O papel dos papéis

Muitas das tarefas de geometria que tenho vindo a apresentar e discutir nestas notas têm como suporte de trabalho um papel ponteado. Dito de outro modo, *privilegio* nesta tarefas a utilização de um papel com elementos orientadores indispensáveis para trabalhar a geometria das figuras planas sem o peso de instrumentos de medida. Muitos raciocínios são mais simples e diretos e muitos outros podem ser também mais exigentes, constituindo verdadeiros raciocínios geométricos. Por exemplo, identificar comprovadamente ângulos retos (nota E&M 109) ou segmentos paralelos (nota E&M 113) pode exigir raciocínios mais ou menos sofisticados. Mais simples, mas exigindo bastante atenção, é a identificação de segmentos congruentes em quadriláteros (figura 1). A situação de existência de dois lados congruentes tem duas possibilidades, consecutivos ou opostos, e neste caso é interessante notar que o quadrilátero de três lado iguais não é trapézio.

A escolha do ponteado é estratégica. O papel ponteado quadriculado, em que se enquadra o geoplano, serve maravilhosamente o estudo dos quadriláteros pois permite construir todos os tipos de quadriláteros, como tenho ilustrado em várias destas notas. Mas este tipo de papel não serve o estudo dos triângulos pois não permite desenhar triângulos equiláteros cujos vértices sejam os pontos fundamentais da rede. Sem este triângulo não faz sentido discutir classificações de triângulos. No entanto o papel isométrico permite representar quase todos os tipos de triângulos incluindo triângulos retângulos (figura 2). O ângulo reto pode ser facilmente identificado com recurso ao detetor de ângulos retos e que não é mais do que um canto de uma folha de papel A4. Por acaso há um triângulo que não se consegue representar nesta rede ponteada, é o triângulo retângulo isósceles. Esta é a única limitação deste papel para o estudo completo dos triângulos. Porém é uma limitação que se pode transformar numa mais valia.

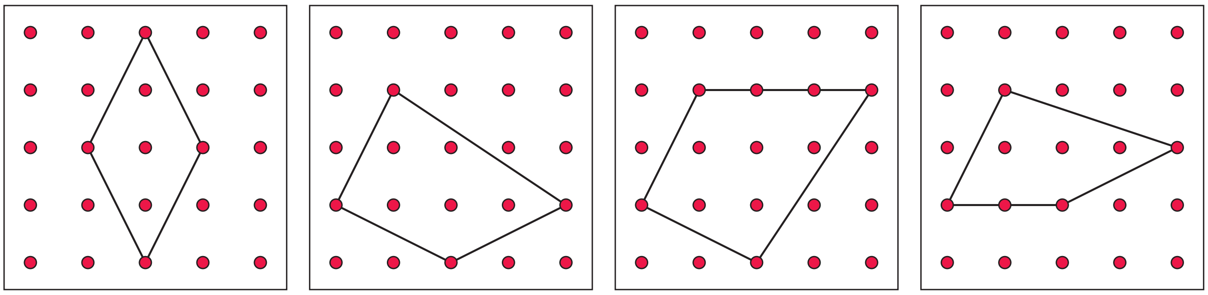

Figura 1. Quadriláteros com 4, 3 e 2 lados iguais.

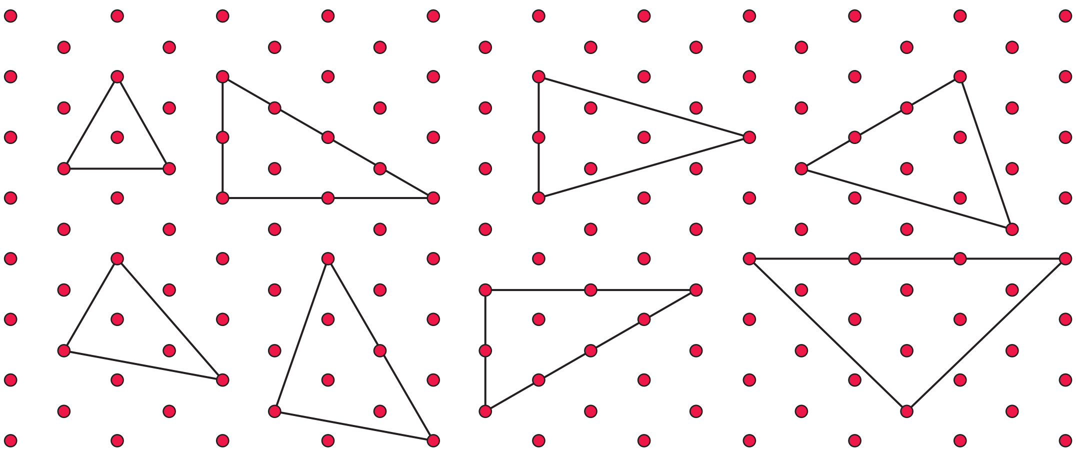

Figura 2. Triângulos representados em papel ponteado isométrico

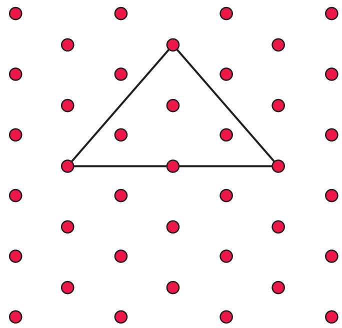

Figura 3. Exemplo de um falso triângulo retângulo com 3 ângulos agudos

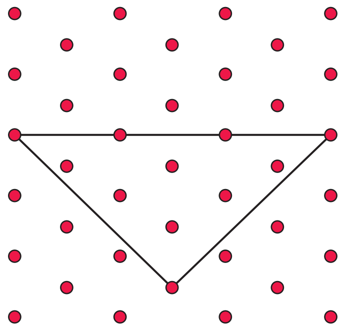

Figura 4. Exemplo de um falso triângulo retângulo com um ângulo obtuso

Recentemente, discuti a exploração de triângulos a partir de uma tarefa com grandes potencialidades de diferenciação pedagógica no artigo «Exames e diferenciação pedagógica» publicado em Junho na revista on-line Almadaforum. Nunca tinha feito uma exploração tão completa sobre triângulos com recurso a este papel e fiquei fascinada pela diversidade de triângulos que foi possível desenhar e pelos raciocínios que tive de fazer. O ângulo reto, como ângulo charneira que permite classificar o triângulo quanto aos ângulos criou-me algumas partidas. Há situações em que ele é quase, quase reto, estando no limiar entre deixar de ser agudo para ser já obtuso (Figuras 3 e 4).

Aos triângulos com um ângulo destes eu chamo falsos triângulos retângulos porque a olho nu eles parecem mesmo ter um ângulo reto. Os dois exemplos apresentados são triângulos isósceles. Deixo-vos por isso uma tarefa com duas partes distintas.

Descobrir o maior número de triângulos retângulos e de falsos triângulos retângulos desenhados em papel isométrico.

Para cada caso apresentar a justificação do raciocínio para garantir que o triângulo é mesmo triângulo retângulo.

As duas partes da tarefa apontam para dois níveis de exploração. Um nível mais elementar em que se prova que o triângulo é retângulo porque se verifica que tem um ângulo reto recorrendo simplesmente à sua medição. Outro mais elaborado em que se recorre a uma demonstração geométrica. A construção rigorosa e simples destas figuras, bem como a sua análise rápida seria bastante mais complicada em papel branco. Até porque em papel branco seria difícil alimentar estes desafios.

Como desafios finais para esta discussão sobre papéis ponteados deixo-vos em jeito de problema duas questões a que a minha abordagem anterior já respondeu. No entanto a compreensão das duas impossibilidades não foi de todo abordada.

Será possível construir um triângulo equilátero cujos vértices sejam pontos de uma rede ponteada ortonormado? Porquê?

Será impossível obter um triângulo retângulo isósceles cujos vértices sejam pontos de uma rede ponteada isométrica? Porquê?

Referência bibliográfica

Loureiro, C. (2014). Exames e Diferenciação. Almadaforma, nº 6, Junho 2014, (16–19). http://issuu.com/almadaformarevista/docs/6almadaforma.