

Desistências no torneio

Com a finalidade de treinar os alunos para o Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, o professor desafiou a sua turma para se juntarem num sábado e fazerem um torneio de Hex, em que cada um jogaria com todos os outros.

Infelizmente, à última hora, alguns alunos tiveram de desistir e, por este motivo, disputaram-se menos 94 jogos do que os previstos inicialmente.

Quantos alunos tinha a turma e quantos desistiram?

(Respostas até 31 de dezembro para zepaulo46@gmail.com)

PONTOS E PLANOS, SEMPRE NO ESPAÇO

O problema proposto no número 127 de Educação e Matemática foi o seguinte:

*Temos quatro pontos no espaço, não coplanares.
Quantos planos existem que sejam equidistantes dos quatro pontos?*

Apesar de este problema estar na lista dos meus preferidos, recebemos apenas seis respostas, enviadas por Carlos Dias, Catarina Ferreira (Viseu), Graça Braga da Cruz (Ovar), Inês & Luís Bernardino, Mário Roque (Guimarães), Laura Almeida (Porto Santo).

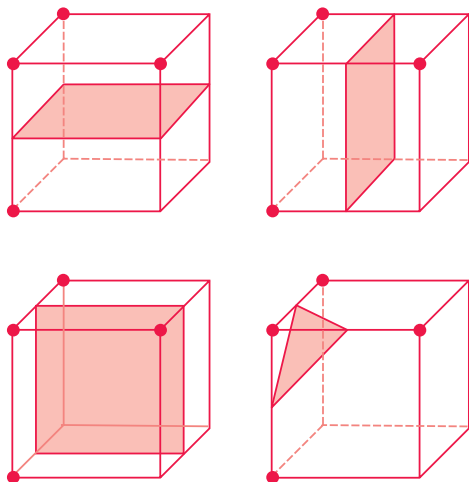


Figura 1

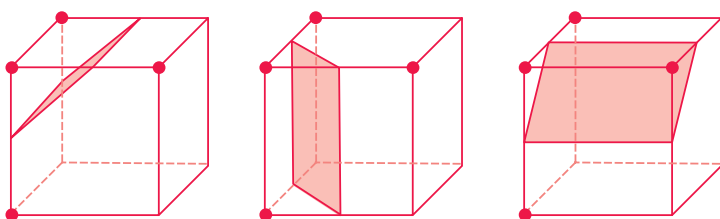


Figura 2

A principal surpresa é que há mais soluções do que as que estamos à espera. Começamos por descobrir quatro delas, julgamos que está tudo feito mas só depois de refletirmos melhor é que encontramos um segundo grupo de planos que satisfazem a condição imposta.

Demos a palavra ao Carlos.

Hipótese A)

Estão 3 pontos de um lado e 1 ponto do outro lado

Dados 3 dos pontos pensemos no plano por eles definido.

Agora imaginemos um plano paralelo a esse e que se encontra a meia distância entre ele e o 4º ponto. Este plano está à mesma distância dos 4 pontos (3 estão de um lado do plano e o 4º está do outro lado).

Como podemos fazer este mesmo raciocínio 4 vezes, deixando de cada vez um dos pontos fora do plano, temos 4 planos equidistantes dos 4 pontos.

O Mário incluiu os desenhos dos planos, imaginando que os quatro pontos estão em vértices de um cubo (figura 1).

Hipótese B)

Estão 2 pontos de cada lado

Consideremos uma reta a passar em dois dos pontos e outra reta a passar nos outros dois pontos. (...) Ora, o plano paralelo a estas duas retas e equidistante delas fica a igual distância dos quatro pontos.

Se repetirmos o processo para as outras combinações de pontos obtemos um total de 3 planos equidistantes dos 4 pontos.

Conclusão, existem sete planos equidistantes dos quatro pontos (figura 2).