

# Como vamos de resolução de problemas?

Uma conversa escrita com  
**Jeremy Kilpatrick**

JEREMY KILPATRICK é, desde 1993, Regents Professor de Educação Matemática no Teacher College da Universidade da Geórgia nos Estados Unidos. Licenciado em matemática pela Universidade da Califórnia em Berkeley (1957), foi professor numa escola secundária desta cidade entre 1957 e 1960, período em que realizou um mestrado em Educação na mesma Universidade. No início dos anos 60, foi para Palo Alto na Califórnia, onde realizou outro mestrado na Universidade de Stanford, desta vez em Matemática. Nesta Universidade frequentou cursos orientados por George Pólya e os seus seminários sobre resolução de problemas. Realizou também aí o seu doutoramento em Educação Matemática (1967), cujo júri Pólya integrou, tendo sido nestes anos que Kilpatrick acompanhou Pólya como seu assistente.

Como professor e investigador, Jeremy Kilpatrick tem-se interessado por uma grande variedade de temas e questões da educação matemática, sendo de destacar aqui a sua grande produção como autor e co-autor de inúmeros livros, artigos e outros textos sobre temas do currículo e desenvolvimento curricular em matemática, e, em particular, sobre a resolução de problemas.

Jeremy Kilpatrick é uma figura de grande notoriedade na comunidade internacional de educação matemática. Recebeu em 2007 a prestigiada Medalha Felix Klein atribuída pelo ICMI pelos elevados serviços prestados à Educação Matemática, tendo sido antes homenageado com o prémio do NCTM de 2003 para Serviços Distintos nesta mesma área.

Importa ainda dizer que Jeremy Kilpatrick tem visitado com alguma frequência o nosso país — nos anos mais recentes, participou em 2008 no ProfMat de Elvas e no SIEM em Badajoz — e colaborou já anteriormente com a Educação e Matemática.

O texto que a seguir se publica é um depoimento escrito que Jeremy Kilpatrick gentilmente se prontificou elaborar, expressamente para este número a Educação e Matemática. Trata-se da tradução de integral desse depoimento, em que Kilpatrick, na resposta às questões que lhe foram colocadas, nos dá a sua visão, ideias e perspectivas, sobre a Resolução de Problemas, em particular no que se refere à sua relação com a matemática-ciência, ao seu lugar e papel no currículo de Matemática, ao seu lugar e papel nas aulas desta disciplina.

#### HENRIQUE MANUEL GUIMARÃES

### A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A MATEMÁTICA

**HENRIQUE GUIMARÃES:** Jeremy, antes do seu doutoramento em educação matemática na Universidade de Stanford, realizou um mestrado em matemática, igualmente em Stanford e, alguns antes, em Berkeley, na Universidade da Califórnia, concluiu a licenciatura, também em matemática. Tudo isto foi já há muitos anos, mas diga-me lá: pode contar-nos o que hoje reconhece como relevante, do ponto de vista matemático, na sua experiência com a matemática durante todos esses anos?

**JEREMY KILPATRICK:** Foi há mais de 50 anos que realizei o meu mestrado em matemática. Passei da matemática para a educação matemática, para fazer o doutoramento, em parte porque a pessoa que veio a ser o meu orientador, Ed Beegle,<sup>[1]</sup> tinha acabado de mudar da Universidade de Yale para a de Stanford, mas também porque que o estudo em matemática pura, na minha licenciatura, me estava a afastar demasiado da matemática escolar que era o meu interesse principal.

Da matemática da minha licenciatura, foram as disciplinas de Lógica e Fundamentos da matemática as que mais me atraíram, provavelmente porque conseguia ver facilmente como elas entravam nas reformas que estavam a ser propostas na época, para a matemática escolar — a Matemática Moderna. Estava também interessado na Teoria de Números e em Geometria elementar porque George Pólya,<sup>[2]</sup> de

que fui assistente e que mais tarde fez parte do júri do meu doutoramento, costumava dizer que esses assuntos eram muito bons para o ensino da resolução de problemas, pois os alunos não necessitavam de muitas bases matemáticas para conseguirem resolver problemas sofisticados não rotineiros, e mesmo problemas ainda não resolvidos. Assim, pensei que seria bom prosseguir com esses assuntos como parte dos meus estudos em educação matemática, em vez de os estudar apenas em matemática.

**HG:** Que palavras usaria para descrever a actividade matemática? Em sua opinião, de que modo a actividade matemática pode ser melhor caracterizada? Acha que há alguma peculiaridade importante da actividade matemática quando a comparamos com outro tipo de actividade científica? Pensa que há alguma dissemelhança ou diferença profunda entre o que os matemáticos e os outros cientistas fazem? E encontra algumas semelhanças?

**JK:** A actividade matemática partilha com outras actividades científicas uma atenção à investigação, ao arriscar palpites e a tentativa e erro, o recurso à indução, à elaboração de conjecturas informais e à experimentação. Muitos dos métodos heurísticos identificados por Pólya aplicam-se também a outras ciências do mesmo modo que se aplicam à matemática. O que distingue a matemática é que, na sua investigação, ela prossegue dando atenção aos métodos dedutivos. A matemática faz uso do raciocínio dedutivo — a demonstração dedutiva em particular — de um modo que



as outras ciências não fazem. Os cientistas nunca podem ter a certeza que as generalizações que realizam se mantêm válidas à medida que a ciência avança, enquanto que a matemática, pressupondo que não há falhas, pode ter a certeza que as suas demonstrações permanecerão válidas indefinidamente.

**HG:** No que se refere aos problemas matemáticos e à resolução de problemas, como descreve o seu papel na matemática e na actividade matemática? O que acha da afirmação muito conhecida de Halmos<sup>[3]</sup> que os problemas são «o coração da matemática».<sup>[4]</sup>

**JK:** Eu estou muito de acordo com a alegação que os problemas são o coração da matemática. Formular e resolver problemas são, não apenas o motor que impulsiona a matemática, são igualmente o principal meio de ensino e aprendizagem da matemática. Nem todo o ensino e aprendizagem da matemática pode fazer uso de problemas mas, frequentemente, é possível fazer muito mais com os problemas do que habitualmente se faz.

**HG:** Consegue descrever algumas características particulares, ou identificar alguns requisitos específicos que um problema matemático deve possuir?

**JK:** Os problemas matemáticos podem assumir diversas formas no ensino. Tal como Pólya fez notar, (Pólya, 1945, p. 158; 1966, pp. 126–127) no ensino da Matemática há lugar, quer para problemas rotineiros, quer para problemas não rotineiros.<sup>[5]</sup> O que é importante é assegurar que nem todos os problemas apresentados aos alunos sejam problemas rotineiros. Assim, os professores devem acautelar que são propostos aos alunos — ou que lhes é pedido que formulem — problemas que não seguem um padrão que já conhecem e que por isso não lhes colocam nenhum desafio. Os alunos devem ganhar experiência na formulação de problemas para que possam ver que num problema — como Pólya assinalou — existe a *incógnita*, existem os *dados* e a *condição*. Identificar estes aspectos num problema é parte da compreensão do que é que o problema pede, e do início das tentativas da cada um para o resolver.

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

**HG:** O seu artigo com George Stanic,<sup>[6]</sup> sobre perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática, começa dizendo-nos que os problemas ocuparam sempre um lugar central no currículo escolar desde tempos antigos, mas que a resolução de problemas não.

Desde então, depois da *Agenda for Action* do NCTM (1980), dos primeiros *Standards* do NCTM (1989) e dos *Principles and Standards* também do NCTM (2000), e de muitos outros documentos de orientação curricular nos EUA e em muitos outros países, como vê a evolução do currículo Matemática no que diz respeito à resolução de problemas ao longo de todos estes anos?

Que apreciação faz dessa evolução? Como vamos hoje, no que se refere à resolução de problemas no currículo de Matemática?

**JK:** No início do movimento para fazer com que a resolução de problemas ocupasse um lugar central no currículo, escrevi um texto para a revista *Arithmetic Teacher* (Kilpatrick, 1981) onde me lamentava, não a propósito da escolha de resolução de problemas como um aspecto central do nosso ensino, mas pelo facto do modo como ela estava a ser tratada, pouco mais do que um chavão relativamente vazio. No caso, referia-me a *An Agenda for Action*, mas o meu lamento aplica-se também a outros casos:

Na medida em que *An Agenda for Action* não especifica o que se quer dizer com *resolução de problemas*, não situa os seus pontos de vista num contexto histórico, e falha na identificação de práticas correntes que possam ser exemplo, ela perpetua o uso de *resolução de problemas* como um recipiente vazio que podemos encher com os nossos próprios significados. (Kilpatrick, 1981, p. 2)

Há pouca dúvida de que o currículo de Matemática, pelo menos nos Estados Unidos, vem dando mais atenção aos problemas nas últimas décadas, mas é uma questão em aberto até que ponto essa atenção se generalizou na sala de aula de matemática típica. Ainda acontece muito que o professor proponha alguns problemas rotineiros, explique como cada um pode ser resolvido, proponha a seguir mais alguns problemas, e pense que assim incorporou a ‘resolução de problemas’ no seu ensino.

Parece haver uma propensão natural para tornar a resolução de problemas num mero procedimento. Vemos essa propensão no modo como a lista de questões e sugestões heurísticas de Pólya (1945) é tão frequentemente afixada nas paredes das salas de aula e se espera que seja entendida como uma receita a ser seguida sequencialmente. Parece que os professores de Matemática acham mais difícil apresentar e ilustrar os itens da lista de forma sugestiva, do que de forma prescritiva.

**HG:** Em seu entender, até que ponto e de que modo mudaram o lugar e o papel da resolução de problemas no currículo de Matemática, refiro-me ao currículo prescrito? Em que dimensões curriculares — conteúdos, finalidades e objectivos, orientações para o ensino — acha que se veri-

ficaram as mudanças mais sensíveis e profundas? E em quais dessas dimensões a resolução de problemas não é ainda considerada.

**JK:** Como eu procurei dizer, acho a resolução de problemas foi estabelecida em muitos países (pelo menos nos Estados Unidos) com um lugar e papel centrais nas finalidades e objectivos do currículo prescrito, mas que isso parece não ter acontecido tão claramente no currículo implementado. Toda a evidência que conheço, sugere que os professores de Matemática americanos ainda dão muito mais ênfase aos procedimentos, do que aos conceitos ou ao raciocínio. Isso não quer dizer que o conteúdo do currículo e as orientações para o ensino se tenham mantido inalterados pelos esforços na valorização da resolução de problemas, mas eu diria que estas dimensões têm sido muito menos afectadas do que as finalidades e os objectivos. Por exemplo, o currículo prescrito de Matemática só raramente foi reorganizado em torno de problemas em vez de em torno de tópicos matemáticos.

**HG:** Pode dar-nos alguma ideia sobre como a resolução de problemas é tratada nas principais orientações e propostas nos recentes *Common Core State Standards in Mathematics*<sup>71</sup> (CCSS-M) dos EUA?

**JK:** A resolução de problemas é bem tratada nos CCSS-M (NGACPB & CCSSO, 2010). Existem oito *standards* ditos de processo:

1. Compreender problemas e persistir na sua resolução
2. Raciocinar abstractamente e quantitativamente
3. Construir argumentos viáveis e criticar o raciocínio de outros
4. Elaborar modelos matemáticos
5. Utilizar estrategicamente instrumentos apropriados
6. Procurar ser preciso
7. Procurar estruturas e utilizá-las.
8. Procurar regularidades em raciocínios que se repetem e expressá-las (pp. 6–8)

A resolução de problemas está implícita em cada um destes *standards* e, no desenvolvimento de todos eles, excepto no caso do n.º 3, usa mesmo o termo *problema*. Os investigadores em educação matemática americanos ficaram particularmente satisfeitos com a inclusão do *standard* n.º 4. Estão optimistas que isso poderá ajudar o currículo de Matemática a mudar no sentido da utilização de problemas na modelação de situações extraídas, tanto da vida real, como da própria matemática. Os professores poderão assim proporcionar aos seus alunos oportunidades para formular e resolver problemas.

Nos chamados *standards* de conteúdo dos CCSS-M, que estão organizados por ano de escolaridade, desde o pré-escolar até ao 8.º ano, e por linhas temáticas para o conjunto dos restantes anos, o termo *problema* aparece repetidamente. Para estes anos é feita a seguinte observação:

A modelação é melhor interpretada, não como uma colecção de tópicos isolados mas em conexão com os outros *standards*. Elaborar modelos matemáticos é um *standard* para a prática matemática, e *standards* de modelação específicos aparecem ao longo dos *standards* deste nível de escolaridade assinalados com uma estrela (\*). (NGACPB & CCSSO, 2010, p. 57)

É claro que resta saber até que ponto os professores dos Estados Unidos conseguirão incorporar bem no seu ensino as ideias dos CCSS-M.

**HG:** No ano passado, tivemos em Portugal um mudança abrupta e inesperada no programa de Matemática para o ensino básico que substituiu um programa que estava em aplicação apenas há três anos (ME-DGIDC, 2007). Neste programa, a resolução de problemas era explicitamente tratada e muito valorizada. O novo programa, pelo contrário, é muito parco e a este respeito e começa assim: «A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a selecção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais.» (MEC, 2013, p. 6) Quer comentar?

**JK:** Lamento dizer que, no que é dito nessa citação, parece fazer-se alguma coisa de que eu me queixava anteriormente: reduz a resolução de problemas ao seguir uma receita específica, sugerindo que os alunos precisam simplesmente de praticar, seguindo regras e procedimentos previamente aprendidos, e que, assim, ficarão preparados para resolver qualquer problema de matemática que encontrem.

Claro que eu não estou a par de todo o tratamento da resolução de problemas no novo programa português, mas fico decepcionado com a suposição que é aparentemente feita, de que o aluno recebe o problema como um texto, em vez de ter uma oportunidade de formular ou elaborar sobre ele por si mesmo. A julgar pelo breve trecho que apresentou, parece tratar-se de uma forma profundamente mecânica de tratar a resolução de problemas.

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA AULA

**HG:** A propósito da resolução de problemas na aula de Matemática, olhando para os anos 80, quais os principais

aspectos mais conseguidos ou que pontos fortes destacaria, desde essa época? E que fraquezas ou aspectos menos conseguidos?

**JK:** Suponho que os aspectos mais conseguidos foram, como sugeri, o apoio da resolução de problemas por parte muitos investigadores em educação matemática em muitos documentos. Os professores de Matemática ficaram conscientes que deviam ter em atenção a resolução de problemas e, de acordo com a investigação, parecem estar a tentar fazer isso. Além do mais, editoras e grupos de professores têm vindo a produzir materiais — principalmente colecções de problemas — que podem ser utilizados no ensino. A internet tem multiplicado essas colecções, bem como ideias para aulas sobre resolução de problemas. Contudo, o ensino de Matemática parece não ter mudado o suficiente para que fazer com que a resolução de problemas e o seu desenvolvimento seja central nesse ensino. Um ponto fraco poderá ser o facto de alguns professores (e autores de manuais) terem concluído que a resolução de problemas pode ser tratada como uma unidade de ensino em separado, em vez de algo que permeia todo o ensino.

Uma outra fraqueza poderá ser o descurarmos a formulação de problemas como uma actividade de sala de aula. Uma das melhores maneiras de os alunos aprenderem a resolver problemas é através da formulação dos seus próprios problemas. Esta actividade pode ensinar-lhes o que diferencia um problema rotineiro de um problema não rotineiro, bem como o que é necessário para que um problema tenha solução. Mas, ensinar os alunos a formulação de problemas, raramente faz parte da matemática escolar.

**HG:** Em seu entender, quais são os principais constrangimentos ou dificuldades que os professores enfrentam na utilização da resolução de problemas para ensinar Matemática? Tem alguma ideia ou percepção de como se poderia ultrapassar essas dificuldades?

**JK:** Eu acho que a maioria dos professores têm muito pouca experiência, quer a resolver problemas, quer a ensinar os alunos a resolvê-los. Os alunos precisam ver exemplos do que é que é a resolução de problemas, mas os seus professores, muitas vezes, não têm preparação para exemplificar o processo. Pólya costumava dizer que o professor, diante dos seus alunos, precisa ser um actor, actuando como se não conhecesse o problema, e pensar em voz alta à medida que realiza os passos para a sua resolução.

Penso que poucas pessoas calculam quanto os alunos precisam de ver alguém a pensar em voz alta diante deles, enquanto trabalha um problema desafiante, tentando primeiro uma abordagem e depois outra, fazendo uma pergunta

e depois outra. Somente com este exemplo, seguido de um diálogo com os alunos, eles conseguem aprender o valor das questões e sugestões heurísticas que Pólya identificou.

É claro que os alunos também necessitam de muitas oportunidades para usar essas perguntas e sugestões por si próprios. Não se pode, no entanto, esperar que eles aprendam a usar tais questões e sugestões gerais, sem terem oportunidades de as ver na prática.

**HG:** Acha que a resolução de problemas é ensinável? Em que medida? Existem algumas capacidades específicas que são necessárias para ser um bom *resolvedor* de problemas?

**JK:** Eu acho que não há qualquer dúvida: a resolução de problemas é ensinável. Uma vez escrevi um artigo que abordou a questão de saber se ensinar é ensinável (Kilpatrick, 1987b) e usaria a mesma argumentação para a resolução de problemas. Mas não é fácil. Como acabei de dizer, os alunos precisam de muitas, muitas oportunidades, tanto para ver as perguntas e sugestões heurísticas utilizadas na resolução de problemas desafiantes, como para praticar usando, eles próprios, essas perguntas e sugestões.

Penso que a quantidade dessas oportunidades foi lamentavelmente subestimada por alguns autores, que escrevem sobre a resolução de problemas, que alegaram que a heurística Pólya não pode ser ensinada. Pela minha experiência, os alunos não precisam de capacidades ou características específicas para aprenderem a resolver problemas. O que eles precisam é de sucesso na resolução de problemas e a confiança que daí resulta, podem adquiri-la de um professor que é sensível à necessidade que têm de serem bem sucedidos.

**HG:** George Pólya, no seu famoso livro *How to Solve It* de 1945, disse que os problemas rotineiros, por vezes mesmo muitos, como observou, são necessários no ensino da Matemática. No entanto, acrescentou que «fazer com que os alunos não resolvam problemas de outro tipo é indesculpável».<sup>[8]</sup> Tenho a certeza de que concorda com Pólya, pode falar-nos sobre quais os principais benefícios que os alunos podem retirar da resolução de problemas? Que tipo de contribuição a resolução de problemas pode dar ou favorecer relativamente ao desenvolvimento matemático e pessoal dos alunos?

**JK:** Já me referi há pouco ao que Pólya pensa sobre problemas não rotineiros, e você tem razão, eu concordo com ele. Devia ser óbvio que se os problemas de rotina são o único tipo de problemas com que os alunos se confrontam na aula de Matemática, eles vão deixar a escola sem a consciência do poder da matemática para lidar com o mundo, e sem preparação para a usar nas suas próprias vidas. Ao

aprender a resolver problemas não rotineiros, os alunos podem ganhar confiança na sua capacidade de fazer matemática e não simplesmente absorvê-la. Um aluno em que toda a sua carreira escolar é gasta em aulas de Matemática, em que nunca são propostos problemas que o desafiam, sai dela com uma visão completamente estéril do que a matemática é e pode ser.

**HG:** Grosso modo e de uma forma muito simplista, eu acho que, em geral, os professores tendem a ver a resolução de problemas como tarefa muito exigente e difícil de realizar e de gerir em sala de aula. Que tipo de ganhos ou vantagens os professores podem obter da utilização da resolução de problemas para a tarefa de ensinar Matemática?

**JK:** Eu acho que você tem razão, os professores que têm uma noção razoável da resolução de problemas vêem-na como exigente e difícil, e estão certos. É assim. Mas deveriam igualmente ver que é muito gratificante para eles e para os seus alunos, se esses alunos aprenderem a resolver problemas matemáticos desafiantes. Se os professores pensarem — como eu penso — que a resolução de problemas é a essência da matemática, então, como é que podem deixar que ela não seja o centro do seu ensino?

**HG:** Jeremy, você foi aluno de Pólya na Universidade de Stanford e, muito cedo na sua carreira académica, foi seu assistente e colaborador. Quando estive consigo na Universidade da Geórgia há alguns anos atrás, disse-me que aquilo primeiramente o atraiu em Pólya, dizia respeito sobretudo à aprendizagem da matemática e de como fazer matemática. Pode dizer-nos o que mais o atraiu nas ideias de Pólya? Até que ponto e de que modo as ideias de Pólya contribuíram para as suas próprias ideias sobre a matemática, a resolução de problemas e a resolução de problemas no ensino da Matemática?

**JK:** Como penso ter-lhe dito nessa altura, a minha primeira atracção por Pólya veio através de *How to Solve It* que eu comprei e li antes de o ter visto ensinar. Acho que o que mais me atraiu foi a forma como ele expunha as ideias sobre a resolução de problemas, que eram fáceis de entender e faziam muito sentido. Os meus professores de Matemática do ensino secundário em nenhuma altura trataram a resolução de problemas, de modo que o livro fez-me perceber o que eu tinha andado a perder. Deve ser óbvio, a partir do que eu disse anteriormente, que as ideias de Pólya tiveram uma enorme influência na forma como eu vejo a matemática, a resolução de problemas e a resolução de problemas no ensino de Matemática.

Todos os esforços de Pólya para ajudar os professores e os alunos

provém da visão de que nós compreendemos a matemática melhor quando a vemos nascer, quer seguindo os passos das descobertas históricas, quer envolvendo-nos nós próprios em descobertas. Ele queria que os alunos vissem a matemática em construção e não apenas o produto acabado. Via a matemática em elaboração como uma ciência indutiva, produzindo seus segredos através de palpites inteligentes, seguidos por cuidadosos testes, a que se seguiam outros palpites aperfeiçoados. Pólya usava repetidamente o poder do exemplo específico para iluminar (e, geralmente, para ajudar a estabelecer) a generalização. (Kilpatrick, 1987a, p. 300)

Pela minha parte, fiz o meu melhor para seguir, nas minhas aulas e trabalhos académicos, o exemplo que ele deu. Pólya tinha uma colecção maravilhosa de problemas que ele dava às suas turmas para resolver, muitos dos quais trabalhou connosco em aula, antes de nos deixar libertos para resolver outros problemas por nós próprios. As disciplinas que leccionava eram sempre um bom equilíbrio entre matemática, humor, problemas desafiantes, e observações positivas. Todos os seus alunos perceberam que ele os respeitava e queria que aprendessem tanta matemática quanta fossem capazes. Não tenho, no entanto, a certeza que todos tivessem dado conta do cuidado com que ele preparava cada uma das aulas e como ele as revia minuciosamente depois de as ter leccionado.

**HG:** Também me disse na mesma altura que não tinha valorizado a forma como Pólya abordava o ensino de resolução de problemas até o ter visto ensinar. Pode desenvolver um pouco mais esta sua consideração, e partilhar connosco o que viu no ensino de Pólya que o fez mudar de apreciação?

**JK:** Pólya era cuidadoso no ensino de matemática que fazia, nunca avançava a um ritmo que nem todos os alunos pudessem acompanhar, ainda que nunca fosse tão lento que levasse a que nada de importante houvesse para ser discutido. Achei isso fascinante. Para além do mais, a vê-lo ensinar, aprendi que os alunos precisam de observar técnicas de resolução de problemas concretizadas por um professor que pensa em voz alta enquanto resolve um problema como nunca o tivesse visto ou resolvido antes. Depois do professor ter mostrado algo sobre como pensar no problema, pode, então, perguntar aos alunos qual poderia ser o passo seguinte na resolução. Dessa forma, os alunos envolvem-se no processo. Pólya «considerou que a imitação e prática são o principal meio através dos quais a resolução de problemas é aprendida». (Kilpatrick, 1987a, p. 300)

Assim que me tornei assistente de Pólya, vi como ele preparava cuidadosamente cada aula e como ele reflectia sobre ela depois de a ter dado, de forma a que, na vez seguinte, pudesse fazer um trabalho melhor. Era como um curso de mestrado em ensino.



**HG:** Em sua opinião, da heurística de Pólya, a que é que ainda vale a pena dar ênfase no ensino da Matemática?

**JK:** Toda ela permanece válida. Eu não mudaria nada.

**HG:** Pensando nos futuros professores, o que acha que é preciso que mude na sua formação inicial, matemática e educacional, de forma a que a resolução de problemas possa estar mais presente nas aulas de Matemática?

**JK:** Não é uma tarefa fácil levar para as aulas a resolução de problemas genuína, mas penso que a abordagem de Pólya oferece o caminho mais promissor. Escrevi sobre isso num livro em sua homenagem. (Kilpatrick, 1987b) Pólya queria que a preparação de professores incluísse, não apenas o estudo do conteúdo matemático, mas também experiência em fazer matemática, concretizada numa espécie de seminário de resolução de problemas como aqueles que ele realizou em Stanford para professores. Pólya via este seminário «como uma oportunidade para os professores adquirirem um conhecimento autêntico e profundo da matemática do ensino secundário, numa forma que eles podiam usar com os seus alunos». (O. c. p. 89)

#### Notas

- 1 Edward Griffith Begle (1914–1978) foi um matemático norte americano que se interessou muito pelo ensino da Matemática e pela investigação neste domínio, tendo ficado conhecido pelo facto de ter dirigido o *School Mathematics Study Group*, considerado o mais importante projecto que, nos EUA, promoveu a reforma curricular que ficou internacionalmente conhecida como a reforma da Matemática Moderna. [NT]
- 2 George Pólya (1887–1985), matemático de renome com grande produção em domínios matemáticos muito diversos, desenvolveu igualmente uma intensa actividade muito relacionada com o ensino em Matemática, nomeadamente com a resolução de problemas (ver artigo nesta revista, pp. 44–50). [NT]
- 3 Paul Richard Halmos (1916–2006), matemático norte americano, nascido na Hungria, em Budapeste. Foi muito novo para os EUA onde fez toda a sua formação escolar e carreira académica e científica. [NT]
- 4 *The Heart of Mathematics*, artigo de P. Halmos publicado na revista *The American Mathematical Monthly*, vol. 7, pp. 519–524 (1990). Ver também *Pense Nisto* (p. 59) desta revista. [NT]
- 5 Ver também artigo pp. 44–50 desta revista. [NT]
- 6 Stanic, G. M. A. e Kilpatrick, J. (1989). [NT]
- 7 NGACPB & CCSSO (2010). [NT]
- 8 Pólya (1945, p. 142). [NT]

#### Referências

- Kilpatrick, J. (1981). One point of view: Stop the bandwagon, I want off. *Arithmetic Teacher*, 28(8) 2.
- Kilpatrick, J. (1987a). George Polya's influence on mathematics education. *Mathematics Magazine*, 60, 299–300.
- Kilpatrick, J. (1987b). Is teaching teachable? George Polya's views on the training of mathematics teachers. In F. R. Curcio (Ed.), *Teaching and learning: A problem-solving focus* (pp. 85–97). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática para o ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- MEC (2013). *Programa e metas curriculares de Matemática — Ensino básico*. Lisboa: MEC.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: Author. [Tradução portuguesa APM (ed.) em 1985]
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. [Tradução portuguesa APM (ed.) em 2007]
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers (2010). *Common core state standards: Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1966). On teaching problem solving. In Conference Board of the Mathematical Sciences, *The role of axiomatics and problem solving in mathematics* (pp. 123–129). Boston, MA: Ginn.
- Pólya, G., & Kilpatrick, J. (2009). *The Stanford mathematics problem book: With hints and solutions*. New York, NY: Dover. (Original work published 1974)
- Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *Research agenda for mathematics education: Vol. 3. The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1–22). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Tradução de

**HENRIQUE MANUEL GUIMARÃES**