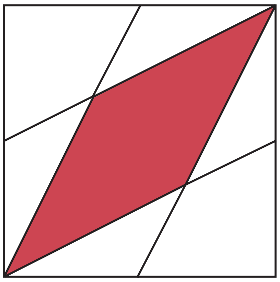
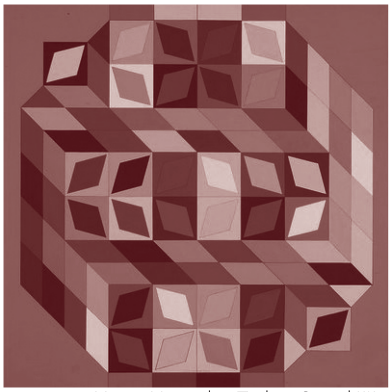
O losango de Vasarely

Muitas das obras do pintor húngaro-francês Victor Vasarely (1906–1997), um dos fundadores da op art, baseiam-se em figuras e transformações geométricas.

No estudo de um dos seus quadros, unem-se dois vértices de um quadrado com os pontos médios dos lados opostos, dando origem a um losango central, tal como se vê na figura seguinte.



Que relação há entre as áreas do losango e do quadrado inicial?



Victor Vasarely «Tridim-Cristal-W»

(Respostas até 19 de fevereiro para zepaulo46@gmail.com)

DOMINÓS EM CASCATA

O problema proposto no número 123 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

A Sandra comprou uma série de caixas (menos de 60), cada uma com 30 peças parecidas com dominós.

O objetivo é criar uma instalação com uma peça na primeira linha, duas na segunda, três na terceira e assim sucessivamente, cada fila com mais uma peça que a anterior. Quando tudo estiver montado, empurra-se a primeira peça, que fará cair todas as outras, num efeito em cascata.

Feita a instalação, sobraram duas peças.

Quantas caixas comprou a Sandra e quantas filas tem a instalação?

Recebemos nove respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Carlos Dias, Catarina Ferreira (Viseu), Francisco de Matos Branco (Ovar), Graça Braga da Cruz (Ovar), João Barata (Castelo Branco), Laura Almeida (Porto Santo), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

Houve dois processos de resolução (e a Graça Cruz utilizou os dois).

No primeiro, como diz o Carlos Dias, usa-se a «força bruta». Faz-se, no computador ou na máquina gráfica, uma tabela com o número de peças em função das filas e outra tabela com o número de dominós comprados menos dois. Depois, é só procurar os números que aparecem nas duas.

Note-se que a Laura Almeida foi à procura de números triangulares terminados em 8. São poucos: 28, 78, 378, 528, 1128 e 1378. Depois é só verificar quando se obtém um múltiplo de 60 ao somar 2.

O segundo método é mais «matemático». Descobrem-se várias relações que limitam o número de casos a testar. Vejamos como, seguindo as indicações do Alberto Canelas.

Sendo n o número de filas, o número de pedras na instalação é $1 + 2 + \cdots + n$, ou seja, $n(n+1)/2$. Se representarmos número de caixas por k, com $k < 60$, temos:

$$n(n+1)/2 = 30k - 2 \quad \text{ou} \quad n(n+1) = 60k - 4 \quad \text{(Eq1)}$$

Desta equação podem tirar-se duas conclusões interessantes:

a) Dado que $60k$ é múltiplo de 10, $60k-4$ termina em 6, ou seja, n só pode terminar em 2 ou 7.
b) Dado que $60k$ é múltiplo de 3, $60k-4$ não é múltiplo de 3, o que implica que nem n nem $n+1$ são múltiplos de 3.

Portanto a resolução problema resume-se a encontrar dois números inteiros consecutivos, cujo produto termine em 6, que não sejam múltiplos de 3 e obedeçam à Eq1.

Só há quatro casos de produtos a acabar em 6 e que não são múltiplos de 3:

$$7\times 8;\ 22\times 23;\ 37\times 38;\ 52\times 53$$

Destes casos, só o primeiro e o último obedecem a Eq1.

$$7\times 8 = 60k-4 \qquad 52\times 53 = 60k-4$$

Há portanto 2 soluções: 1 caixa, 7 filas; 46 caixas, 52 filas. Mas, salienta a Catarina Ferreira, «como o enunciado diz que a Sandra comprou uma série de caixas, depreende-se que foi mais do que uma». Conclusão, usaram-se 46 caixas e a instalação tinha 52 filas.