



## Bento de Jesus Caraça

### Críticas e propostas para o ensino da Matemática em Portugal

JAIME CARVALHO E SILVA

Foi recentemente disponibilizado em linha pela Fundação Mário Soares um conjunto de documentos pessoais de Bento de Jesus Caraça, incluindo muitos manuscritos, cedidos pelo seu filho João Caraça. Este espólio contém elementos muito importantes para podermos conhecer melhor as ideias de um dos pensadores mais originais do nosso século XX.

Dentro desse espólio estão as notas manuscritas inéditas<sup>[1]</sup> de uma conferência proferida por Bento de Jesus Ca-

raça no Liceu Pedro Nunes. Este manuscrito inclui as notas tomadas por Bento Caraça sobre as questões colocadas pelos assistentes, inclusive sobre as respostas de Bento Caraça. Estas notas são muito interessantes e serão analisadas em detalhe noutra publicação, mas aqui iremos integrar algumas ideias retiradas dessas notas numa análise global do pensamento de Bento de Jesus Caraça sobre o ensino da Matemática em Portugal, cuja atualidade é gritante.

## Notas

1

1 - O Dr. Ferreira de Macedo ocupou-se principalmente do ensino da geometria; em vez de ocupar-se principalmente do da álgebra.

As críticas a fazer não são novos números  
com novos graves.

Satisfazer aos seus fins?

Os fins próprios<sup>(1)</sup> do ensino da matemática nos liceus são dois:

### (s.d.), «Apontamentos sobre conferência sobre programas e ensino da matemática no ensino secundário»

CasaComum.org, Disponível [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_54063](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54063)

Antes de discutir o presente devemos ter algum conhecimento do passado. Em particular devemos ter conhecimento do passado em realidades próximas da nossa, e, por maioria de razão, na nossa própria realidade. Infelizmente o nosso passado recente é frequentemente ignorado e as ideias apresentadas pelos nossos melhores pensadores desaparecem facilmente da nossa memória coletiva. Um dos pensadores que mais batalhou pela renovação do ensino da Matemática em Portugal foi, sem dúvida, Bento de Jesus Caraça. Além de intervenções de fundo mais conhecidas, são de destacar a sua participação na fundação e nos corpos gerentes da Sociedade Portuguesa de Matemática (fez parte das quatro Direções eleitas entre 1940 e 1947) sendo aí de destacar a sua participação na Comissão Pedagógica, a sua intervenção como responsável da Secção «Pedagogia» da *Gazeta de Matemática* (a secção deixou de aparecer com a indicação de um responsável a partir da morte de Bento Caraça) e diversos textos de intervenção na revista *Gazeta de Matemática* (são notáveis as polémicas com José Sebastião e Silva a propósito do ensino dos logaritmos e a polémica sobre os resultados dos exames de aptidão à Universidade).

A Comissão Pedagógica da Sociedade Portuguesa de Matemática estabeleceu um plano de atividades mal foi criada e este foi aprovado em Assembleia Geral da SPM. Além de intervenções pontuais em questões então candentes, é de destacar uma preocupação com a melhoria do ensino da matemática em Portugal em várias vertentes, apontando-se:

- i) «a preparação cultural e pedagógica dos professores de Matemática do ensino secundário»;
- ii) os métodos de ensino como «a possível introdução de métodos novos de ensino, tais como os métodos laboratoriais para os rudimentos de geometria»;
- iii) o incentivo do gosto pela matemática sendo apontada a «criação de clubes de Matemática».

A preocupação de Bento Caraça com o ensino da Geometria espelha-se nas páginas da *Gazeta de Matemática* com a publicação de vários originais e traduções relativas ao tema. Em duas notas da secção «Pedagogia» nos números 14 e 16 dessa revista pode-se continuar a ver essa preocupação: «Parece que os novos métodos de ensino vão enfim penetrando (quão lentamente!) entre nós» sendo citado por Bento Caraça o «ensino experimental da Geometria».

Infelizmente foi preciso esperar pelos anos 90 do século XX para ver reaparecer em Portugal, embora de forma inicialmente demasiado débil, o ensino da Geometria nos moldes preconizados por Bento Caraça. Hoje o «ensino experimental da Geometria» está de novo em causa em Portugal.

Não deixa de ser surpreendente a atualidade das preocupações expressas por Bento Caraça ou pela Comissão Pedagógica da SPM. Mais uma razão para a obra de Bento Caraça ser devidamente estudada e divulgada. Claro que não será surpreendente que uma personalidade ímpar faça análises que resistam à voragem do tempo. Mas continua a ser indispensável nós refletirmos sobre essas análises e até sobre a razão pela qual essas análises são quase esquecidas.

A furiosa especialização dos tempos atuais deixa para segundo plano as tentativas de visões globais do sistema social e educativo. Não era claramente estreito o ponto de vista de Bento Caraça, como se espelha nas suas diversas intervenções. Por exemplo, os dois volumes das *Lições de Álgebra e Análise*, como bem indicou Sebastião e Silva, apresentam «a Matemática como se fosse uma obra de arte, numa nova linguagem — viva, clara, incisiva, cativante»<sup>[2]</sup>. O texto está cheio de notas históricas, de indicações bibliográficas detalhadas, de complementos que alargam os horizontes dos leitores e lhes dão uma visão sem par da riqueza, variedade e vitalidade da Matemática; como exemplos desses últimos podemos apontar textos sobre a potência do numerável e a potência do contínuo, os quaterniões, as construções com régua e compasso, a teoria das substituições, o axioma de Zermelo ou a discussão do conceito de curva (incluindo o exemplo da curva de Hilbert que preenche o plano).

Na polémica com Sebastião e Silva sobre o ensino dos logaritmos este defende que se deve ensinar como se cons-



### «Vila Viçosa? Bento Caraça»

CasaComum.org, Disponível [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_54280](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54280)

trói uma tábua de logaritmos; Bento Caraça contrapõe<sup>[3]</sup> que não há vantagem em ensinar os alunos a construir um instrumento que já se encontra construído no mercado, até porque em várias áreas já se começava a substituir o seu uso pelo das réguas de cálculo e das máquinas de calcular. Bento Caraça entendia que estas sim deviam ser objecto de estudo pelo seu interesse prático e reclamava contra os exageros de cálculo associados à tábua de logaritmos «exercendo a sua tiraniazinha sobre a pobre massa académica» e citando um exemplo de uma prova de exame em que se pediam cálculos tão rigorosos que se obtinha a posição de um navio no mar a menos de um milímetro!

A propósito desta discussão, por duas vezes, Bento Caraça fala da estrutura do ensino secundário ao afirmar que o ensino secundário deve ser *para todos* e não se deve submeter às necessidades de nenhuma futura profissão em par-

ticular (relembremos que na altura apenas havia 11 anos de escolaridade). E defende que vários temas ausentes dos programas deviam estar aí presentes porque «na vida contemporânea têm uma importância tal que devem ser ensinados a todos»; dentre esses temas cita: a noção de probabilidade, rudimentos da estatística, tábuas de mortalidade. Indica outros assuntos que considera muito importantes e estavam então ausentes dos programas: o manejo da régua de cálculo e da máquina de calcular, as aproximações no cálculo numérico, a resolução de triângulos não rectângulos. E cita ainda outros assuntos também então ausentes mas a que atribui essencialmente valor cultural como a Geometria Analítica e a teoria dos complexos.

No manuscrito referido no início, Bento Caraça indica qual a sua visão sobre «os fins *próprios* do ensino da Matemática nos liceus» e que indica serem dois:

- a) familiarizar os alunos com a técnica do cálculo algébrico elementar e o das primeiras propriedades geométricas das figuras.
- b) dar-lhes uma primeira vista de conjunto sobre os fundamentos do edifício matemático.

Como refere que as questões de Geometria já foram abordadas numa conferência anterior de Ferreira de Macedo<sup>[4]</sup>, apenas foca as questões relacionadas com a Álgebra. Bento Caraça entende que no domínio da Álgebra o ensino liceal não satisfaz nenhuma das duas finalidades. No que diz respeito à primeira finalidade escreve que «é frequente encontrar alunos nos cursos superiores não sabendo operar sobre radicais, desconhecendo inteiramente as regras operatórias das potências chegando mesmo a ignorar as regras elementares do cálculo das frações. Quanto ao cálculo logarítmico, nem falar nisso.» Bento Caraça entende que a situação sobre a segunda finalidade é ainda mais grave pois os alunos pensam que se demonstram certas propriedades que na realidade são definições, mostrando um total desconhecimento sobre o «edifício matemático». Cita os casos de

$$a^0 = 1, a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}.$$

Refere ainda a confusa conceção de infinito dos alunos dando alguns exemplos dos erros que encontrou:

$$\frac{0}{m} = \infty, \frac{m}{0} = 0, \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{2} = \infty.$$

Numa apreciação geral, Bento de Jesus Caraça considera que «o ensino da Matemática faz-se desarticulado, os alunos não aprendem a relação íntima existente entre os seus diversos compartimentos. Atende-se apenas às pedras, sem se ver o belo edifício que com essas pedras vai sendo cons-

As superfícies cilíndricas são 3: circunferência, elipse, parabolóide.

Julho 1944. 25.724

(1937–1941), «Manuscritos reproduzindo respostas de alunos nos exames»

CasaComum.org, Disponível HTTP: [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_54068](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54068)

truído. E isso dá origem a (o que até chega a ser chic) certas pessoas se considerarem como não tendo a bossa das matemáticas.» São certamente questões muito atuais.

Em Novembro de 1943 Bento de Jesus Caraça publica na *Gazeta de Matemática* um texto<sup>[5]</sup> em que pretende analisar a coordenação (ou falta dela) entre o ensino secundário e o ensino superior através dos resultados dos exames de aptidão ao ISCEF. Começa por estranhar que os alunos das escolas técnicas tenham notas inferiores aos dos liceus no acesso ao ISCEF quando aqueles deviam estar mais motivados do que estes por virem de uma escola (Instituto Comercial) que estaria mais motivada para o acesso ao ISCEF. Contudo da análise sobressai que ambos os tipos de alunos cometem erros perfeitamente aberrantes (do tipo «o lugar geométrico dos lados dum ângulo é a bissetriz») que Bento Caraça atribui à falta de espírito crítico e ao automatismo do ensino da Matemática, com uma clara tendência para aplicar fórmulas e receitas. Depois de algumas reações publicadas na *Gazeta de Matemática* volta ao tema em Fevereiro de 1945 tentando oferecer a sua explicação para tão deplorável estado de coisas<sup>[6]</sup>.

Por um lado reconhece que há realmente descoordenação entre o secundário e o superior pois declara que «é frequente um aluno chegar ao fim do seu curso médio no ensino técnico comercial sem ter aprendido uma palavra de geometria elementar. E como não parece possível que se ensinam os rudimentos de Geometria Analítica ou do Cálculo Diferencial, incluem-se habitualmente perguntas de geometria elementar sintética nos pontos de resposta obrigatória do exame de aptidão ao ISCEF».

Aponta ainda outras graves disfunções no sistema educativo, como a tendência para haver um número enorme de alunos «externos particulares» e «externos individuais» com altíssimas taxas de reprovações (um Diretor Geral atribuiu este facto ao facto de sermos uma «terra de autodidatas!») ou ainda a deficiente formação de professores (que num severo artigo de Hugo Ribeiro era apontada como a causa principal da degradação do ensino).

Na parte final deste último texto Bento Caraça apresenta as suas ideias sobre o ensino secundário. Entende que o ensino deve ser obrigatório até aos 15 anos (sem distinção alguma entre os então existentes ensino liceal e ensi-

no técnico) onde «se ministrariam os conhecimentos (matemáticos e das outras disciplinas) indispensáveis a todo o cidadão português». Relativamente aos anos seguintes Bento Caraça opina que «nos dois ou três anos seguintes, com um começo de especialização, haveria tempo para dar sólidas bases em cada uma das disciplinas sobre as quais se pudesse edificar um ensino superior digno desse nome.»

Claro que os tempos mudam, as condições sociais também, a ciência matemática evolui e não se pode estar a aplicar *ipsis verbis* a uma época o que foi preconizado noutra.

Mas de tudo isto que podemos retirar como lição do pensamento de Bento Caraça?

Essencialmente que depois de uma formação geral fornecida pelo ensino básico (e a atual estrutura coincide com a preconizada por Bento Caraça) deve haver uma diversificação de acordo com a preparação pretendida no fim do ensino secundário. Se uns vão para o ensino superior deve haver uma definição mínima do que é pretendido no início do ensino superior para que se possa fazer uma discussão fundamentada. Se outros terminam os seus estudos no 12.º ano deve pensar-se o que será útil a esses futuros cidadãos. Se o objectivo é que o fim do ensino secundário corresponda a uma formação precisa então deve ser definido com alguma clareza qual o perfil da formação e em seguida elaborar o currículo de acordo com o perfil pretendido. Todas estas três finalidades do ensino secundário devem merecer igual importância por parte dos responsáveis para que não se crie a ideia de que há umas vias nobres e outras menos nobres e não se repita a divergência de classificações observada por Bento Caraça. Cada uma das três vias escolhidas deve ser resultado de uma opção consciente e não a procura da via mais fácil ou da via onde ainda sobram lugares vagos.

No manuscrito referido no início, Bento Caraça faz algumas considerações sobre o ensino da Matemática a nível secundário, de modo que se cumpram as finalidades que definiu. Considera que o estudo «dos números irracionais e da continuidade» é um dos «mais delicados do ensino secundário». Critica várias opções correntes sobre o estudo das tangentes e dos limites infinitos e o uso que se faz do símbolo  $\frac{m}{0}$  que entende deve ser banido do ensino secundário. A propósito destes temas foi criticado no

final da conferência por dois professores (Dr. Tenório<sup>71</sup> e Dr. Leote<sup>81</sup>) a quem responde o mesmo: «Não disse que os professores não ensinavam bem, disse que os alunos não aprendiam».

Muitas das discussões sobre o perfil de formação ficam-se por definições generalistas que nunca vão até ao âmago das diferentes disciplinas. Se Bento Caraça já reclamava, com insistência, a inclusão de temas como a noção de probabilidade, rudimentos da estatística, tábuas de mortalidade, o manejo da máquina de calcular, as aproximações no cálculo numérico, a resolução de triângulos não rectângulos, a Geometria Analítica e a teoria dos complexos, isso só reforça a necessidade de uma reflexão muito cuidada sobre que Matemática ensinar em cada ciclo de ensino. Acresce o facto de a Matemática se continuar a desenvolver tanto que novas áreas como a teoria de grafos ou os sistemas dinâmicos se impõem como áreas importantes e a sua entrada no ensino aparece como inevitável.

Uma área com a importância da matemática na sociedade atual, em que praticamente todos os atos do cidadão estão dependentes da «digestão» de dados numéricos, não será possível uma boa formação sem uma lugar adequado da Matemática em todas as formações. Nunca será dando um lugar menor à Matemática nas Escolas Profissionais que se conseguirá uma melhor formação. Se eventualmente a Matemática é menos popular, isso deve-se a razões circunstanciais que devem ser combatidas de forma ativa por todos.

O currículo de matemática das escolas profissionais (assim como os de qualquer outra escola) deve obedecer a princípios gerais sólidos. Na «Gazeta de Matemática» aparecem relatadas as conclusões da Conferência Internacional da Instrução Pública promovida pela UNESCO<sup>91</sup>. Bento Caraça já não promoveu esta publicação mas certamente subscreveria a maioria das suas conclusões. Pode-se ler aí, entre muitas outras recomendações:

- O ensino da matemática (...) deve dispor de um número de horas adequado;
- nos países em que o ensino da matemática não figura a título obrigatório em certas secções (secções literárias, por exemplo), um ensino de matemática com tendência cultural, de preferência a pura técnica matemática, deveria ser organizado, pelo menos a título facultativo;
- o programa de matemática de uma secção determinada da escola secundária deve estar de harmonia com os fins gerais do ensino deste ramo e com os objectivos particulares da secção;



«Alentejo. Bento Caraça com um cabrito ao colo»

CasaComum.org, Disponível [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_54281](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54281)

- os programas serão mantidos em dia e adaptados aos progressos das ciências e às necessidades da técnica e da vida modernas, sacrificando questões antiquadas;
- é necessário despertar e manter o interesse dos alunos tanto pela matemática como pelas suas aplicações;
- é preciso aproveitar questões suscitadas pelas situações concretas, não somente para mostrar a importância prática da matemática, mas sobretudo para motivar desenvolvimentos teóricos;
- é indispensável ensinar a pôr problemas, a buscar dados, a explorar e apreciar resultados;
- é preciso dar o sentido de aproximação, da ordem de grandeza e de verosimilhança dos resultados;
- é indispensável indicar as etapas importantes da história das noções e das teorias matemáticas estudadas;
- é preciso que o professor de matemática em exercício possa estar a par ao mesmo tempo da evolução moderna das ciências matemáticas teóricas, das aplicações actuais importantes e dos progressos recentes da didática da sua disciplina;
- visto que em todos os países um ensino adequado da matemática é um elemento essencial da educação, importa assegurar o recrutamento dum número suficiente de professores competentes.



(1946), «Bento Caraça com o seu filho João Manuel Gaspar Caraça no dia do seu primeiro aniversário»

CasaComum.org, Disponível [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_54229](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54229)

de Bento Caraça, e julgo ouvir a sua voz dizer-me, com lhanza alentejana: «Amigo, você por esse caminho arrisca-se a ficar perdido em congeminações escolásticas: vai ser como um moinho, que mexe e remexe, sem ter nada dentro para moer.» Acordo então do meu devaneio e prometo a mim mesmo ser mais razoável daí para diante.<sup>[11]</sup>

#### Notas

[1] (s.d.), «Apontamentos sobre conferência sobre programas e ensino da matemática no ensino secundário», CasaComum.org, Disponível [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_54063](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54063) (2014/4/26)

[2] Silva, José Sebastião e, *Bento Caraça e o ensino da Matemática em Portugal*, «Vértice», 1978, vol. XXXVIII, pp. 516–523.

[3] Caraça, Bento de Jesus, *Nota*, «Gazeta de Matemática», 1942, n.º 11, pp. 16, e Caraça, Bento de Jesus, *Resposta às considerações anteriores* «Gazeta de Matemática», 1942, n.º 12, pp. 14–17.

[4] António Ferreira de Macedo (1887–1959) foi professor de Matemática no IST, foi um dos fundadores da Universidade Popular Portuguesa e publicou na «Biblioteca Cosmos» os livros «A geometria ao alcance de toda a gente» (2 volumes).

[5] Caraça, Bento de Jesus, *Algumas reflexões sobre os exames de aptidão*, «Gazeta de Matemática», 1943, n.º 17, pp. 6–8.

[6] Caraça, Bento de Jesus, *Em guisa de continuação de um debate*, «Gazeta de Matemática», 1945, n.º 23, pp. 7–9.

[7] Alfredo Tenório de Figueiredo, professor metodólogo no Liceu Normal de Lisboa.

[8] Jaime Furtado Leote, professor metodólogo no Liceu Normal de Lisboa.

[9] Recomendação n.º 43 da Conferência Internacional da Instrução Pública, «Gazeta de Matemática», n.º 68–69, 1957, pp. 30–34.

[10] (1949), «Revista Universitária n.º 2 — artigo de homenagem a Bento Jesus Caraça da autoria A. A. Monteiro.», CasaComum.org, Disponível [http://hdl.handle.net/11002/fms\\_dc\\_53828](http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_53828)

[11] Silva, José Sebastião e, *Bento Caraça e o ensino da Matemática em Portugal*, «Vértice», 1978, vol. XXXVIII, pp. 516–523.

Em que data decorreu este congresso? Em 1956. Mas podia ser qualquer data dos últimos cem anos, por exemplo 2014.

Segundo o testemunho de António Aniceto Monteiro, Bento Caraça era ao mesmo tempo<sup>[10]</sup>: «um distinto professor de matemática, um grande impulsionador da cultura popular e um eminente escritor e conferencista de temas científicos, literários e artísticos. Era um grande caráter, conservando sempre a feição modesta de homem do povo, de trato fino e amável, e idéias generosas.»

Termino com uma citação de um texto de Sebastião e Silva sobre Bento Caraça em que aquele relata as influências deste no alerta contra os excessos do formalismo na matemática:

Quando hoje me acontece — o que não é raro — ver alguns jovens portugueses caídos em êxtase perante a obra desse admirável autor policéfalo que se chama Nicolas Bourbaki (a quem devo aliás grande parte da minha formação), apetece-me logo espicaçá-los, dizendo-lhes que estão em perigo mortal de fanatização. (...) Devo a António Monteiro o ter-me ensinado a descobrir os méritos reais da criança. Mas foi Bento Caraça quem me ajudou a prever os possíveis inconvenientes do estruturalismo de Bourbaki, bem como a maneira de os combater. O seu ponto de vista neste caso, resume-se em poucas palavras: «A intuição, que se adquire e afina no contacto com os problemas reais, é cruel para quem a despreza: o seu castigo é a esterilidade». Eu sei que não basta a intuição, o contacto com a realidade: já se viu que a lógica é necessária (...) Mas quando, ao tentar fazer investigação, dou comigo às vezes a construir esquemas cada vez mais abstractos, sem finalidade, começo a ver o seu sorriso, entre irónico e afectuoso,

JAIME CARVALHO E SILVA