

DETERMINAÇÃO DO M.D.C. UTILIZANDO O ALGORITMO DE EUCLIDES

1. Verifica que os divisores comuns de dois números naturais, por exemplo 30 e 54, são os mesmos que os divisores comuns do menor e da diferença entre eles, neste exemplo 30 e 24.

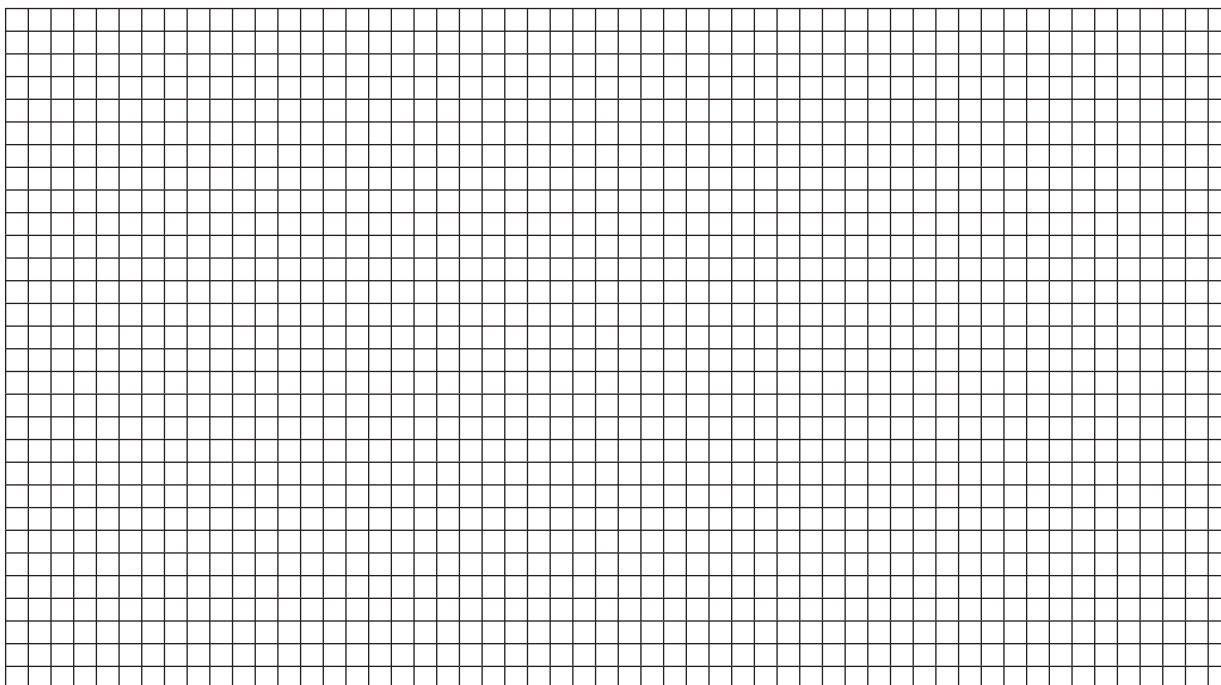
2. Partindo do par (30, 54) forma o par constituído pelo número menor e pela diferença entre ambos. Repete a operação até obteres um par de termos iguais.

Determina os divisores comuns dos números de cada par da lista que elaboraste. Confronta e discute os resultados obtidos com colegas teus. Regista as conclusões a que chegaste.

3. Os termos do último par obtido na tarefa 2 são iguais, pelo que esse número é o máximo divisor comum entre os números do último par e também entre todos os pares de números que foram sendo obtidos na tarefa 2 e do próprio par (30, 54) de que partiste.

Determina por este processo o m.d.c. (32, 56).

4. Na figura junta está representado um rectângulo de 30 x 54 correspondente ao primeiro par de números da lista da tarefa 2.



4.1. Ao lado maior deste rectângulo, tira o lado menor tantas vezes quantas as possíveis.

Deves obter um novo rectângulo cujas dimensões são:

— O menor dos dois números dados;

— O resto obtido quando efectuamos as subtracções sucessivas possíveis.

Este processo é equivalente a tirarmos ao rectângulo dado o maior quadrado nele contido tantas vezes quantas as possíveis.

- 4.2. Sobre o novo rectângulo obtido efectua o procedimento anterior, isto é, tira-lhe o maior quadrado nele contido tantas vezes quantas as possíveis.
- 4.3. Repete o passo 2. até esgotares o rectângulo inicial.
O lado do último quadrado retirado é a maior medida comum dos dois lados do rectângulo inicial, ou seja, o m.d.c. dos dois números.

5. Constrói o rectângulo 12×32 e determina pelo processo utilizado na tarefa 4 o m.d.c. (12, 32).

6. Na tabela seguinte encontra na coluna 1 a lista de pares de números construída a partir do par 30 e 54 e na coluna 2 as correspondentes diferenças entre os números dos diferentes pares. Sendo a divisão inteira entendível como subtração sucessiva com o mesmo subtrativo, completa devidamente as colunas 3 e 4 :

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
Par de números	Diferença entre os números do par	Divisão inteira correspondente às subtrações (sucessivas)	Interpretação
(30, 54)	$54 - 30 = 24$	$\begin{array}{r} 54 \overline{) 30} \\ \underline{} \end{array}$	30 cabe em 54 vez(es) e sobra
(30, 24)	$30 - 24 = 6$	$\begin{array}{r} 30 \overline{) 24} \\ \underline{} \end{array}$	24 cabe vez(es) em 30 e sobra
(24, 6)	$24 - 6 = 18$	$\begin{array}{r} 24 \overline{) 6} \\ \underline{} \end{array}$	6 cabe vez(es) em 24 e sobra
(6, 18)	$18 - 6 = 12$		
(6, 12)	$12 - 6 = 6$		
(6, 6)	$6 - 6 = 0$		6 é o m.d.c.

Acabas de determinar o m.d.c. (30, 54) por dois processos: o processo das *Subtrações recíprocas* (colunas 1 e 2) e o chamado *Algoritmo de Euclides*, que é um processo condensado do anterior (coluna 3).

O m.d.c. (30, 54) é 6, identificável no processo das subtrações recíprocas por qualquer um dos termos do par de números iguais a que chegámos e no algoritmo de Euclides pelo último divisor.

Nota: No algoritmo de Euclides ao dividirmos 24 por 6 obtivemos quociente 4 e resto zero, isto é, subtraímos 6 quatro vezes a 24 enquanto que na subtração recíproca subtraímos 6 apenas três vezes a 24 mas ficámos com resto 6, logo podemos voltar a subtrair 6 até obter resto zero.

Os gregos não levavam o processo até ao fim, ficando no par de números iguais (6, 6) porque não tinham símbolo para o zero.

7. Elabora um esquema semelhante para determinar, pelos dois processos, o m.d.c. (42, 98).