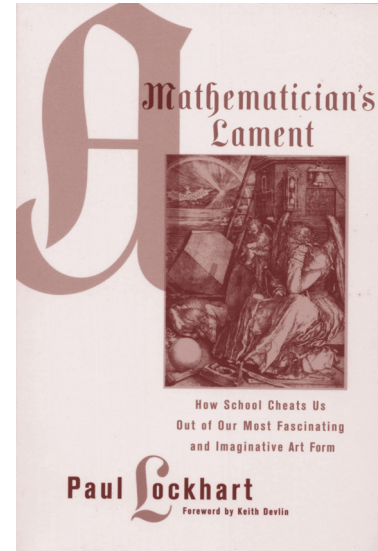


Lamento de um matemático⁽¹⁾

PAUL LOCKHART

Neste número incluímos um extracto de um texto de Paul Lockhart, escrito em 2002, que Keith Devlin publicou em 2007 na sua coluna mensal *online* do magazine da *Mathematical Association of America*. P. Lockhart, investigador e professor universitário na Brown University, decidira dedicar-se ao ensino básico desde o ano 2000 e neste texto exprime as suas opiniões sobre o estado actual do ensino da matemática. O texto tornou-se muito famoso, deu origem a inúmeras reacções e foi traduzido em diversas línguas. Em 2009 foi publicado um livro com o mesmo título, contendo a versão integral do presente texto e algumas sequelas.



Paul Lockhart
A Mathematician's Lament.

Um músico acorda de um pesadelo terrível. No sonho vê-se num país em que a educação musical foi declarada obrigatória. «Estamos a ajudar os nossos alunos a tornarem-se mais competitivos num mundo cada vez mais dominado pelo som.» Educadores, escolas e o estado são chamados para este projecto de salvação nacional. São encomendados estudos, formadas comissões e tomadas decisões — tudo sem a participação de um único músico ou compositor.

Como é sabido que os músicos exprimem as suas ideias sob a forma de pautas musicais, estas estranhas rectas e pontos pretos devem tornar-se a «linguagem da música». Se pretendemos que os alunos adquiram alguma competência musical é imperativo que se tornem exímios nessa linguagem; seria sem dúvida insensato esperar que uma criança pudesse cantar uma canção ou tocar um instrumento sem ter tido uma aprendizagem prévia da notação e teoria musicais. Tocar e ouvir música, para não falar na composição de uma peça original, são considerados temas muito avançados e deixados de lado até ao ensino universitário, e mesmo até aos últimos anos da licenciatura.

Quanto ao ensino básico e secundário, têm por finalidade o treino dos alunos no uso desta linguagem — a manipulação de símbolos de acordo com um conjunto de regras fixas. «Nas aulas de música pegamos nas nossas pautas, o

professor escreve algumas notas no quadro, e nós temos de copiá-las para as pautas ou transpô-las para uma clave diferente. Temos de ter cuidado em usar as claves e as tonalidades certas, além de que o nosso professor é muito picuinhas e está sempre a ver se os círculos das semínimas estão completamente preenchidos. Uma vez, deu-nos um problema sobre a escala cromática e eu resolvi-o bem, mas o professor deu-me negativa por eu ter feito as hastes das notas ao contrário.»

Na sua clarividência, os educadores chegam rapidamente à conclusão que é possível dar este tipo de formação musical a alunos mesmo muito novos. De facto, um aluno do terceiro ano que não saiba completamente de cor o seu círculo de quintas é visto como um caso chocante. «Tenho de arranjar um explicador de música para o meu filho. Não faz sequer o trabalho de casa. Diz que é aborrecido. Limita-se a ficar sentado à janela, a trautear umas melodias e a improvisar canções cómicas.»

Nos últimos anos do secundário a pressão aumenta. A verdade é que os alunos têm de estar preparados para as provas nacionais e para os exames de admissão à universidade. Têm de fazer as disciplinas Escalas e Modos, Métrica, Harmonia e Contraponto. «É muito o que têm de aprender, mas mais tarde na universidade, quando finalmente ouvi-

rem tudo isto, darão valor a todo o trabalho que fizeram no secundário.» Naturalmente, são poucos os alunos que seguem cursos superiores de música, e portanto apenas alguns deles ouvirão alguma vez os sons representados pelos pontos negros. É importante, porém, que todos os cidadãos sejam capazes de identificar uma modulação ou uma passagem em estilo de fuga, independentemente do facto de que nunca ouvirão nenhuma. «Para dizer a verdade, muitos alunos não são bons em música. Aborrecem-se nas aulas, as suas competências são péssimas, e os trabalhos de casa são praticamente ilegíveis. A maior parte deles não liga nada à importância que a música tem no mundo de hoje; limitam-se a fazer o mínimo de disciplinas de música e a não pensar mais nisso. Possivelmente, umas pessoas são dotadas para a música e outras não. Mas ainda me lembro de uma miúda, que era sensacional! As pautas dela eram impecáveis — todas as notas nos sítios certos, caligrafia perfeita, sustentidos, bemóis, tudo muito belo. Ainda um dia há-de ser uma música fora de série.»

Acordando alagado em suores frios, o músico compreende, aliviado, que se tratou apenas de um sonho disparatado. «Claro!» pensa aliviado, «nenhuma sociedade alguma vez reduziria uma forma de arte tão bela e valiosa a uma coisa tão trivial e vazia; nenhuma cultura poderia ser tão cruel com as suas crianças que as privasse de um modo de expressão humano tão natural e gratificante. Que absurdo!»

Entretanto, num outro extremo da cidade, um pintor acaba de acordar de um pesadelo semelhante...

Fiquei surpreendido quando percebi que estava numa sala de aula normal — nem cavaletes, nem bisnagas de tinta. «Na realidade nós não pegamos em tintas até ao ensino secundário,» explicaram-me os alunos. «No sétimo ano estudamos principalmente tintas e espátulas.» Mostraram-me uma ficha de exercícios. Num dos lados, havia amostras de tinta e espaços em branco onde os alunos deviam escrever os respectivos nomes. «Gosto de pintura,» disse-me um deles, «dizem-me o que tenho de fazer e eu faço. É fácil!»

Depois da aula falei com um dos professores. «Então os vossos alunos não pintam nada realmente?» perguntei. «Bom, no próximo ano fazem a disciplina Pré-Pintura-por-Números. Isso prepara-os para a sequência principal da Pintura-por-Números no secundário. Põem em prática o que aprenderam aqui e aplicam-no a situações reais de pintura — molhar o pincel na tinta, limpá-lo, coisas deste tipo. Está claro que vamos classificando os alunos de acordo com as suas habilidades. Os que se revelam pintores excelentes — que conhecem as tintas e os pincéis de trás para a frente — vão para a pintura a sério um pouco mais cedo e alguns deles até fazem os cursos avançados que contam para

o currículo na universidade. Mas fundamentalmente o que estamos a fazer é tentar dar a estes jovens uma boa base sobre tudo que tem a ver com a pintura, e assim, quando saem daqui para o mundo real e pintam a cozinha de suas casa, não sai tudo uma desgraça.»

«Hum, aquelas disciplinas do secundário de que falou...»

«A Pintura-por-Números? Temos tido muito mais inscrições ultimamente. Julgo que isso se deve principalmente aos pais que desejam garantir que os filhos entram numa boa universidade. Nada melhor para isso do que terem na caderneta escolar do secundário Pintura Avançada-por-Números.»

«Porque é que as universidades valorizam a capacidade que eles apresentam para colorir espaços com as cores indicadas pelos números?»

«Porque isso, está a ver, revela um pensamento lógico claro. E evidentemente se um estudante tenciona frequentar um curso de ciências visuais, como moda ou decoração de interiores, então é realmente boa ideia ter já despachado as cadeiras de pintura na escola secundária.»

«Estou a ver... E quando é que os estudantes pintam livremente, numa tela em branco?»

«Até parece um dos meus professores! Estavam sempre a falar em exprimirmos a nossa personalidade e os nossos sentimentos e coisas do género — coisas abstractas bastante vanguardistas. Eu próprio tenho uma licenciatura em Pintura, mas nunca trabalhei muito com telas em branco. Uso apenas os *kits* de Pintura-por-Números fornecidos pela escola.»

Lamentavelmente, o nosso actual sistema de educação matemática é exactamente um pesadelo deste tipo. De facto, se eu tivesse que conceber um mecanismo com o objectivo declarado de destruir a curiosidade natural das crianças e o seu gosto pela construção de padrões, provavelmente não conseguiria fazer melhor do que o que hoje se faz — não teria simplesmente imaginação para inventar o tipo de ideias disparatadas e estupidificantes que constituem a educação matemática contemporânea.

Toda a gente reconhece que qualquer coisa está errada. Os políticos dizem, «precisamos de critérios de maior exigência». As escolas dizem, «precisamos de mais dinheiro e equipamento». Os educadores dizem uma coisa, e os professores dizem outra. Estão todos errados. Os únicos que compreendem o que se passa são precisamente os que são mais acusados e menos ouvidos: os alunos. Os que dizem: «as aulas de matemática são estúpidas e chatas,» e têm razão.

MATEMÁTICA E CULTURA

A primeira coisa que temos de compreender é que a matemática é uma arte. A diferença entre a matemática e as outras artes, como a música e a pintura, é que a nossa cultura não a reconhece como tal. Toda a gente compreende que os poetas, os pintores e os músicos criam obras de arte, e se exprimem através de palavras, imagens e sons. De facto, a nossa sociedade é particularmente generosa quando se trata de expressões criativas: arquitectos, chefes de cozinha, e mesmo realizadores de televisão são considerados artistas no seu trabalho. Porque não então os matemáticos?

Parte do problema é que ninguém tem a menor ideia do que fazem os matemáticos. A percepção mais vulgar parece ser a de que os matemáticos estão de certo modo associados à ciência — talvez ajudem os cientistas com as suas fórmulas, ou introduzam números importantes nos computadores por uma ou outra razão. Não há dúvida de que se o mundo tivesse de ser dividido entre «sonhadores poéticos» e «pensadores racionais» a maior parte das pessoas colocaria os matemáticos na segunda categoria.

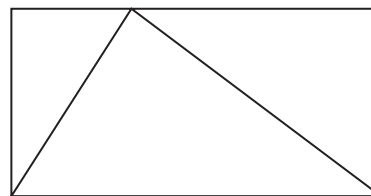
No entanto, nada tem tanto a ver com o sonho, a poesia, não há nada tão radical, subversivo e psicadélico como a matemática. É tão apaixonante sob todos os aspectos como a cosmologia e a física (os matemáticos chegaram à noção de «buracos negros» antes de os astrónomos os terem descoberto) e permite uma maior liberdade de expressão do que a poesia, a arte ou a música (que dependem fortemente das propriedades do universo físico). A Matemática é a mais pura das artes, assim como a mais incompreendida.

Seja-me pois permitido explicar o que é a matemática, e o que fazem os matemáticos. Não há melhor maneira de começar do que com a excelente descrição de G.H.Hardy:

Um matemático, tal como um pintor ou um poeta, é um criador de padrões. Se os seus padrões são mais duradouros do que os deles, é porque são feitos de ideias.

Quer dizer que os matemáticos se entretêm a criar padrões de ideias. Que espécie de padrões? Que espécie de ideias? Ideias sobre o rinoceronte? Não, deixamos isso aos biólogos. Ideias sobre linguagem e cultura? Não, normalmente não. Essas são coisas complicadas de mais para o gosto da maior parte dos matemáticos. Se há qualquer coisa de parecido com um princípio estético unificador na matemática, então será este: *o que é simples é belo*. Os matemáticos gostam de pensar sobre as coisas mais simples que há, e as coisas mais simples que há são *imaginárias*.

Por exemplo, se estou numa de pensar em formas — o que acontece frequentemente — posso imaginar um triângulo dentro de uma caixa rectangular:

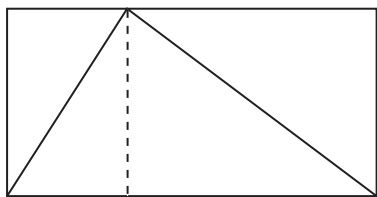


Faço conjecturas quanto à porção da caixa que o triângulo ocupa. Dois terços, talvez? O que interessa é compreender que não estou a falar deste desenho de um triângulo dentro de uma caixa. Nem estou a falar de um triângulo de metal que faz parte de um sistema de vigas de uma ponte. Não existe aqui nenhuma finalidade prática. Estou apenas a *divertir-me*. A matemática é isso — conjecturar, divagar, distrair-se com a sua imaginação. Quanto mais não seja, porque a questão de saber que espaço da caixa é ocupado pelo triângulo nem sequer faz sentido em relação a objectos reais, materiais. Mesmo o triângulo material feito com todo o cuidado continua a ser um conjunto complexo de átomos inquietos; muda de tamanho a cada minuto. A não ser que queiramos falar de algum tipo de dimensões *aproximadas*. É aqui que intervém a estética. Não é nada simples, e conseqüentemente é uma questão incómoda que depende de todo o tipo de pormenores do mundo real. Deixamos isso para os cientistas. A questão *matemática* é sobre um triângulo imaginário dentro de uma caixa imaginária. Os lados do triângulo e do rectângulo são perfeitos porque quero que o sejam — é o tipo de objectos que prefiro para pensar. Esta é uma característica fundamental da matemática: as coisas são aquilo que queremos que sejam. Temos infinitas escolhas; não temos a realidade a atrapalhar-nos.

Por outro lado, feitas as escolhas (por exemplo, posso escolher se o triângulo é simétrico, ou não), as nossas criações seguem o seu caminho, quer nos agrade ou não. É isso que há de espantoso na construção de padrões imaginários: eles respondem-nos! O triângulo ocupa uma certa porção da caixa, e não tenho nenhum poder para decidir que porção é essa. Há ali um número qualquer, talvez seja dois terços, talvez não seja, mas não sou eu a dizê-lo. Tenho de *descobrir* qual é.

Assim, põmo-nos a divagar e a imaginar o que quer que seja, a fazer padrões e a colocar questões acerca deles. Mas como respondemos a essas questões? De modo nenhum como na ciência. Não posso fazer experiências com tubos de ensaio e com equipamentos ou seja lá o que for que me possam dizer a verdade sobre uma criação da minha imaginação. O único processo para atingir a verdade sobre as coisas que imaginamos é usando a imaginação, e isso é difícil.

No caso do triângulo na caixa, o que vejo é qualquer coisa de simples e bonito:



Se corto o rectângulo em duas peças como na figura, vejo que cada peça é dividida diagonalmente ao meio pelos lados do triângulo. Portanto há tanto espaço dentro como fora do triângulo. Isto significa que o triângulo deve ocupar exactamente metade da caixa!

É esse o aspecto e a sensação que uma peça de matemática oferece. Esta pequena narrativa é um exemplo da arte do matemático: formular perguntas simples e elegantes acerca das criações da nossa imaginação, e elaborar explicações satisfatórias e harmoniosas. Não há realmente nada de comparável a este mundo das ideias puras; é fascinante, é divertido e é de graça!

Mas de onde terá surgido esta minha ideia? Como sabia eu traçar aquele segmento? Como é que um pintor sabe onde tocar com o pincel? Inspiração, experiência, tentativa e erro, pura sorte. É aí que está a sua arte, criar estes pequenos poemas de pensamento, estes sonetos de pura razão. Há qualquer coisa de maravilhosamente transformacional nesta forma de arte. A relação entre o triângulo e o rectângulo era um mistério, e de um momento para o outro aquele pequeno segmento tornou-a óbvia. Não era capaz de ver, e de repente passei a ser. De certo modo, consegui criar beleza pura e profunda a partir do nada, e transformar-me também a mim nesse processo. A arte não é isto mesmo?

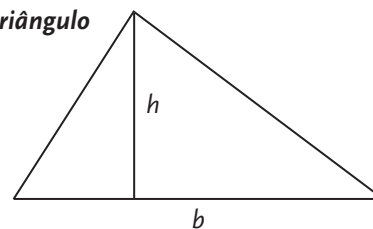
É por isso que é tão desolador ver o que está a ser feito à matemática na escola. Esta rica e fascinante aventura da imaginação foi reduzida a uma conjunto estéril de «factos» a memorizar e de procedimentos a seguir. Em lugar de uma pergunta simples e natural sobre formas, e um processo criativo e gratificante de invenção e descoberta, o que servem aos alunos é isto:

«A área de um triângulo é igual ao produto de metade da sua base pela sua altura». Aos alunos é pedido que memorizem esta fórmula e que a «apliquem» repetidamente em «exercícios». Perdeu-se a emoção, a alegria, e mesmo a frustração e o sofrimento do acto criativo. Já nem sequer é proposto um *problema*. A pergunta foi feita e respondida ao mesmo tempo — não ficou nada para o aluno fazer.

Mas permitam-me deixar claro a que é que me oponho. Não é às fórmulas, nem à memorização de factos interessantes. Isso é aceitável em contexto, e tem o seu lugar tal

Fórmula da área do triângulo

$$A = 1/2 bh$$



como a aprendizagem de um vocabulário — ajuda-nos a criar obras de arte mais ricas e elaboradas. Mas o mais importante não é o *facto* de os triângulos ocuparem metade das suas caixas. O importante é a bela *ideia* de o seccionar com um segmento, e como isso pode inspirar outras belas ideias e avanços criativos em outros problemas — o que a mera afirmação de um facto nunca nos pode dar.

Quando retiramos o processo criativo e deixamos apenas o resultado desse processo, estamos possivelmente a garantir que ninguém se vai empenhar a sério na questão. É como *dizer* que Miguel Ângelo criou uma bela escultura, sem me deixarem *vê-la*. Como pode tal coisa servir-me de inspiração? (E obviamente é ainda pior — pelo menos dá-se a entender que *existe* uma arte da escultura que não me é permitido admirar).

Se nos concentramos no *quê* e deixamos de fora o *porquê*, a matemática reduz-se a uma concha vazia. A arte não está na «verdade» mas na explicação, na argumentação. É a argumentação em si própria que fornece à verdade o seu contexto e determina o que realmente é dito e o seu significado. Matemática é a *arte da explicação*. Se negamos aos alunos a oportunidade de se ocuparem nesta actividade — propôr os seus próprios problemas, fazer conjecturas e descobertas, cometerem erros, enfrentarem as suas frustrações de modo criativo, terem uma inspiração, engendrem as suas próprias explicações e demonstrações — estamos a negar-lhes a própria matemática. Por isso, não estou a lamentar a presença de factos e de fórmulas no nosso ensino, estou sim a lamentar a falta de *matemática* no nosso ensino de matemática.

Se o professor de arte nos dissesse que pintar consiste em preencher espaços numerados, percebíamos logo que havia ali qualquer coisa de errado. Temos a informação da cultura — existem museus de arte e galerias, bem como arte na nossa própria casa. A pintura é bem compreendida pela sociedade como sendo um meio de expressão do homem. Analogamente, se a professora de ciências nos tentasse convencer que a astronomia consiste em prever o futuro de uma pessoa com base na sua data de nascimento, saberíamos que estava doida — a ciência entrou de tal modo na cultura que quase toda a gente tem conhecimentos sobre átomos, galáxias e leis da natureza. Mas se o professor de

matemática, explícita ou tacitamente, nos transmitir a noção que a matemática consiste em fórmulas e definições e em memorizar algoritmos, quem nos esclarecerá?

O problema cultural é um monstro que se reproduz a si próprio: os alunos aprendem o que é a matemática com os professores, e os professores aprenderam-no com os seus próprios professores, e assim esta falta de compreensão e de apreço pela matemática reproduz-se indefinidamente. Pior do que isso, a perpetuação desta «pseudo-matemática», esta ênfase na manipulação exacta mas sem sentido de símbolos, cria a sua própria cultura e o seu próprio sistema de valores. Aqueles que se tornaram hábeis nessa manipulação colhem uma boa dose de auto-estima com o seu sucesso. A última coisa que desejam ouvir é que a matemática na verdade tem a ver com a pura criatividade e a sensibilidade estética. Muitos estudantes licenciados ficam chocados ao descobrirem, depois de passarem uma década a ouvir dizer que eram «bons em matemática», que de facto não têm qualquer talento matemático e que são apenas muito bons a seguir procedimentos. A matemática não consiste em seguir procedimentos, consiste em criar novos procedimentos.

E nem sequer mencionei a falta de crítica matemática na escola. Em nenhuma altura é concedido aos alunos acesso ao segredo de que a matemática, como toda a literatura, é criada por seres humanos para o seu próprio prazer; de que as obras de matemática são objecto de avaliação crítica; de que podemos ter e desenvolver o *gosto* matemático. Uma obra de matemática é como um poema, e podemos perguntar se satisfaz os nossos critérios estéticos: Será sólida esta argumentação? Faz sentido? É simples e elegante? Ajuda-nos a aproximarmo-nos da raiz do problema? Naturalmente, na escola a crítica não existe — não há nenhuma obra de arte para criticar!

Por que razão não queremos que os nossos alunos aprendam a fazer matemática? Será porque não acreditamos nelles, porque achamos que é demasiado difícil? Se parecemos achá-los capazes de apresentar argumentos e de chegar às suas próprias conclusões acerca de Napoleão, porque não acerca de triângulos? Penso que isso se deve simplesmente ao facto de que nós como cultura não sabemos o que é a matemática. A ideia que nos transmitem é que se trata de qualquer coisa muito fria e altamente técnica, que ninguém poderia alguma vez compreender — uma profecia auto-realizada, se alguma vez houve alguma.

Seria já suficientemente mau se na cultura reinasse a ignorância matemática, mas de facto o pior é que as pessoas julgam *saber* realmente do que trata a matemática — e são dominadas pelo manifesto mal-entendido de que a mate-

mática é, de certo modo, útil para a sociedade! Esta é desde logo uma enorme diferença entre a matemática e as outras artes. A matemática é vista pela cultura como uma espécie de ferramenta para a ciência e para a tecnologia. Toda a gente sabe que a poesia e a música servem o puro prazer e a elevação e enobrecimento do espírito humano (e daí a sua virtual eliminação do currículo da escola pública), mas que, pelo contrário, a matemática é *importante*.

SIMPLICIO⁽²⁾: Será que tentais afirmar que a matemática não é útil nem tem aplicações práticas na sociedade?

SALVIATI: Claro que não. Estou apenas a sugerir que o facto de alguma coisa ter consequências práticas não significa que seja esse o seu objecto. A música pode conduzir exércitos na guerra, mas não é essa a razão que leva alguém a escrever sinfonias. Miguel Ângelo decorou um tecto, nas estou convencido que tinha ideias mais sublimes na sua mente.

SIMPLICIO: Mas não precisamos que as pessoas aprendam essas aplicações úteis da matemática? Não precisamos, por exemplo, de contabilistas e de carpinteiros?

SALVIATI: Quantas pessoas usam realmente alguma desta «matemática prática» que se diz terem aprendido na escola? Julgais que andam por aí carpinteiros a usar a trigonometria? Quantos adultos se lembram de como se dividem fracções ou se resolve uma equação do 2º grau? É evidente que os actuais programas de ensino prático não estão a resultar, e há boas razões para tal: são incrivelmente maçadores e de qualquer modo ninguém os utiliza. Porque razão então os consideram tão importantes? Não percebo de que serve à sociedade ter os seus membros a andar por aí com vagas lembranças de fórmulas algébricas e de diagramas geométricos e com uma recordação viva do ódio que lhes tinham. No entanto, teria tido alguma utilidade mostrar-lhes qualquer coisa de belo e dar-lhes a oportunidade de sentirem o prazer de serem pensadores criativos, flexíveis, e com espírito aberto — aquilo que uma *verdadeira* educação matemática poderia oferecer.

SIMPLICIO: Mas as pessoas devem ser capazes de fazer contas ao seu dinheiro, não é verdade?

SALVIATI: Estou convencido de que a maior parte das pessoas usam a calculadora para a sua aritmética corrente. E porque não? É muito mais fácil e mais fiável. Mas o que eu pretendo mostrar não é simplesmente que o actual sistema é tremendamente mau, mas antes que aquilo que lhe falta é maravilhosa-

mente bom! A matemática devia ser ensinada como arte pela arte. Os aspectos «utilitários» deviam surgir naturalmente como produtos colaterais. Beethoven não teria qualquer dificuldade em escrever um *jingle* publicitário, mas a sua motivação para aprender música era a criação de beleza.

SIMPLICIO: Mas nem toda a gente se destina a ser artista.

Que fazer com os jovens que «não tem queda para a matemática»? Como entram no vosso esquema?

SALVIATI: Se todos experimentassem a matemática no seu estado natural, com todo o prazer do desafio e das surpresas que isso comporta, penso que veríamos uma mudança radical na atitude dos alunos em relação à matemática, e na nossa concepção do que significa ser «bom em matemática.» Estamos a perder muitos matemáticos potencialmente bem dotados — pessoas criativas e inteligentes que com razão rejeitam o que lhes aparece como uma matéria estéril e sem sentido. São simplesmente demasiado inteligentes para perderem tempo com essas tretas.

SIMPLICIO: Mas não achais que se a aula de matemática passasse a ser mais como uma aula de arte muitos alunos não aprenderiam realmente nada?

SALVIATI: Tal como agora não estão a aprender nada! Era melhor não haver sequer aulas de matemática do que

fazer o que se está a fazer. Pelo menos alguns deles poderiam descobrir por si próprios algo de belo.

SIMPLICIO: Isso quer dizer que eliminaria a matemática do currículo escolar?

SALVIATI: A matemática já foi eliminada! A única dúvida é como preencher o vazio oco e insípido que ainda resta. Obviamente preferia substituí-lo por uma experiência activa e agradável com ideias matemáticas.

SIMPLICIO: Mas quantos professores de matemática sabem o suficiente para a ensinarem desse modo?

SALVIATI: Muito poucos. E isso não passa da ponta do *iceberg*...

Notas

- (1) Tradução de *A Mathematician's Lament* de Eduardo Velloso (revista por José Ferreira de Lima). O tradutor escreve de acordo com a antiga grafia.
- (2) (Nota do tradutor) Diálogos imaginários entre os dois personagens *Simplício* e *Salviati* são incluídos ao longo do texto por Lockhart. Recorde-se que estes dois personagens foram utilizados por Galileu na sua obra *Diálogo sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo*, em que punha em discussão o sistema geocêntrico e o sistema heliocêntrico.