Por sermos defensoras da implementação de uma metodologia que proporcione a todos os alunos oportunidades de vivência de diferentes tipos de experiências de aprendizagem, estamos a propor uma sequência de tarefas que favoreça a integração da história da matemática no seu ensino.

Concretamente, as tarefas enquadram-se no programa do 2.º ciclo no conteúdo dos divisores comuns de dois números e na determinação do máximo divisor comum.

A utilização dos processos designados por *Subtracção Recíproca* e *Algoritmo de Euclides*, que surgiram há cerca de 24 séculos, facilita a compreensão dos conceitos envolvidos e proporciona um conhecimento histórico dos mesmos.

Esta sequência de tarefas é apoiada pelo artigo *A determinação do m.d.c. de dois números e a Subtracção recíproca/Algoritmo de Euclides*.

Florinda Costa
Manuela Ribeiro
Maria José Carinha Bóia

DETERMINAÇÃO DO M.D.C. UTILIZANDO O ALGORITMO DE EUCLIDES

1. Verifica que os divisores comuns de dois números naturais, por exemplo 30 e 54, são os mesmos que os divisores comuns do menor e da diferença entre eles, neste exemplo 30 e 24.

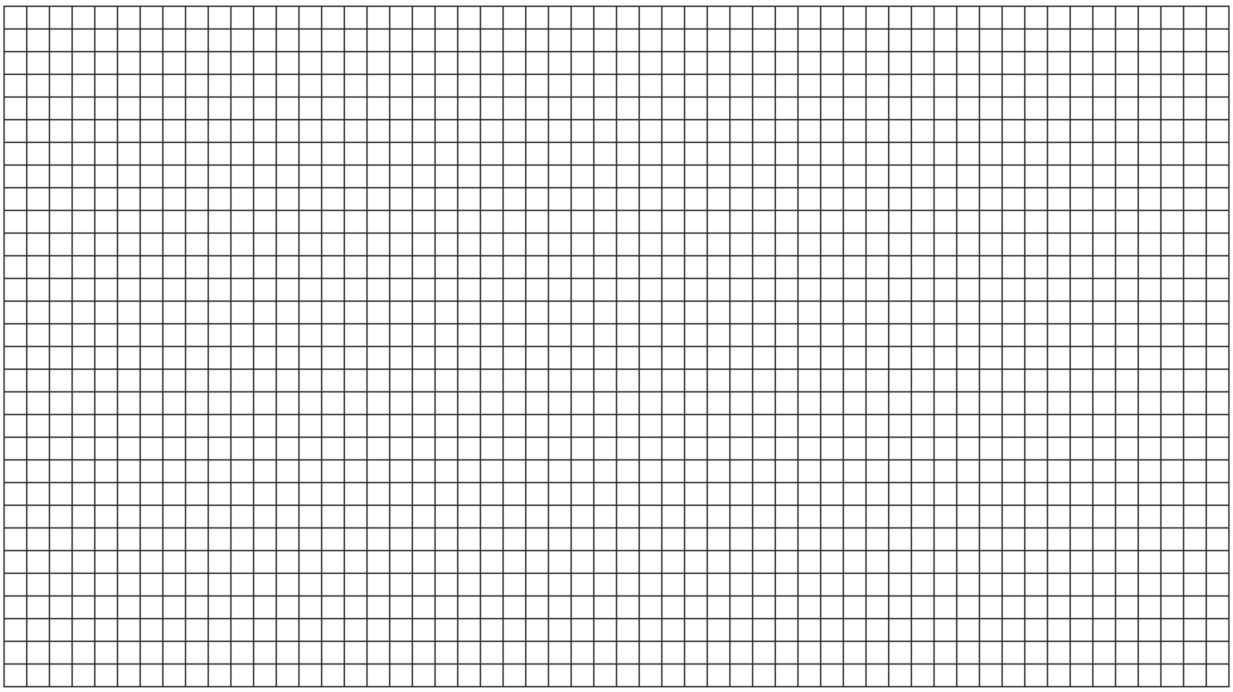
2. Partindo do par (30, 54) forma o par constituído pelo número menor e pela diferença entre ambos. Repete a operação até obteres um par de termos iguais.

Determina os divisores comuns dos números de cada par da lista que elaboraste. Confronta e discute os resultados obtidos com colegas teus. Regista as conclusões a que chegaste.

3. Os termos do último par obtido na tarefa 2 são iguais, pelo que esse número é o máximo divisor comum entre os números do último par e também entre todos os pares de números que foram sendo obtidos na tarefa 2 e do próprio par (30, 54) de que partiste.

Determina por este processo o m.d.c. (32, 56).

4. Na figura junta está representado um rectângulo de 30 x 54 correspondente ao primeiro par de números da lista da tarefa 2.



4.1. Ao lado maior deste rectângulo, tira o lado menor tantas vezes quantas as possíveis.

Deves obter um novo rectângulo cujas dimensões são:

— O menor dos dois números dados;

— O resto obtido quando efectuamos as subtracções sucessivas possíveis.

Este processo é equivalente a tirarmos ao rectângulo dado o maior quadrado nele contido tantas vezes quantas as possíveis.

4.2. Sobre o novo rectângulo obtido efectua o procedimento anterior, isto é, tira-lhe o maior quadrado nele contido tantas vezes quantas as possíveis.

4.3. Repete o passo 2. até esgotares o rectângulo inicial.
O lado do último quadrado retirado é a maior medida comum dos dois lados do rectângulo inicial, ou seja, o m.d.c. dos dois números.

5. Constrói o rectângulo 12 x 32 e determina pelo processo utilizado na tarefa 4 o m.d.c. (12, 32).

6. Na tabela seguinte encontras na coluna 1 a lista de pares de números construída a partir do par 30 e 54 e na coluna 2 as correspondentes diferenças entre os números dos diferentes pares. Sendo a divisão inteira entendível como subtracção sucessiva com o mesmo subtractivo, completa devidamente as colunas 3 e 4 :

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
Par de números	Diferença entre os números do par	Divisão inteira correspondente às subtrações (sucessivas)	Interpretação
(30, 54)	54 – 30 = 24	$\begin{array}{r\|l} 54 & 30 \\ \hline \ldots & \ldots \end{array}$	30 cabe em 54 .... vez(es) e sobra ....
(30, 24)	30 – 24 = 6	$\begin{array}{r\|l} 30 & 24 \\ \hline \ldots & \ldots \end{array}$	24 cabe ...... vez(es) em 30 e sobra ......
(24, 6) (6, 18) (6, 12) (6, 6)	24 – 6 = 18 18 – 6 = 12 12 – 6 = 6 6 – 6 = 0	$\begin{array}{r\|l} 24 & 6 \\ \hline \ldots & \ldots \end{array}$	6 cabe ...... vez(es) em 24 e sobra ...... **6 é o m.d.c.**

Acabas de determinar o m.d.c.(30, 54) por dois processos: o processo das *Subtracções recíprocas* (colunas 1 e 2) e o chamado *Algoritmo de Euclides*, que é um processo condensado do anterior (coluna 3).
O m.d.c. (30, 54) é 6, identificável no processo das subtracções recíprocas por qualquer um dos termos do par de números iguais a que chegámos e no algoritmo de Euclides pelo último divisor.

Nota: No algoritmo de Euclides ao dividirmos 24 por 6 obtivemos quociente 4 e resto zero, isto é, subtraímos 6 quatro vezes a 24 enquanto que na subtracção recíproca subtraímos 6 apenas três vezes a 24 mas ficámos com resto 6, logo podemos voltar a subtrair 6 até obter resto zero.

Os gregos não levavam o processo até ao fim, ficando no par de números iguais (6, 6) porque não tinham símbolo para o zero.

7. Elabora um esquema semelhante para determinar, pelos dois processos, o m.d.c. (42, 98).