

Famílias, repetidos e intrusos

A tarefa que vamos discutir (divulgada na E&M anterior, n.º 126) foi trabalhada numa sessão de formação com professores dos 2.º e 3.º ciclos, aproveitando, assim, esta discussão muito contributos destes professores.

São objetivos da primeira parte da tarefa: agrupar quadriláteros a partir de propriedades comuns; construir o conceito de classe; definir classes de quadriláteros; desenvolver o raciocínio visual. A tarefa apresentada tem também uma parte relativa a perímetros e áreas que discutiremos em outros momentos.

São objetivos ambiciosos, mas estão muito interligados e a forma como a tarefa está organizada torna-os mais acessíveis. A natureza exploratória da tarefa, partindo dos conhecimentos dos alunos, permite realizar discussões muito interessantes baseadas nas diferentes conclusões a que irão chegar. A tarefa deve ser resolvida sem o recurso a uma régua para que não haja a tentação de medir comprimentos. É importante que os raciocínios sejam geométricos e de base visual, aproveitando as características da rede pon-

teada ortonormada que sustenta os quadriláteros. A limitação da rede, a que dá jeito chamar geoplano de 5 por 5, ajuda a ter figuras equilibradas e a trabalhar num universo mais restrito.

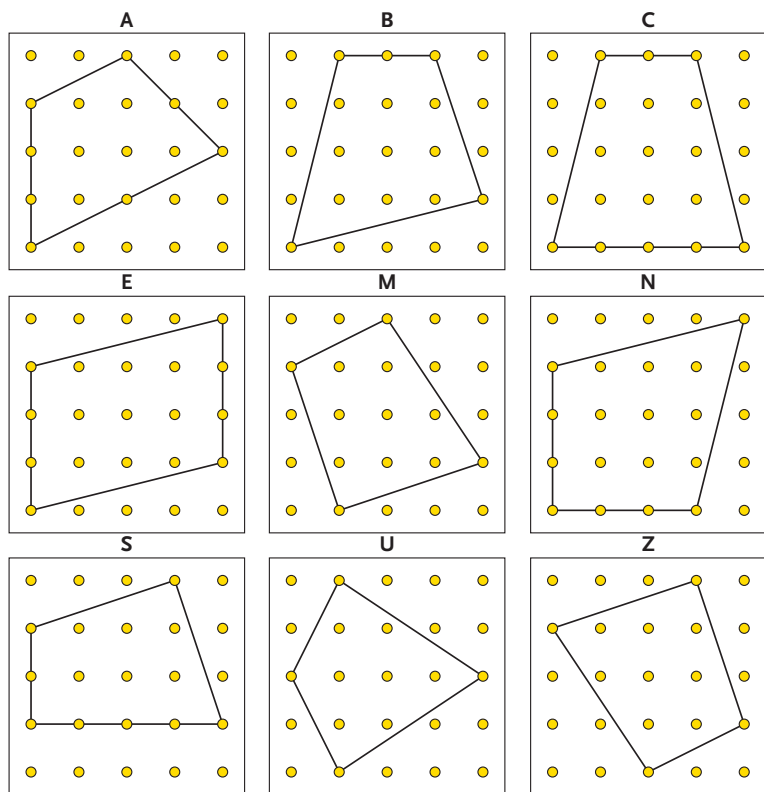
As questões colocados como ponto de partida são: 1. *Há algum quadrilátero repetido?* 2. *Há intrusos no grupo de quadriláteros?* 3. *Carateriza a família de quadriláteros que consideraste.* 4. *Acrescenta mais algum exemplar que aches que deve pertencer à família que escolheste.*

A *questão 1* e a existência de pelo menos duas figuras repetidas foi considerada importante pelos professores porque permite abrir a discussão da congruência de figuras. A sensibilidade e atenção à congruência é fundamental em todo o trabalho na geometria. Neste caso M e Z são os quadriláteros repetidos. Por isso a discussão que vamos fazer a seguir será apenas com base em 8 figuras.

A *questão 2*, sobre a existência de intrusos, obriga a olhar para os quadriláteros todos e a evidenciar alguma propriedade que permita compará-los e agrupá-los. É aqui que está a abertura da tarefa e que lhe confere a natureza exploratória.

Como afirmamos na nota anterior, pessoas diferentes vão ser sensíveis e identificar relações diferentes, a discussão surge naturalmente a partir das ideias que cada um vai ter que defender. O que está em jogo não é o certo ou errado, mas sim o que cada um vê, como defende e o modo como o verbaliza. Por essa razão as questões 3 e 4 são indissociáveis da questão 2.

É importante registar que consideramos como intrusos de uma família os elementos que não verifiquem a propriedade que caracteriza essa família. O número de intrusos no conjunto dado pode ser superior aos dos membros da família presentes. O tipo de raciocínio que está em jogo é inerente a uma relação do tipo «se ..., então», isto é, se consideramos uma determinada propriedade característica da família, os quadriláteros que não a verificam são os intrusos.





FAMÍLIA 1 — B, C, E, M, N, S e U. É INTRUSO A.

Pode haver quem defenda que não há nenhum intruso pois este quadrilátero, se estivesse representado em fundo branco, passaria facilmente como elemento da família. A família é constituída por todos os quadriláteros que têm pelo menos um par de lados iguais. Neste caso, para além de construir mais quadriláteros com esta propriedade é desafiante obter mais alguns que a não tenham.

FAMÍLIA 2 — B, C, M e S. SÃO INTRUSOS A, E, N e U.

A família é constituída por todos os quadriláteros que têm apenas um par de lados iguais.

FAMÍLIA 3 — E, N e U. SÃO INTRUSOS A, B, C, M e S.

A família é constituída por todos os quadriláteros que têm dois pares de lados iguais.

FAMÍLIA 4 — A, C, E. SÃO INTRUSOS B, M, N, S e U. UM DELES, O M, SE ESTIVESSE REPRESENTADO EM FUNDO BRANCO PASSARIA MUITO BEM POR ELEMENTO DA FAMÍLIA.

A família é constituída por todos os quadriláteros que têm pelo menos um par de lados paralelos.

Se quisermos podemos restringir esta família e considerar os quadriláteros que têm apenas dois pares de lados paralelos. Neste caso ficaria solitário o quadrilátero E como representante da família.

FAMÍLIA 5 — M, N e S. SÃO INTRUSOS A, B, C, E, e U.

A família é constituída por todos os quadriláteros que têm pelo menos um ângulo reto. Esta família também pode dar origem a uma outra, constituída por quadriláteros com exatamente 2 ângulos retos, neste caso pertence-lhe o quadrilátero S. Nos intrusos há ângulos quase retos que é interessante analisar.

FAMÍLIA 6 — C, N e U. SÃO INTRUSOS A, B, E, M e S.

A família é constituída por todos os quadriláteros que têm um eixo de simetria. Neste caso haverá a discussão sobre se A e E serão ou não intrusos. O quadrilátero A porque visualmente dá a ilusão de que é um trapézio isósceles e o E porque, embora errado, é comum identificar em paralelogramos a existência de eixos de simetria. E fica a abertura para a discussão sobre se haverá quadriláteros com mais eixos de simetria, abrindo assim a possibilidade para aparecerem quadrados e outros retângulos que, propositadamente, foram excluídos do conjunto inicial de 9 quadriláteros que permitiu despoletar toda esta discussão.

Além destas 6 famílias é possível definir ainda outras recorrendo, por exemplo, à complementaridade de conjuntos e à negação de condições: não têm nenhum par de lados paralelos, não têm nenhum par de lados iguais, não têm nenhum ângulo reto. Alguém mais sofisticado poderá avançar para a análise das diagonais, mas como não estão representadas, não têm força visual e é natural que isso não ocorra. É interessante analisar que há elementos que podem pertencer a mais do que uma família e que uma família pode estar incluída noutra, ideias que são preparatórias da compreensão do que é uma classificação hierárquica.

Os 9 quadriláteros dados respeitam a condição de terem os vértices na fronteira do ponteadado. Embora esta condição não deva ser usada como característica de uma família, pode ser exigida para limitar o conjunto das figuras com que queremos trabalhar.

A diversidade de resultados da tarefa, as discussões que vai permitir realizar, os conceitos que permite trabalhar, bem como as perspetivas que abre em termos de continuidade, levam-nos a considerar um grande potencial na utilização desta tarefa para trabalhar sobre quadriláteros. Perspetivamos por isso outras tarefas para trabalhar a classificação hierárquica de quadriláteros. Fica registado já um agradecimento especial aos professores que participaram nesta formação e que estão a experimentar esta tarefa com os seus alunos.

