

O papel da tecnologia na aprendizagem da matemática. Um exemplo com recurso ao *Geogebra*¹

Hoje em dia não podemos falar do ensino e aprendizagem da matemática sem referir o papel da tecnologia. Já temos várias décadas de trabalho e investigação sobre este fenómeno, mas parece que ainda há um longo caminho a percorrer. Do ponto de vista do currículo prescrito (Gimeno-Sacristán, 1998) as indicações e orientações são no mínimo controversas, envolvendo avanços e recuos que dão sinais contraditórios para os professores que têm que modelar esse mesmo currículo de modo a colocá-lo em ação na sala de aula. A investigação mostra-nos que há benefícios inequívocos na utilização da tecnologia, embora a sua efetiva integração na sala de aula ainda necessite de um trabalho sistemático que integre as ferramentas disponíveis de forma a criar ambientes de aprendizagem autênticos.

Muitas vezes o uso que é proposto aos alunos não tem um carácter sistemático, envolvendo a realização de tarefas esporádicas em situações de aprendizagem muito particulares. Os ambientes de aprendizagem criados nestes contextos diferem bastante daqueles a que os alunos estão habituados alterando significativamente as normas da sala de aula vigentes. Ainda assim é possível verificar que este tipo de abordagens podem revelar-se uma mais-valia na aprendizagem de conceitos que por vezes o professor considera adquiridos por os mesmos já terem sido abordados em diversos tópicos do currículo em anos de escolaridade anteriores.

A situação de aprendizagem que a seguir se descreve insere-se no currículo do 9.º ano de escolaridade, no estudo das propriedades geométricas da circunferência com recurso ao *software Geogebra*. É a primeira vez que estes alunos

utilizam este programa computacional no ano letivo, embora tenham alguma experiência de utilização do computador com base noutras ferramentas, como por exemplo a folha de cálculo. No episódio que se apresenta procura-se mostrar como é que o *software* pode dar *feedback* ao professor no sentido de saber se alguns dos conceitos elementares estão ou não reificados (Sfard, 1992).

O ambiente de aprendizagem criado envolve a realização de uma ficha de trabalho relativa ao Ângulo ao centro e Ângulo inscrito (1ª parte em anexo), realizada por alunos que trabalham em díades e onde se pretende que estes deduzam as propriedades que lhe são enunciadas. A recolha dos dados foi apoiada pela gravação das ações e diálogos da díade, através da gravação do ecrã do computador, que nos permitiu aceder ao modo de pensamento exteriorizado pelas alunas Carla e Maria.

A tarefa consistia em começar por desenhar um ângulo inscrito na circunferência, como se mostra na Figura 1, e de seguida desenhar um ângulo ao centro, como mostra a Figura 2.

Depois era pedido para medir as amplitudes dos dois ângulos, registar numa tabela da Folha de Cálculo e voltar a repetir o processo até obter dez pares de medições no total, como se exemplifica na Figura 3.

Com o objetivo de caracterizar a compreensão manifestada pelo grupo Carla e Maria no que se refere ao conceito de ângulo e de semirreta vamos analisar a forma como ambas abordaram a primeira parte da tarefa. Começaram por ler a tarefa e realizar os primeiros passos pedidos. As primeiras dificuldades surgiram na manipulação da ferramenta

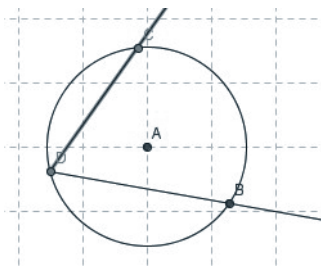


Figura 1. Ângulo inscrito na circunferência.

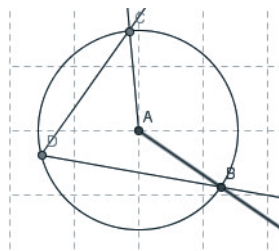


Figura 2. Ângulo inscrito e ao centro.

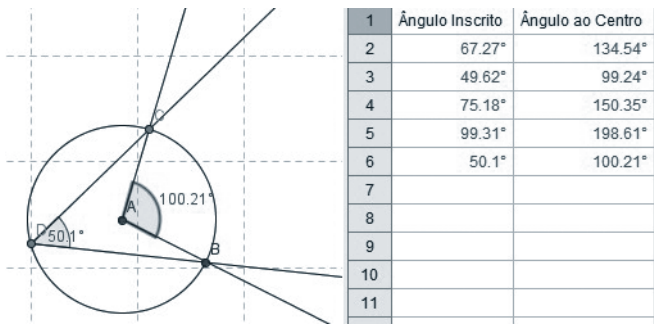


Figura 3. Simulação da construção da tabela.

porque não conseguiam fixar o ponto B (passo número 3). Depois de várias tentativas percorrendo os vários separadores, chamaram a professora para as ajudar. Para construir o ângulo inscrito na circunferência, a Maria começou por desenhar uma reta, como mostra a Figura 4.

Carla: Tás a fazer retas! Não é essa! Volta para atrás!

[A Maria apaga a última ação.]

Carla: Volta ao menu!

[A Maria passou o rato entre as opções de construir uma reta, uma semirreta ou um segmento de reta. Mostrou-se indecisa entre as duas últimas opções, passando o rato constantemente entre elas.]

Carla: Pára!! Pára!!! Pode ser essa! Segmentos de reta, para unir BDC!

[A Maria constrói o triângulo BDC.]

Carla: Boa!!!

As alunas ficaram satisfeitas quando conseguiram construir o triângulo. Esta atitude parece mostrar que elas confundiram a noção de ângulo com a de triângulo, pois ambos necessitam de três pontos. Ao longo desta construção mencionam várias vezes BDC uma para a outra. Não devem ter reparado que a alínea pedia para construírem um ângulo com vértice em D, ou poderiam pensar que conseguiriam medir o ângulo apenas se estivesse presente num triângulo.

A Maria olhou para o computador dos colegas do lado e verificou que, estes não tinham construído um triângulo, por isso, chamou a professora para se certificar que estavam no bom caminho. A professora chamou a atenção para

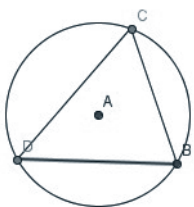


Figura 5. Triângulo construído pelas alunas.

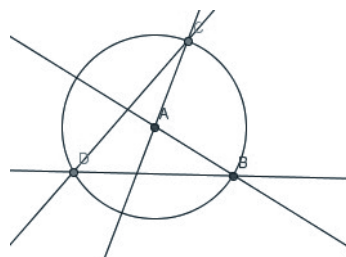


Figura 6. Retas construídas pelas alunas.

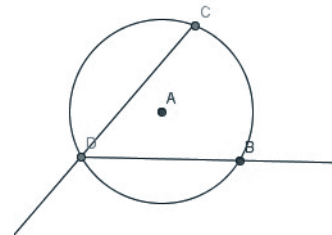


Figura 7. Duas semirretas sem a mesma origem para a construção do ângulo inscrito.

Figura 4. Reta desenhada pela Maria.

o facto da ficha pedir para construir o ângulo BDC e não o triângulo BDC e lembrou, com as alunas, a noção de ângulo. As alunas chegaram à conclusão que tinham de apagar o triângulo e desenhar duas semirretas, no entanto, desenharam duas retas, a reta DC e a reta DB. Para a alínea que pede para desenhar o ângulo ao centro $C\hat{A}B$, construíram as retas AC e AB, como mostra a Figura 6. Daqui pode-se depreender que as alunas confundiram as três noções, reta, semirreta e segmento de reta. Mesmo depois de terem refletido que era necessário construir duas semirretas, elas construíram retas.

Passaram então à medição dos ângulos, abriram a folha de cálculo para construir a tabela pedida, colocaram as amplitudes dos ângulos digitando os valores e anotaram as primeiras medições. Quando lhes era pedido para mover o ponto C, não o conseguiram fazer, desiludidas por necessitarem novamente de auxílio, chamaram a professora que as ajudou a refletir, mais uma vez, sobre a noção de ângulo. Depois apagaram todas as retas desenhadas e construíram duas semirretas mas sem a mesma origem, como ilustra a Figura 7 e fizeram o mesmo na construção do ângulo ao centro.

As alunas continuaram a mostrar não ter presente a noção de ângulo, parece que o importante para elas é que retas, semirretas ou segmentos de reta se cruzem.

Voltaram a construir a tabela na folha de cálculo, desta vez arrastando os valores das amplitudes para a tabela. No entanto, ao verificarem que não conseguiam mover, novamente o ponto C, voltaram a pedir ajuda. A professora

questionou-as no sentido de compreenderem que as semirretas têm de ter a mesma origem e construíram as semirretas de forma correta.

Este episódio mostra-nos que de facto os conceitos de ângulo, reta, semirreta e segmento de reta manifestados pelas alunas não estavam compreendidos e consequentemente elas não conseguiam manejá-los para construir novos objetos matemáticos que estavam a ser solicitados. Dado que são conceitos elementares, que já foram abordados ao longo do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico. que elas frequentam, seria de esperar que os mesmos já estivessem reificados e que os conseguissem usar para construir os novos conceitos que agora eram abordados. Nas tarefas seguintes estas alunas já não manifestaram dificuldades quando confrontadas com estes conceitos, apresentando mesmo um desempenho muito bom. É neste sentido que consideramos que o *software* desempenhou um papel fundamental na construção destes conceitos, proporcionando a estas alunas uma experiência matemática que até aqui nunca lhe tinha sido oferecida. O uso de ferramentas que permitam abordar os conceitos a partir das suas múltiplas representações desempenham um papel eficaz na compreensão dos mesmos, podendo o professor desta forma monitorizar e consolidar os conhecimentos dos seus alunos.

Nota

- Trabalho financiado por fundos nacionais através da FCT — Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Promover o Sucesso em Matemática* (contrato PTDC/CPECED/121774/2010).

Bibliografia

- Gimeno-Sacristán, J. (1998). *O Currículo: Uma reflexão sobre a prática*. Porto Alegre: Artmed.
- Salvador, C. M. (2013). *Geometria: um estudo sobre ângulos e polígonos, no 9.º ano de escolaridade, com recurso ao Geogebra*. (Tese de Mestrado), Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification — the case of function. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function* (pp. 59–84). Washington, EUA: Mathematical Association of America.

ANTÓNIO DOMINGOS




DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA FCT-UNL
UNIDADE DE INVESTIGAÇÃO EDUCAÇÃO
E DESENVOLVIMENTO (UIED)

ANEXO

ESCOLA BÁSICA DOS 2.º E 3.º CICLOS	Data: ___/___/___
Ficha de Trabalho de Matemática	Propriedades Geométricas das circunferências
Nome: _____ N.º: ____ Turma: B 9.º Ano	

Objetivo: Estudar as propriedades geométricas das circunferências utilizando o *software Geogebra*.

Tarefa 1 — Ângulo ao centro e Ângulo inscrito

- Abre o *GeoGebra*.
- Desenha uma circunferência de centro A e raio à tua escolha .
- Fixa o ponto B, nas propriedades dos objetos: seleciona «Fixar objeto».
- Representa dois pontos na circunferência, C e D .
- Sabendo que um *ângulo inscrito numa circunferência é o que tem vértice nesta e os lados contêm cordas*, desenha o ângulo $B\hat{D}C$.
- Sabendo que um *ângulo ao centro numa circunferência é o que tem o vértice no centro desta e os seus lados contêm raios*, desenha o ângulo $C\hat{A}B$ (altera a cor das semirretas).
- Mede a amplitude do ângulo ao centro e do ângulo inscrito .
- No menu Exibir, seleciona a Folha de Cálculo.
- Regista os teus valores numa tabela da folha de cálculo, semelhante à da figura:
- Move o ponto C e volta a registar os novos valores obtidos dos ângulos na tabela.
- Repete o ponto 9 mais oito vezes, registando sempre os valores dos ângulos na tabela.
- Guarda o ficheiro com o nome da tarefa e o teu nome (Exemplo: T1_Ana2_Sofia17)
- Analisa cada linha da tua tabela e regista as tuas conclusões?

	A	B
1	Ângulo inscrito	Ângulo ao centro
2	57.97°	115.94°
3		