

PARA ESTE NÚMERO SELECIONÁMOS...

Em resposta ao movimento «back to basics» que procurava privilegiar a aprendizagem do cálculo, o National Council of Supervisors of Mathematics dos EUA produziu, em 1977, um documento que procurava definir, de forma alargada, o que deveria ser entendido por «competências básicas» em Matemática. Este documento teve na altura larga repercussão, estando na origem da elaboração da Agenda para a Acção para os anos 80 do NCTM. Aquela mesma organização, que agrupa educadores com funções de supervisão, apoio pedagógico, inspecção e especialistas curriculares, ligados a autoridades estaduais e locais, apresenta agora uma versão actualizada daquele documento, procurando ter em conta tanto as mudanças sociais e tecnológicas como as novas orientações pedagógicas que progressivamente se têm vindo a impor no ensino desta disciplina.

A Matemática essencial para o século XXI

National Council of Supervisors of Mathematics

As crianças que tenham entrado no Jardim de infância em 1988 podem esperar obter um diploma do ensino superior no ano 2001. No entanto, estes alunos, que se irão formar no séc. XXI, ainda se confrontam frequentemente com um currículo dominado pelo cálculo, mais adequado ao séc. XIX.

Para corrigir esta incongruência, o National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) vem actualizar as suas recomendações de 1977, descrevendo as competências essenciais de que os cidadãos irão precisar quando iniciarem a sua vida adulta no próximo milénio. Esta posição de NCSM pretende complementar e fundamentar as posições sobre educação matemática do National Council of Teachers of Mathematics e de outros grupos profissionais.

O nosso mundo tecnológico está a mudar a uma taxa de crescimento cada vez maior e as nossas responsabilidades em assuntos internacionais continuam a aumentar. À medida que as exigências da sociedade se modificam, assim se alteram as competências essenciais necessárias aos indivíduos para uma vida produtiva em sociedade. Todos os estudantes, de todas as raças e ambos os sexos, necessitarão de competências em áreas essenciais da Matemática.

O que é essencial?

O NCSM considera «essenciais» as competências que são necessárias para que as portas do mundo do trabalho ou do ensino superior se mantenham abertas. A matemática essencial, tal como é aqui descrita, representa o conjunto de competências matemáticas para que os estudantes possam ter uma vida adulta responsável.

Os alunos, que hoje educamos mudarão, muito provavelmente de actividade profissional, várias vezes durante a sua vida. As ocupações profissionais que tiverem desenvolver-se-ão e modificar-se-ão à sua volta. Muitas vezes, as capacidades específicas de um trabalho não se transferirão facilmente para outro. Para se prepararem para a mobilidade, os alunos devem desen-

volver uma profunda compreensão dos conceitos e princípios matemáticos; têm de raciocinar claramente e comunicar de modo eficaz; têm de reconhecer aplicações matemáticas no mundo que os rodeia; e devem enfrentar problemas matemáticos com confiança. Os indivíduos irão necessitar de capacidades básicas que lhes permitam aplicar os seus conhecimentos a novas situações e controlar a própria aprendizagem ao longo da vida.

A capacidade de cálculo com números inteiros não é um indicador adequado de realização matemática. Também não é suficiente desenvolver capacidades sem as respectivas aplicações ou memorizar regras sem a compreensão dos conceitos nos quais essas regras se baseiam. Os alunos têm de compreender os princípios matemáticos; devem saber como e quando usar o cálculo; e têm de desenvolver a sua capacidade em resolução de problemas e raciocínios de ordem superior.

O manifesto do NCSM de 1977 foi uma reacção contra o movimento do «back to basics» com a sua concepção retrógrada de focar, apenas, capacidades básicas. Agora, quando olhamos para o futuro, reconhecemos que o uso de calculadoras e de computadores e as aplicações de métodos estatísticos continuarão a expandir-se. A resolução criativa de problemas, o raciocínio rigoroso e a comunicação eficiente aumentarão a sua importância. Para desempenhar funções com eficiência, no próximo século, os alunos irão necessitar de um conjunto mais vasto de competências matemáticas. A lista que se segue identifica doze áreas fundamentais de competências matemáticas. Não implica uma sequência de ensino ou uma prioridade de qualquer uma das áreas. De facto, as doze áreas matemáticas essenciais estão interligadas; competência numa área requer competência noutras áreas.

Doze componentes da Matemática essencial

Resolução de Problemas. Aprender a resolver problemas é a principal razão para estudar Matemática! Resol-

ver problemas consiste no processo de aplicação de conhecimentos, previamente adquiridos, a situações novas e não rotineiras. Resolver problemas típicos é uma forma da resolução de problemas, mas os estudantes também devem ser confrontados com outros tipos de problemas. As estratégias de resolução de problemas envolvem a formulação de questões, a análise de situações, a tradução e a ilustração de resultados, a elaboração de diagramas e o ensaio e erro. Os alunos devem ver resoluções alternativas para os problemas e devem ter experiência na resolução de problemas com mais do que uma solução.

Comunicação de ideias matemáticas. Os estudantes devem aprender a linguagem e a notação matemática. Devem compreender, por exemplo, o valor de posição e a notação científica. Devem aprender a captar ideias matemáticas, ouvindo, lendo, e visualizando. Devem ser capazes de apresentar ideias matemáticas por via oral, por escrito, através de desenhos e gráficos e de efectuar demonstrações com modelos concretos. Os alunos devem, ainda ser capazes de se envolverem em discussões matemáticas e de formularem questões acerca da matemática.

Raciocínio matemático. Os alunos devem aprender a fazer as suas próprias investigações sobre os conceitos matemáticos. Devem ser capazes de identificar padrões, fazer generalizações e usar experiências e observações para formular conjecturas. Devem aprender a usar contra-exemplos para provar a falsidade de uma conjectura e devem aprender a usar modelos, factos e argumentos lógicos para a validar. Devem ser capazes de distinguir entre argumentos válidos e inválidos.

Aplicar a Matemática a situações do dia-a-dia. Os alunos devem ser encorajados a considerar situações do dia-a-dia transferindo-as para representações matemáticas (gráficos, tabelas, diagramas, expressões matemáticas, etc.), resolvê-las e interpretar os resultados à luz da situação inicial. Devem ser capazes de trabalhar com frações, calcular proporções e percentagens e resolver problemas de proporcionalidade directa e inversa.

Os estudantes devem ver, não só como a matemática é aplicada ao mundo real, mas também como se desenvolve a partir do mundo que os rodeia.

Verificar a razoabilidade dos resultados. Na resolução de problemas, os alunos devem questionar a razoabilidade da solução ou da conjectura formulada, relativamente ao problema inicial. Têm de desenvolver o sentido de número para determinar se os resultados dos cálculos são razoáveis relativamente aos dados originais e às operações usadas. Com o aumento do uso das calculadoras esta capacidade é cada vez mais importante.

Estimação. Os alunos devem ser capazes de efectuar rapidamente cálculos aproximados, através do cálculo mental e de técnicas de estimação. Quando o cálculo é

necessário num problema ou num cenário de consumo, a estimação pode ser usada para verificar a razoabilidade da solução, para examinar uma conjectura ou tomar uma decisão.

Os alunos devem adquirir técnicas simples para estimar medidas de comprimento, área, volume e massa (peso). Devem ser capazes de decidir quando é que um resultado particular é suficientemente preciso para o objectivo em causa.

Competências de cálculo. Os alunos devem efectuar com facilidade as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão, com números inteiros e decimais. Os cálculos complicados devem ser feitos com calculadoras ou computadores.

O conhecimento da tabuada é essencial e o cálculo mental é uma capacidade valiosa. Aprendendo a aplicar o cálculo, os alunos devem praticar a escolha do método mais apropriado: cálculo mental, algorítmico ou a utilização da calculadora. Além do mais, situações do dia-a-dia necessitam do reconhecimento e do cálculo simples com fracções. A capacidade de reconhecer, usar e estimar percentagens também deve ser desenvolvida e mantida.

Pensamento algébrico. Os estudantes devem aprender a usar variáveis para representarem quantidades matemáticas e expressões. Devem ser capazes de representar funções matemáticas e relações usando tabelas, gráficos e equações. Devem compreender e usar correctamente os números relativos, a ordem das operações, fórmulas, equações e inequações. Devem reconhecer a natureza da variação de uma quantidade em relação a outra.

Medida. Os alunos devem compreender os conceitos fundamentais de medida através de experiências concretas. Devem ser capazes de medir a distância, a massa (peso), o tempo, a capacidade, a temperatura e os ângulos. Devem ainda calcular perímetros, áreas e volumes simples. Devem ser capazes de efectuar medições, tanto no sistema métrico como no sistema usual americano, usando os instrumentos e os níveis de precisão adequados.

Geometria. Os alunos devem compreender os conceitos geométricos necessários para trabalharem eficazmente no espaço tridimensional. Devem ter conhecimento de conceitos tais como: paralelismo, perpendicularidade, congruência, semelhança e simetria. Devem também conhecer propriedades das figuras planas e dos sólidos geométricos. Devem visualizar e verbalizar como os objectos se movem no mundo, usando translações, simetrias e rotações. Os conceitos geométricos devem ser explorados de modo a envolverem medições e resolução de problemas.

Estatística. Os alunos devem planear e concretizar a recolha e organização de dados para responder a questões do dia-a-dia das suas vidas. Devem saber como

construir, ler e tirar conclusões de tabelas, mapas, planhas e gráficos simples. Devem ser capazes de apresentar informações acerca de dados numéricos, tais como medidas de tendência central (média, mediana, moda) e medidas de dispersão (intervalo de variação, desvio). Os alunos devem reconhecer, em casos simples, as utilizações correctas e indevidas da representação e da inferência estatística.

Probabilidade. Os alunos devem compreender noções elementares de probabilidade para determinar a verosimilhança de futuros acontecimentos. Devem identificar situações nas quais experiências imediatamente anteriores não afectam a probabilidade de futuros acontecimentos. Devem familiarizar-se com o modo como a Matemática é usada para fazer previsões, tais como resultados de eleições, projecções comerciais e resultados de acontecimentos desportivos. Devem aprender como a probabilidade se aplica a resultados de pesquisas e a processos de tomar decisões.

Clima de aprendizagem

Para aprender a matemática essencial necessária para o sec. XXI, os alunos necessitam de um ambiente de aprendizagem não ameaçador no qual sejam encorajados a pôr questões e a aceitar riscos. O clima de aprendizagem deve esperar muito de todos os alunos, independentemente do sexo, raça, deficiência ou estatuto socioeconómico. Os alunos precisam de explorar a matemática usando materiais manipulativos, utensílios de medição, modelos, calculadoras e computadores. Precisam de ter oportunidade de falar com os outros sobre matemática.

Os alunos necessitam de métodos de ensino que sejam adequados para a crescente ênfase em resolução de problemas, em aplicações e em capacidades de raciocínio de ordem superior. Por exemplo, a aprendizagem em grupo permite aos alunos trabalhar em conjunto em situações de resolução de problemas, colocar questões, analisar situações, tentar estratégias alternativas e verificar a razoabilidade dos resultados.

Para implementar as novas estratégias educacionais, serão necessárias vastas oportunidades de desenvolvimento profissional, bem como novos materiais de aprendizagem.

Tecnologia

As calculadoras devem ser usadas pelos alunos ao longo de todo o programa de Matemática, a começar nos níveis elementares. Quando adultos, os alunos irão usar calculadoras ou computadores para fazerem cálculos difíceis. Irão necessitar de habilidade com as contas de um só dígito, de capacidade de estimação e de cálculo mental e devem ser capazes de determinar se os resultados obtidos pelas calculadoras ou computadores são razoáveis. Os alunos irão necessitar de prática em decidir se os cálculos devem ser feitos mentalmente, com papel e lápis ou com instrumentos de cálculo.

O uso de computadores deve ser associado a todo o currículo de Matemática. As salas de Matemática devem ser equipadas com computadores e meios de projecção ou com vários monitores de ecrã largo para demonstrações na turma. Além disso, todos os alunos devem ter acesso a laboratórios de informática. Os computadores não devem ser usados no treino de destrezas isoladas de baixo nível, mas antes para um envolvimento significativo dos alunos em resolução de problemas e desenvolvimento de conceitos.

A tecnologia das telecomunicações deve ser usada para oferecer oportunidades de aprender matemática a todos os alunos de todas as localidades.

Avaliação

A avaliação em cada nível administrativo, desde o nível estadual ou provincial até ao da turma, deve ser coerente com os objectivos do currículo. Nesta altura, dever-se-á ter cuidado ao usar testes padronizados para medir o progresso dos alunos e avaliar a eficácia do ensino. Os testes padronizados existentes podem perpetuar o domínio das competências de baixo nível nos currículos matemáticos. Na preparação para o séc. XXI são necessários novos testes que protagonizem a mudança de ênfase do cálculo para a resolução de problemas e para o raciocínio.

O uso de calculadoras deve ser permitido nos testes. Além dos testes com caneta e papel, a avaliação deve envolver outros meios, tais como observações por parte do professor, entrevistas, projectos dos alunos e apresentações.

Para lá do essencial

À medida que se caminha da sociedade industrial do séc. XX para a sociedade da informação do séc. XXI, o conhecimento matemático torna-se cada vez mais importante para indivíduos que queiram ter acesso a carreiras e educação superior. Quase todas as carreiras requerem uma formação matemática prévia.

A maioria das áreas de especialização universitária requerem que os alunos tenham no ensino secundário disciplinas de álgebra elementar, álgebra avançada e geometria como pré-requisitos. Além disso, os alunos que se especializem em campos como engenharia, ciência ou economia, irão necessitar de um curso de pré-cálculo que inclua trigonometria. Hoje em dia quase todas aquelas áreas envolvem alguma estatística. Em todas as escolas superiores se deve dar oportunidade aos alunos de aprenderem estatística, probabilidades, matemática discreta e de trabalharem com computadores. Os alunos que completarem um curso de pré-cálculo no seu último ano do secundário devem ter oportunidade de, no ensino superior, ter acesso a um curso de cálculo. Os alunos devem estudar matemática todos os anos, eliminando, assim, as falhas da sua aprendizagem em matemática que, de outra forma, teriam de remediar quando termi-

(Continua na página 35)

Diálogos com a tartaruga?! (Versão 2.0)

Lamentavelmente a versão 1.0 deste artigo (Educação e Matemática n.º 11) saiu com um «bug» no ponto 2 onde se exploravam algumas utilizações da primitiva **Key?**

Quando se explica o procedimento **parar**, na última linha da primeira coluna (página 30), falta a palavra «não», como com certeza os leitores suspeitaram, pois o texto tal como está entra em contradição.

Correctamente deverá ler-se:

...«Mas tal só acontece na segunda vez que a instrução **make** “lixo **readchar** é executada, pois na primeira vez **readchar** lê o carácter correspondente à tecla já premeida e portanto *não* interrompe nada.»...

*
* *

Continuando o tema abordado no referido artigo tentemos descobrir o que faz e para que pode servir a primitiva **run**:

Experimente:

```
run [fd 60 rt 90 fd 30]
show run [4 + 5 * (-1)]
make "a [rt 90 fd 80]
run :a
```

run executa uma lista de instruções, produzindo um efeito ou devolvendo um resultado.

Nesta altura com certeza que está a pensar: mas que interesse pode ter uma primitiva que, estando ou não lá, acontece exactamente o mesmo?!

Experimente o procedimento seguinte:

```
to efeitos
rg
make "lista [fd rt setc]
repeat 50
[make "primitiva item 1 + random 3 :lista
make "input random 180
make "instrução list :primitiva :input
run :instrução
wait 20]
end
```

Mande executar este procedimento. Não é engraçado?

Mas **run** é um auxiliar precioso na construção de procedimentos interactivos.

Vejamus um exemplo que poderá animar os menos adeptos dos «bonecos da tartaruga». Ensinemos-lhe álgebra e ela tornar-se-á um respeitável animalzinho!

O procedimento **expressão** calcula o valor de uma expressão designatória, quando concretizamos a variável:

```
to expressão
pr [Escreve uma expressão (em função de :x)]
make "exp rl
pr [Que valor queres dar à variável?]
make "x run rl
(pr [O valor da expressão é] run :exp)
end
```

Mande executar o procedimento e atribua à variável valores do tipo:

2, 3.14, 3/4, sqrt 5, 2 * sqrt 5, etc.

Como é que este procedimento funciona? Fica para vocês pensarem!

A verdade é que funciona, desde que utilizemos a mesma letra para o nome da variável global onde guardamos o valor que queremos substituir e para a variável da expressão que introduzimos.

Como resolver este problema, sem obrigar a usar, na expressão, uma letra previamente escolhida?

Estes comandos podem ser utilizados para a construção de uma folha de cálculo pessoal, com elaboração de gráficos e tudo.

Eis como a tartaruga pode fazer concorrência aos todos poderosos utilitários!

*Margarida Junqueira
Sérgio Valente*

Seleccionámos (conclusão)

nassem os seus estudos. Quanto mais matemática os alunos possam ter nos seus estudos, mais opções virão a ter no futuro.

Na nossa sociedade, as desigualdades sexuais e raciais em empregos, ordenados e frequência de cursos, em que a Matemática é necessária, são frequentes. Para conseguir uma sociedade equilibrada no próximo século, devemos abolir, neste século, as desigualdades em educação matemática. Trabalhando conjuntamente, com grandes expectativas em relação a todos, poderemos oferecer aos nossos alunos uma educação que lhes abra caminhos para a sua realização no séc. XXI.

*Tradução de Lina Fonseca e Pedro Palhares
Revisão de Leonor Moreira*