

Raciocínio hipotético-dedutivo (2)

Como dividir o bolo ao meio?

Este problema foi apresentado no apontamento anterior com uma formulação menos apetitosa.

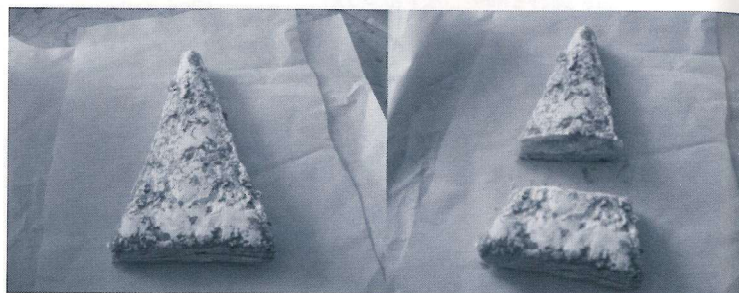
Dividir em duas partes equivalentes um triângulo isósceles.

Investigar várias soluções e desenvolver o problema passando a outras figuras nomeadamente, um triângulo qualquer, um trapézio e um paralelogramo.

Recorrendo a um ambiente de geometria dinâmica (AGD), começando pelo triângulo isósceles obtém-se rapidamente um ponto que permite obter um corte que decompõe o triângulo em duas partes equivalentes, o corte [DE] na figura 1. Claro que estamos a pensar numa solução em que o corte não contém nenhum dos vértices do triângulo. Neste caso o triângulo [ADE] e o trapézio [DBCE] são equivalentes ou, dito de outro modo, a área de um é igual à área do outro.

Qual é a posição exacta do ponto E no lado [AC]? As medições que o AGD nos oferece permitem obter uma razão interessante $AC/AE \approx 1,42$.

A razão entre AC e AE é igual à razão entre a diagonal e o lado de um quadrado. Assim, o ponto E será o ponto que determina AE como um segmento igual ao lado de um quadrado cuja diagonal é AC. A figura 2 mostra essa construção. Obtido o ponto E, tem-se imediatamente o ponto D por paralelismo dos segmentos DE e BC. É o paralelismo



que vai garantir as razões entre os vários segmentos presentes. É o teorema de Tales que está presente, ainda que não seja preciso recorrer a ele como ponto de partida. Será esta solução independente da forma do triângulo (figura 3)? Por mais estranha que seja a forma do triângulo a solução mantém-se.

Toda esta exploração seria árida se recorrêssemos à resolução algébrica, envolvendo várias razões de segmentos e cálculos de áreas. Com o recurso a um AGD resolvemos o problema original e fizemos uma generalização muito poderosa. O caminho da resolução obrigou-nos a resolver um problema auxiliar interessante (Construir um quadrado dada a sua diagonal). No GeoGebra, por exemplo, este problema

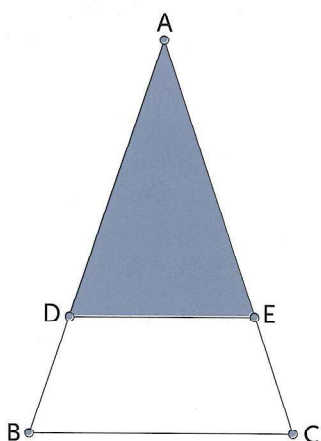


Figura 1

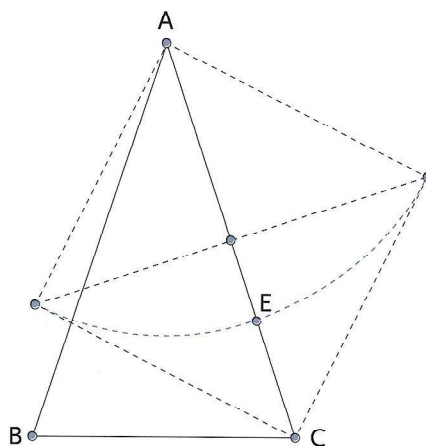


Figura 2

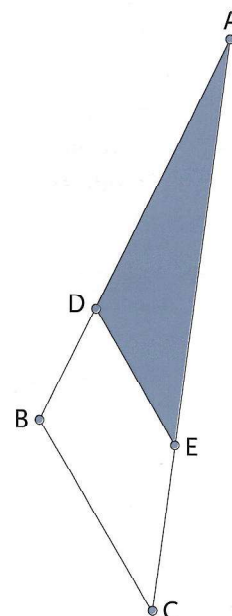


Figura 3

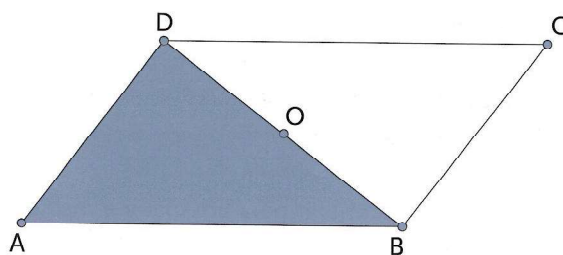
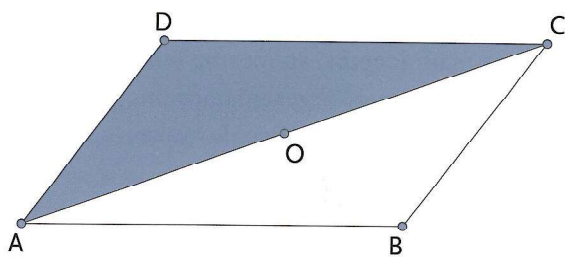


Figura 4

de construção não é de solução imediata pois este AGD tem a construção do quadrado pré definida a partir do lado.

A resolução dinâmica rapidamente provoca o interesse em passar a outras figuras.

O paralelogramo tem uma generalização interessante e acessível de obter. Para além das duas soluções particulares obtidas a partir de cada uma das diagonais (figura 4), qualquer segmento de reta que contenha o centro do paralelogramo divide-o em dois quadriláteros congruentes e, por isso, também equivalentes (figura 5). Em qualquer dos casos, a congruência das duas partes pode ser demonstrada recorrendo a uma rotação de 180° cujo centro é o centro do paralelogramo. No caso do paralelogramo pode ser mais acessível partir de paralelogramos particulares, como um retângulo qualquer ou mesmo um especial, o quadrado.

O trapézio vai complicar muito a situação e tornar o problema muito difícil de generalizar e, por isso, de obter uma solução. Passa a haver mais variáveis em jogo, como ilustram os trapézios da figura 6. No entanto o problema pode ser igualmente apetitoso.

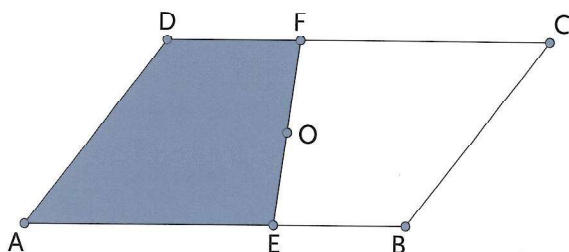
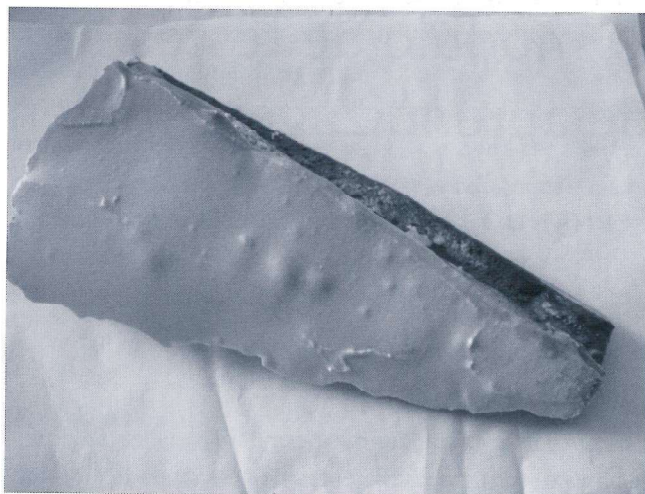


Figura 5

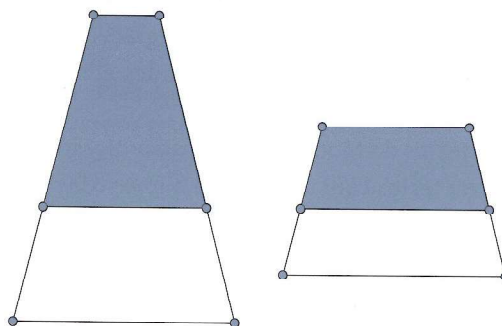


Figura 6