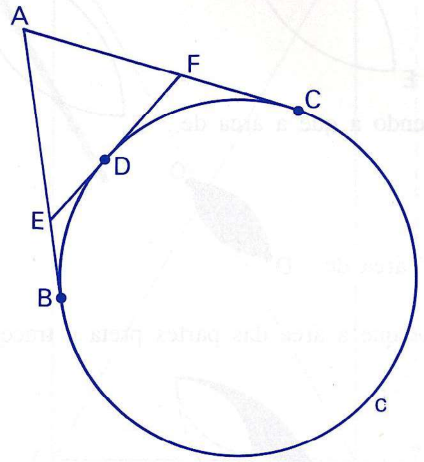
O PROBLEMA DO TRIMESTRE

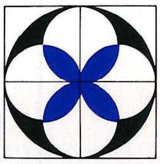
Na figura ao lado, **A** é um ponto exterior à circunferência **c**, [AB] e [AC] são segmentos tangentes à circunferência nos pontos B e C. [EF] é um segmento tangente à circunferência no ponto D. O segmento [AB] mede 8 cm.

Qual é o perímetro do triângulo [AEF]?



Respostas recebidas: o penúltimo problema do trimestre

Qual é a relação entre as áreas em destaque neste azulejo?



Das quatro respostas que nos chegaram publicamos seguidamente três, a primeira de uma grande elegância (Alberto Canelas), a segunda caracterizada por imaginativos artifícios geométricos (Cristina Rodrigues) e a terceira particularmente bem simbolizada e organizada (António Pereira).

Alberto Canelas

«A — área do círculo maior
B — área de um dos círculos menores
V — área «colorida»
P — área «preta».

Como a medida do comprimento do raio do círculo maior é o dobro da de cada um dos círculos menores, conclui-se que:

(i) $A = 4B$

Por outro lado, observando a figura, verifica-se que:

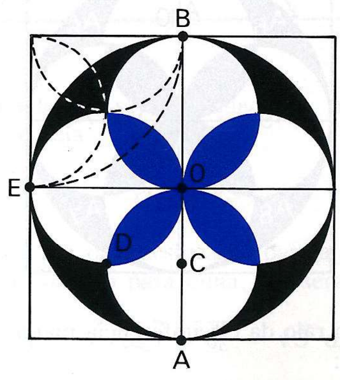
(ii) $A = 4B - V + P$

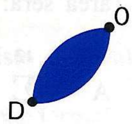
De (i) e (ii) conclui-se que:

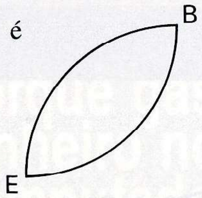
$\boxed{V = P}$

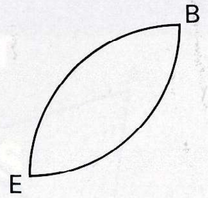
Cristina Rodrigues

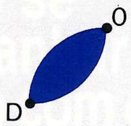
«Na homotetia de centro A e razão 2, a imagem do círculo de centro em C e raio [CO] é o círculo de centro em O e raio [OB], este com o quádruplo da área daquele.



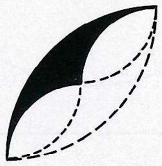
Na mesma homotetia, a imagem de 

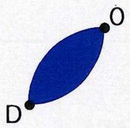
é 

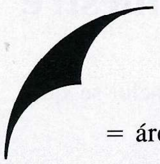
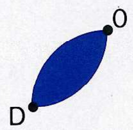
Atendendo a que a área de 

= 4 × área de 

conclui-se que a área das partes preta e tracejada de



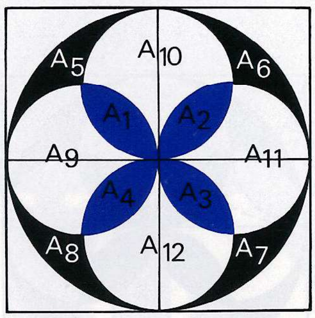
= 2 × área 

Então, a área de  = área de 

Logo, a área da zona a preto é igual à da zona «colorida».

António Pereira

1) Pretende-se saber a relação entre a área «colorida» (soma das áreas A_1, A_2, A_3, A_4) e a área a preto (soma das áreas A_5, A_6, A_7, A_8).



2) Sendo r o raio da circunferência maior, então a sua área será:

$$A = \sum_{i=1}^{12} A_i = \pi r^2$$

3) A área de cada uma das circunferências menores é igual a $\frac{\pi r^2}{4}$.

4)
$$A_9 + A_1 + A_2 = \frac{\pi r^2}{4}$$
$$A_{10} + A_1 + A_3 = \frac{\pi r^2}{4}$$
$$A_{11} + A_2 + A_4 = \frac{\pi r^2}{4}$$
$$A_{12} + A_3 + A_4 = \frac{\pi r^2}{4}$$

somando

$$A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + 2(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \pi r^2$$

5) De (2) e (4) temos:

$$A = \sum_{i=1}^{12} A_i = A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} + 2(A_1 + A_2 + A_3 + A_4)$$

$$\Longleftrightarrow A_5 + A_6 + A_7 + A_8 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

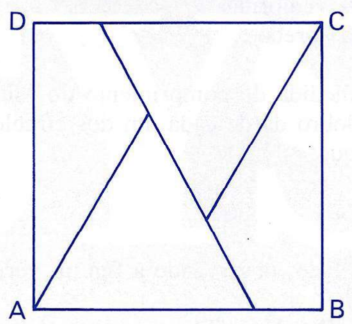
6) Área «colorida» = área a preto.

Mais problemas

J. S. Cabral (Esc. Sec. Amadora) enviou-nos, com o título «Sobre um problema de geometria...», uma resolução alternativa de uma das questões propostas este ano na 1.ª eliminatória das Olimpíadas Nacionais de Matemática, as VIII[as], na categoria B (destinada a alunos dos complementares).

A questão:

Na figura abaixo, [ABCD] é um quadrado. Os dois triângulos indicados são ambos equiláteros e os seus lados medem 1. Quanto mede o lado do quadrado?



A justificação de J. S. Cabral:

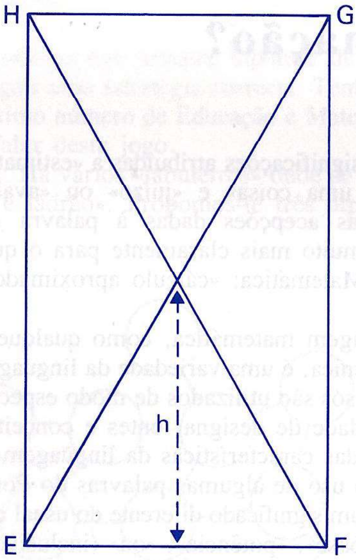
«As 'sugestões' para a resolução deste problema indicam duas soluções: uma, envolvendo conhecimentos de Trigonometria e a outra envolvendo conhecimentos de Geometria Analítica.

Julgo que a resolução de qualquer problema se torna tanto mais 'interessante' quanto mais simples forem os métodos usados, ou, por outras palavras, quanto mais rudimentares forem os conhecimentos necessários para a sua resolução.

Seguindo esta orientação, procurou-se um processo que estivesse ao alcance de um aluno do 9.º Ano de Escolaridade, isto é, sem utilizar nem Trigonometria nem Geometria Analítica».

E a sua alternativa de solução:

«Coloquemos inicialmente os dois triângulos equiláteros de lado 1 como se indica na figura:



Nestas condições os lados do rectângulo [EFGH] têm os seguintes valores:

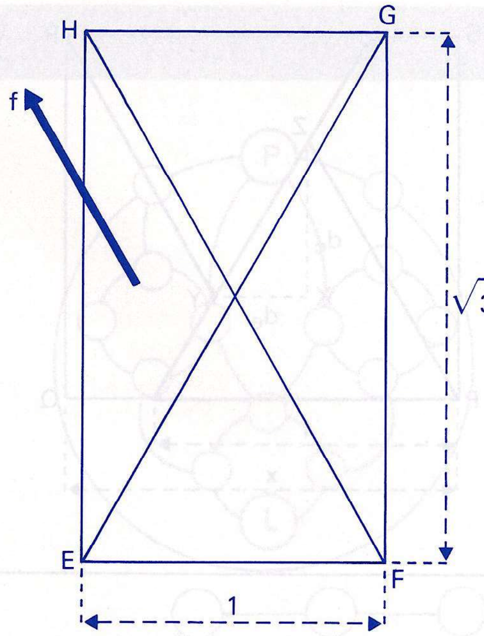
lado [EF]: $\overline{EF} = 1$ por ser o lado do triângulo equilátero dado;

lado [EH]: o valor deste lado será o dobro da altura do triângulo equilátero de lado 1, ou seja, de:

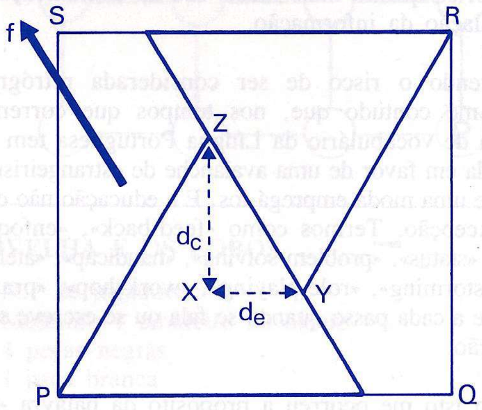
$$h = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Então $\overline{EH} = 2h = 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

A figura será então:



Vamos agora fazer «deslizar» o triângulo inferior no sentido da flecha f; ele será deslocado simultaneamente para a esquerda e para cima de forma a obter-se a figura:



que se pretende que seja um quadrado, ou, por outras palavras, que seja:

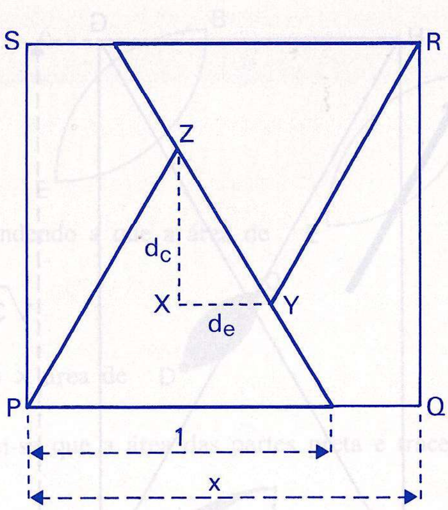
$$PQ = PS$$

Designando por d_e a deslocação para a esquerda (ver figura), a deslocação para cima, d_c, será:

$$d_c = \sqrt{(2d_e)^2 - d_e^2} = \sqrt{3}\ d_e$$

Seja x o valor do lado do quadrado, isto é, o valor a determinar.

A figura é agora desenhada da seguinte forma:



Ora, $\overline{XY} = x - 1$ (é a deslocação para a esquerda, d_e) e $\overline{XZ} = \sqrt{3}\,(x - 1)$ (porque $d_c = \sqrt{3}\, d_e$)

Então será $\overline{PS} = \sqrt{3} - \sqrt{3}\,(x - 1)$ (altura inicial menos $\overline{XZ}$)

Portanto $x = \sqrt{3} - \sqrt{3}\,(x - 1)$
ou

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$$

Ao nível do 9.º Ano de Escolaridade o resultado estava encontrado.

No entanto, pode-se ainda escrever:

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$x = 3 - \sqrt{3}\ .»$$

Estimativa? Estimação?

Uma questão linguística.

Uma língua viva, como a própria expressão sugere, não pode estagnar. A sua evolução é consequência da criatividade dos falantes e de influências exteriores tanto mais fortes quanto mais fáceis são as comunicações e a circulação da informação.

Correndo o risco de ser considerada retrógrada, parece-me contudo que, nos tempos que correm, a riqueza de vocabulário da Língua Portuguesa tem sido preterida em favor de uma avalanche de estrangeirismos. É quase uma moda empregá-los. E a educação não constitui excepção. Termos como «feed-back», «enfoque», «skill», «status», «problem-solving», «handicap», «atelier», «brain-storming», «role playing», «workshop», «praxis», usam-se a cada passo quando se fala ou se escreve sobre Educação.

Tudo isto me ocorreu a propósito da palavra «estimação». Não se trata, é claro, de um estrangeirismo mas quase. Só ultimamente se usa «estimação» com tanta ou mais frequência do que «estimativa» e isso deve-se, penso, ao termo inglês «estimation». Como «estimação» me lembra logo o Tareco lá de casa a fazer rom-rom no nosso colo, consultei o dicionário para aclarar ideias. E então o dicionário diz assim:

Estimação — o mesmo que estima; apreciação de uma coisa.

Estimativa — cálculo aproximado; juízo; avaliação; cálculo; consideração.

Como era de esperar, pois são palavras com a mesma raíz, dão-se significações para «estimação» que se aproximam de significações atribuídas a «estimativa«: «apreciação de uma coisa» e «juízo» ou «avaliação». No entanto, nas acepções dadas à palavra «estimativa» aponta-se muito mais claramente para o que nos interessa em Matemática: «cálculo aproximado».

A linguagem matemática, como qualquer outra linguagem técnica, é uma variedade da linguagem corrente cujos recursos são utilizados de modo especial, em face da necessidade de designar entes e conceitos específicos. Uma das características da linguagem matemática consiste no uso de algumas palavras do Português corrente com um significado diferente do usual como «anel», «corpo», «base», «potência», «ou» (inclusivo), «primo», «aplicação», etc..
Os professores de Matemática, especialmente os que trabalham com níveis etários mais baixos, conhecem bem a dificuldade adicional que esta característica acarreta. Porquê então usar, desnecessariamente, palavras que conduzam a ambiguidades?

Eu opto por ESTIMATIVA!

Licínia Pereira Lima Brandão Costa

Referências:

Florido, M.B. e Silva, E.D. — *Novos caminhos para a Linguagem*, Porto Editora, 1981.

Machado, José Pedro, coord. — *Grande Dicionário da Língua Portuguesa*, vol. IV, Lisboa, Amigos do Livro Editores, 1981.