Conhecimento de futuros professores dos primeiros anos sobre os diferentes significados das frações

Hélia Gonçalves Pinto, C. Miguel Ribeiro

Uma das dificuldades no ensino-aprendizagem dos números racionais relaciona-se com os diferentes significados das frações — tanto para alunos como para professores. Assim, é necessário desenvolver o conhecimento matemático especializado do professor.

Tendo por base a reconhecida necessidade de melhorar a formação de professores e a pretensão de contribuir de forma ativa para essa melhoria, iremos discutir alguns resultados relativos aos desempenhos apresentados por futuros professores ao responderem a tarefas que envolvem os diferentes significados de frações.

OS DIFERENTES SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES, CONHECIMENTO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Os alunos adquirem uma compreensão significativa do conceito de número racional quando lhes é proporcionada a exploração de tarefas que contemplam a maioria dos significados das frações (Kieren, 1976; Lamon, 2007; Streefland, 1991). No entanto, o facto de se compreender um dos significados de fração, não significa que se tenha conhecimento do conceito de número racional, pelo que se torna necessário desenvolver uma compreensão dos vários significados e suas inter-relações (Kieren, 1976; Lamon, 2007). Aliás, o facto de os alunos serem confrontados essencialmente com a definição técnica de fração como parte-todo, deixa-os com uma noção empobrecida de número racional, para além de considerarem fração como sinónimo de parte-todo, excluindo os outros significados: quociente, razão, operador e medida (Lamon, 2007).

Ao nível elementar, e num contexto escolar, as frações podem assumir diferentes significados (e.g., Monteiro & Pinto, 2005). Assim, a fração como *parte-todo* surge em situações de comparação entre a parte e um todo (a unidade) — o denominador indica o número de partes iguais em que a unidade está dividida e o numerador o número de partes escolhidas, podendo o todo ser contínuo (uma folha de papel) ou discreto (berlindes). A fração como *quociente* associa-se a situações de partilha equitativa (foram distribuídas, equitativamente, 3 sandes por 4 crianças) — o numerador representa o que é partilhado e o denominador os recetores dessa partilha (pertencem, portanto, a conjuntos distintos). A fração pode ser entendida como *razão*, por exemplo, em situações de relação entre duas partes de um todo (a razão entre o número de meninos e de meninas numa turma é de 2/3 e lê-se: «é de 2 para 3»). A fração é encarada como *operador* em situações em que é aplicada ao cardinal de um conjunto discreto — o denominador indica uma divisão e o numerador uma multiplicação (3/4 de 12 lápis) ou, associada à transformação de uma figura (redução, ampliação, identidade). A fração como *medida* ocorre em situações de comparação de uma grandeza com outra tomada como unidade de medida — esta medida pode ser maior, menor ou igual que a grandeza a medir.

De acordo com Monteiro e Pinto (2005) a fração como parte-todo pode ser considerada tanto em situações de medida como de partilha. No entanto, consideram que uma abordagem às frações sustentada apenas naquele significado, limitará certamente o entendimento dos alunos sobre frações, uma vez que, entre outros motivos, estes confundem a relação parte-todo com a relação parte-parte, o que dificulta a compreensão de situações que envolvam frações que representam quantidades maiores que a unidade. Assim, concordando com vários autores (e.g. Fosnot & Dolk (2002) e Streefland (1991)), defendemos uma primeira abor-

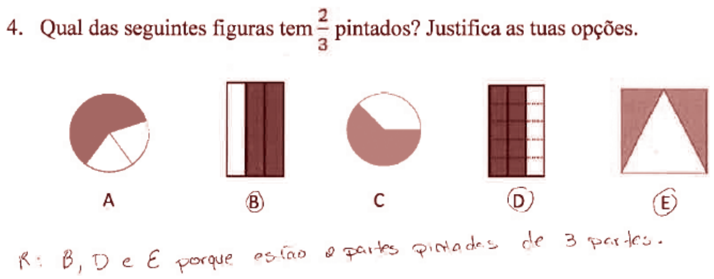

Figura 1. Fração como parte-todo

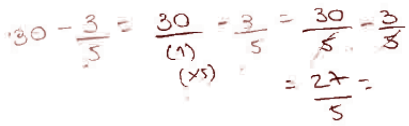

Figura 2. Fração como operador

dagem às frações em contextos de partilha equitativa, partindo de situações inspiradas na realidade dos alunos e sustentadas num processo construtivo de matematização. Desta forma possibilita-se a exploração de contextos diversificados promovendo uma compreensão dos diferentes significados das frações e por conseguinte, do sentido de número racional.

Porém, para que os alunos possam explorar e desenvolver uma plena compreensão sobre os distintos significados e interpretações das frações, é fundamental que os professores detenham um amplo e sólido conhecimento relativamente aos diferentes aspetos do conteúdo que pretendem abordar e das possíveis formas de representação ou exploração e abordagem em contexto — conhecimento matemático especificamente relacionado com a atuação docente (Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, 2013). Assim, tendo como objetivo promover nos seus alunos um entendimento do que fazem, porque o fazem e como o fazem, o professor terá de saber, por exemplo que para identificar a fração correspondente à parte pintada de uma figura têm de considerar a figura dividida em partes iguais; que considerando uma determinada quantidade, 3/5 dessa quantidade é distinto de retirar 3/5 à unidade. Sendo estes exemplos de um conhecimento do que se supõe encontrar no nível dos alunos, ao professor cumprirá um conhecimento especializado que lhe permita, também, entre outros, navegar entre diferentes representações de um mesmo tópico ou relacionar (imediatamente) tópicos distintos, aparentemente desconexos. Apenas sendo detentor do referido conhecimento, será possível ambicionar uma melhoria da sua prática e dos resultados e conhecimentos dos alunos.

ALGUNS RESULTADOS PRELIMINARES E DISCUSSÃO

Nesta secção apresentamos e discutimos alguns aspetos relativos às respostas apresentadas por 27 futuros professores dos primeiros anos (12 que estavam a iniciar a frequência do 1.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo e 14 que estavam a finalizar o 3.º ano da Licenciatura em Educação Básica — em diferentes instituições) a tarefas que envolvem os diferentes significados das frações — de acordo com o Programa de Matemática então em vigor (ME, 2007). A diversidade de contextos não pretende comparar formações mas sim obter um mais amplo entendimento sobre alguns dos aspetos que serão essenciais melhorar no ensino e na aprendizagem de números racionais.

Os estudantes mencionam estar mais à-vontade em situações envolvendo a fração como parte-todo referindo que foi o sentido mais explorado durante a sua escolaridade, incluindo a formação inicial de professores. Porém, ainda assim, nem sempre consideram a necessidade de a unidade estar dividida em partes equivalentes, sendo que mesmo os estudantes que referem esse facto revelam algumas dificuldades. Por exemplo, quando solicitados a identificarem figuras que têm 2/3 pintados (Figura 1), 36% dos estudantes identifica a figura E, que está dividida em 3 partes não congruentes apesar de terem igual forma.

Numa das questões envolvendo a fração como operador, outro significado que também fazia parte do seu currículo escolar, 64% dos futuros professores não consegue determinar 3/5 de 30. Ao responderem à questão: «No dia do seu aniversário o Manuel levou para a escola um saco com 30 gomas. Deu aos seus colegas de turma 3/5 dessas gomas. Com quantas gomas ficou o Manuel?», evidenciam um completo desconhecimento de que a fração pode ser encarada como algo que não parte-todo e não criticam a razoabilidade dos resultados que obtêm. Assim, consideram perfeitamente normal obter como resposta 27/5, ao recorrerem a procedimentos algébricos para retirarem 3/5 a 30 gomas (Figura 2).

Estas dificuldades levam a equacionar o tipo de abordagens e explorações efetuadas mesmo na formação inicial (para que possam adquirir significado) envolvendo situa-

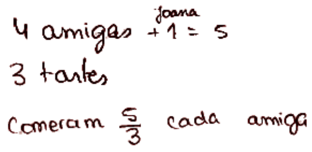

Figura 3. Fração como quociente

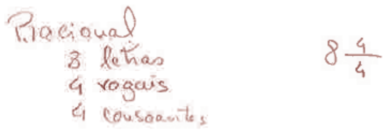

Figura 4. Fração como razão

ções onde a fração é aplicada ao cardinal de um conjunto discreto.

Ao responderam a uma questão envolvendo a fração como quociente «A Joana adora as tartes da pastelaria boca-doce. Um dia resolveu convidar 4 amigas para irem provar as tartes que ela tanto gosta. Pediram 3 tartes e dividiram-nas igualmente entre elas. Que parte de tarte comeu cada amiga?», o erro mais comum corresponde à troca do dividendo pelo divisor (56%) (Figura 3), sendo que a totalidade de respostas incorreta foi de 64%. Estas respostas revelam, mais uma vez, uma falta de sentido crítico quanto aos resultados (e processos) já que nem sequer é equacionada a impossibilidade de cada amiga comer mais do que uma tarte, o que poderá estar associado a um desconhecimento das relações entre numerador e denominador de uma fração envolvendo quantidades maiores que a unidade (Esta falta de conhecimento sobre o papel da unidade revelou-se explicitamente aquando da exploração em grande grupo das tarefas propostas).

Na questão que envolve a fração como razão «[...]Escreva uma fração que represente a relação entre o número de vogais e o número total de letras [da palavra RACIONAL], 36% dos estudantes apresentou uma resposta errada, surgindo essencialmente a confusão entre a relação parte-todo e a relação parte-parte (Figura 4).

A tarefa que envolvia a fração como medida revelou-se problemática talvez pelo facto de a unidade de medida ser «maior», em área, que o que se pretende medir. Ainda assim, ao serem confrontados com questões envolvendo a comparação das medidas dos elementos constituintes dos blocos padrão, 36% dos estudantes erram a resposta cujas questões envolvem a unidade de medida inferior ao objeto a medir, sendo que esse valor aumenta para 71% quando a unidade de medida é superior ao objeto a medir (Figura 5).

Estas dificuldades dos futuros professores expressam também as dificuldades reveladas em outras questões ao não problematizarem o facto de a fração que obtêm ser superior à unidade, mesmo em situações onde é expressamente referido que se tem de dividir a unidade em partes iguais — sem que, propositadamente, se mencione qual a unidade considerada.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

A fração como parte-todo corresponde ao significado que foi referido pelos estudantes como tendo sido o mais explorado durante a sua formação escolar. Porém, apesar de a questão que envolve este significado recolher a menor percentagem de respostas incorretas (36%), esta é ainda preocupante. Tal como refere Lamon (2007), o facto de os alunos serem tradicionalmente confrontados essencialmente com a definição técnica de fração como parte-todo, deixa-os com uma noção empobrecida de número racional. Também Monteiro e Pinto (2005) alertam para alguns inconvenientes de uma abordagem didática às frações exclusivamente através da relação parte-todo, nomeadamente pelo facto de os alunos confundirem a relação parte-todo com a relação parte-parte e ser uma abordagem que dificulta a compreen-

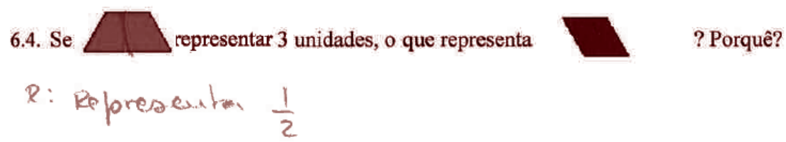

Figura 5. Fração como medida

são de frações que representam uma quantidade maior que a unidade. Esta poderá ser a razão pela qual cerca de 36% dos estudantes apresenta uma resposta errada à questão que envolve a fração como razão e 71% uma resposta errada à questão que envolve a fração como medida, cuja unidade de medida é superior ao objeto a medir.

O tipo de respostas apresentado pelos futuros professores revela-se problemático e deverá ser tido em conta aquando da concetualização de tarefas para a sua formação. Estas deverão sustentar-se num conjunto de objetivos que tenha a prática docente tanto como ponto de partida como de chegada (e.g., Ribeiro, Mellone & Jakobsen, 2013) de modo a promoverem o desenvolvimento do conhecimento especializado. O facto de os futuros professores revelarem um conhecimento matemático limitado dos significados das frações ilustra a necessidade de que este seja um dos aspetos centrais do conhecimento especializado a desenvolver na formação inicial de professores, de modo a permitir, num futuro próximo, melhorar significativamente as aprendizagens dos nossos alunos neste tema.

Referências

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of CERME 8* (pp. 2985–2994). Antalya: Middle East Technical University, Ankara.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth: Heinemann.

Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101–144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook ok mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação — DGIDC.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, *14*(1), 89–107.

Ribeiro, C. M., Mellone, M., & Jakobsen, A. (2013). Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings PME 37* (Vol. 4, pp. 89–96). Kiel, Germany: PME.

Streefland (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research*: Kluwer Academic Publishers.

Hélia Gonçalves Pinto
ESECS do Instituto Politécnico de Leiria
helia.pinto@ipleiria.pt

C. Miguel Ribeiro
CIEO, Universidade do Algarve
cmribeiro@ualg.pt

MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

Interpretação geométrica da composição de funções

A tarefa que apresentamos nesta secção é uma das vinte e sete propostas da brochura «Problemas e investigações com tecnologia» elaborada pelo grupo T3 da APM e recentemente publicada pela Associação. A publicação apresenta enunciados e propostas de resolução, no sentido de, segundo os autores, facilitarem a aplicação em sala de aula, nomeadamente na forma de tirar partido do uso da tecnologia. Embora tenham sido concebidas para a TI-Nspire, as resoluções foram adaptadas para poderem ser usadas com qualquer outra tecnologia gráfica.

Assim, respeitando a metodologia adotada na brochura, decidiu-se por apresentar a tarefa seguida da proposta de resolução.