Cuoco, A. & Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Ed.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp.3–42). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lester, F. (1980). Mathematical problem solving research. In R. J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education*. Reston, VA: NCTM.
- Mason, J. (1992). Researching problem solving from the inside. In J.P. Ponte, J. F. Matos & D. Fernandes (Ed.), *Mathematical problem solving and new information technologies*, (pp.17–36). Berlin: Springer-Verlag.
- Mason, J., Burtos, L. & Satcey, K. (1985). *Thinking mathematically*. Bristol: Addison-Wesley.
- Mayer, R. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In E. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives* (pp.123–138). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- ME (1991). *Organização Curricular e Programas — 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB.
- ME (1991a). *Programa de Matemática. Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem*. Vol. II. Ensino Básico. 2.º Ciclo. Lisboa: ME-DGEBS.
- ME (1991b). *Programa de Matemática. Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem*. Vol. II. Ensino Básico. 3.º Ciclo. Lisboa: ME-DEB.
- ME (2004). *Organização Curricular e Programas — 1.º Ciclo do Ensino Básico* (4.ª ed.). Lisboa: ME-DEB.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- MEC (2013). *Programa e Metas curriculares de Matemática. Ensino Básico*. Lisboa: MEC.
- Pólya, G. (1981). *Mathematical discovery*. New York: John Wiley and Sons.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics learning and teaching* (pp.334–370). New York: Macmillan.
- LINA FONSECA
Escola Superior de Educação
Instituto Politécnico de Viana do Castelo



International Conference on Technology in Mathematics Teaching

24–27 June, 2015—Faro, Portugal
Universidade do Algarve

A *International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (ICTMT) é uma das mais prestigiadas conferências europeias dedicada à utilização das tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática.

Há mais de duas décadas, vários nomes de referência ligados à utilização das tecnologias na Educação Matemática, como Bert Waits (Ohio State University) criaram um espaço de debate, discussão e partilha de experiências e trabalhos de investigação de modo a promover a utilização das tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática, em todos os níveis de ensino.

Portugal vai receber, pela primeira vez, esta prestigiada Conferência Internacional em Faro, na Universidade do Algarve, de 24 a 27 de junho de 2015.

Tal como sucedeu nas anteriores edições, procuramos criar um importante fórum de discussão e partilha de boas práticas de utilização das tecnologias na Educação Matemática, assim como promover a divulgação de traba-

lhos recentes de investigação no domínio das tecnologias numa perspetiva educacional e do seu impacto no ensino e aprendizagem da Matemática.

O programa contará como uma sessão plenária em cada dia, com várias sessões paralelas de comunicações e *workshops*, e terá, naturalmente, uma componente social que inclui o jantar de confraternização e um passeio. Prevê-se, ainda, nesta edição, a possibilidade de um espaço de contribuições em língua Portuguesa, ao encontro de várias sugestões de colegas portugueses e de outros países de língua oficial Portuguesa.

As conferências plenárias do ICTMT 12 estão a cargo de Manuel Santos-Trigo do México, de Susana Carreira de Portugal, de Nathalie Sinclair do Canadá e de Alison Clark-Wilson de Inglaterra.

Para mais informações consultar a página do ICTMT 12 (<http://ictmt12.pt/>) ou o Facebook (www.facebook.com/ICTMT12).