Problemas de contexto no ensino-aprendizagem da divisão de números racionais: o caso da divisão como medida

Hélia Gonçalves Pinto

Neste artigo apresento e discuto uma proposta para uma primeira abordagem à divisão de frações como medida, com recurso à exploração de problemas de contexto. Esta abordagem, que emana de um estudo que realizei (Pinto, 2011), revelou-se profícua no ensino-aprendizagem daquele significado da divisão. Assim, tendo por base o trabalho realizado em sala de aula, apresento exemplos de produções dos alunos que evidenciam a importância da exploração de problemas de contexto no ensino-aprendizagem da divisão de frações como medida.

PROBLEMAS DE CONTEXTO

Segundo Gravemeijer e Terwel (2000) as estratégias dos alunos, suas construções e produções próprias pavimentam o caminho para o desenvolvimento do conhecimento matemático abstrato, pelo que o seu conhecimento e estratégias informais[1] devem ser o ponto de partida para o desenvolvimento de mais conhecimento e estratégias formais. Referem que a diversidade de estratégias, em sala de aula, revelam diferentes níveis de aprendizagem dos alunos, que deve levar o professor a refletir sobre o trajeto de aprendizagem a proporcionar-lhes. Assim, consideram que o professor deve encontrar uma forma de conciliar orientação com a diversidade de estratégias apresentadas pelos alunos, salientando que para uma discussão produtiva na turma é essencial que sejam apresentadas e discutidas diferentes estratégias.

Por conseguinte, os autores sugerem que se explorem problemas de contexto, que devem permitir uma grande diversidade de procedimentos e induzirem uma trajetória de aprendizagem, baseada nos objetivos que se pretendem atingir. Deste modo, os problemas de contexto não devem consistir na mera aplicação de uma regra mas em fatores ricos de aprendizagem, procurando envolver o contexto no raciocínio e nos cálculos. Salientam que estes problemas devem ser naturais e motivadores de modo a que os alunos possam usar o seu conhecimento e a sua experiência pessoal como meio/contexto para desenvolver mais conhecimento, e não um camuflado para apresentar uma aritmética simples e preconcebida.

UMA PRIMEIRA ABORDAGEM À DIVISÃO DE NÚMEROS RACIONAIS EM SITUAÇÕES DE MEDIDA

A divisão como medida envolve situações que requerem que se determine o número de grupos, sabendo a dimensão de cada grupo, pelo que o dividendo e o divisor são da mesma natureza (e.g. Vergnaud, 1988). Por exemplo,

«1. Na festa de aniversário da Ana havia 2 l de sumo de maçã.
1.1. Quantos copos de 1/3 l se poderiam encher com sumo de maçã?
1.2. Só alguns amigos da Ana gostavam de sumo de maçã. Destes, cada um bebeu 2/3 l do sumo de maçã que havia. Quantos eram os amigos da Ana que gostavam de sumo de maçã?».

Quanto aos procedimentos de resolução de problemas que envolvem este significado da divisão, Vergnaud (1988) refere como sendo de caráter multiplicativo os que envolvem uma multiplicação ou divisão, considerando esta última como uma estratégia mais exigente, do ponto de vista cognitivo. Refere também a adição ou subtração sucessivas, mas como procedimentos de caráter aditivo, procedimentos menos exigentes do que os multiplicativos.

No estudo que realizei com uma turma de 25 alunos do 6.º ano de escolaridade (Pinto, 2011), iniciou-se o ensino-aprendizagem da divisão de números racionais, em situa-

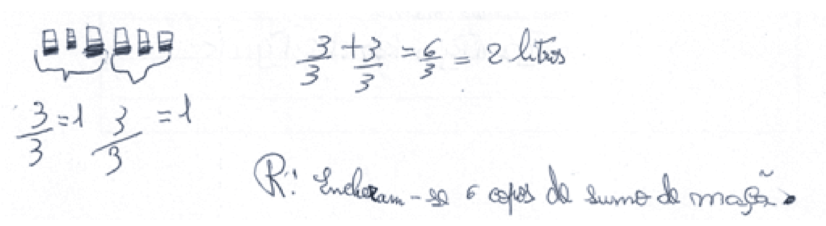

Figura 1. Produção para a resolução da questão 1.1. com recurso a esquemas e a adições sucessivas

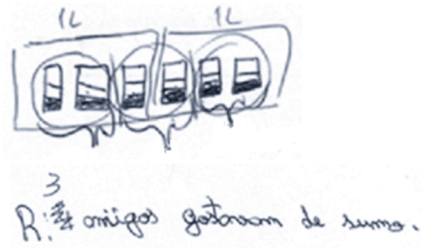

Figura 2. Produção para a resolução da questão 1.2. com recurso a esquemas

ções de medida, com a exploração do problema de contexto apresentado anteriormente. O problema foi entregue a cada um dos pequenos grupos de trabalho (sete grupos de três elementos e um de quatro), numa folha A4, onde foi solicitado aos alunos que registassem a estratégia usada pelo grupo para a resolução do problema, bem como a sua justificação. Foram informados que teriam vinte minutos para resolverem o problema e que após este tempo, se procederia à apresentação e discussão em plenário das (diferentes) estratégias de resolução com o contributo de todos.
Durante o tempo dado para a exploração do problema em pequenos grupos, a professora da turma acompanhou e orientou o trabalho dos mesmos, esclarecendo dúvidas sem corrigir de imediato as respostas dos alunos. Observou ainda, as produções dos diferentes grupos, o que lhe permitiu identificar diferentes raciocínios e pensar numa estratégia para a exploração do problema em plenário, que lhe permitisse conciliar orientação com a diversidade de estratégias apresentadas pelos alunos. Assim, constatou que sete dos oito grupos optaram por recorrer a esquemas e a adições sucessivas para a resolução da questão 1.1. (Figura 1), e a esquemas para a resolução da questão 1.2. (Figura 2).

Constatou ainda, que apenas um grupo de alunos recorreu à divisão como estratégia de resolução da questão 1.1 (Figura 3), o mesmo grupo que recorreu à multiplicação como estratégia de resolução da questão 1.2. (Figura 4). Deste modo, nenhum grupo identificou a divisão como estratégia de resolução desta última questão.

Estes resultados evidenciam a pouca familiaridade destes alunos com o significado de divisão como medida, já que a maioria dos grupos não conseguiu identificar a divisão como estratégia de resolução e os que a identificaram, não o fizeram sem antes modelarem a situação com recurso a procedimentos aditivos. Assim, revelaram raciocínio aditivo em situações, que de acordo com Vergnaud (1988), requerem raciocínio multiplicativo. Porém, estes resultados evidenciam ainda, a importância da resolução de problemas de contextos reconhecíveis, com significado para os alunos, como ponto de partida para a exploração e desenvolvimento de conceitos, dado que lhes permitiram a construção de estratégias próprias, através das quais chegaram à solução, conforme preconizado por Gravemeijer e Terwel (2000).

Por conseguinte, com a exploração em plenário a professora pretendia levar os alunos a progredirem das suas estratégias informais para as formais, ou seja dos esquemas e procedimentos aditivos para os procedimentos multiplicativos e no âmbito destes, para a divisão. Assim, a exploração teve início com a apresentação da produção de um dos grupos que recorreu a esquemas e procedimentos aditivos para a resolução da questão 1.1. (Figura 1). Após a discussão desta produção, concluiu-se que a estratégia adotada consistiu em adicionar copos com 1/3 de litro até chegar aos 2 litros, já que se pretendia saber quantos copos de 1/3 de litro se poderiam encher com 2 litros de sumo de maçã. Após esta síntese passou-se à apresentação e discussão da segunda estratégia (Figura 3) para a resolução da mesma questão. Aquando da sua discussão no quadro, os alunos Jacinta, Bernardo e Mafalda (nomes fictícios) do único grupo que recorreu à divisão, esclareceram:

Jacinta: Aqui (apontando para os dois retângulos, cada um dividido em três partes iguais (Figura 3)) estão as duas garrafas de sumo. Depois dividimos cada garrafa em 3 partes iguais!

Professora: Porquê?

Jacinta: Para ver quantos copos de um terço cabiam numa garrafa!

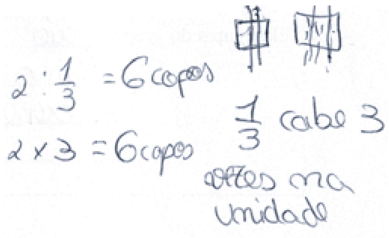

Figura 3. Produção para a resolução da questão 1.1 com recurso a esquemas e à divisão

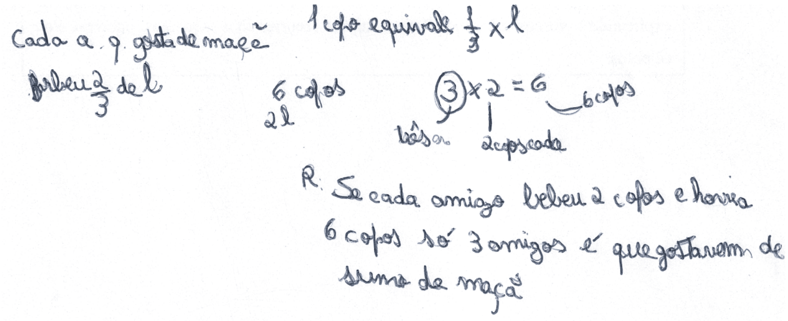

Figura 4. Produção para a resolução da questão 1.2. com recurso à multiplicação

Mafalda: Se podiam encher com um litro de sumo!

Professora: E o que concluíram?

Bernardo: Que se podiam encher 3 copos!

Professora: Mas, o que eu vejo na vossa produção são 6 copos?

Jacinta: Porque se numa garrafa cabem 3 copos de um terço em duas garrafas cabem 6 copos de um terço (apontando para a multiplicação — Figura 3)!

(…)

Mafalda: Com dois litros de sumo de maçã podem encher-se 6 copos de um terço (apontando para a divisão — Figura 3).

(…)

De salientar, que estes alunos usaram o algoritmo da divisão de números racionais, multiplicar pelo inverso do divisor, com significado.

Depois de esclarecidas todas as dúvidas relativas à resolução apresentada, com a orientação da professora, a turma confrontou as duas produções apresentadas no quadro (Figura 1 e 3), concluindo que adicionar copos de um terço de litro até perfazer um litro (Figura 1), é equivalente a dividir um litro em 3 partes iguais (Figura 3) e ainda, que adicionar 3 copos de um terço de litro a 3 copos de um terço de litro (Figura 1), é equivalente a duplicar os 3 copos de um terço de litro, ou seja 2×3 (Figura 3). Deste modo, os alunos foram orientados para a conexão das duas estratégias e posteriormente, na progressão dos procedimentos, ao concluírem que adicionar 1/3 de litro até perfazer 2 litros é equivalente a dividir os 2 litros por copos de 1/3 de litro, já que se pretendia saber quantos copos de 1/3 de litro se poderiam encher com 2 litros de sumo de maçã. Verificaram ainda, que a resolução do algoritmo resultou na multiplicação de 2 por 3, ou seja, que $2 : 1/3 = 2 \times 3 = 6$ (Figura 3), dado que se 1/3 cabe 3 vezes em uma unidade, em duas unidades cabe o dobro das vezes.

Seguiu-se a exploração das produções para a resolução da questão 1.2., primeiro com a apresentação e discussão da estratégia com recurso a esquemas, seguindo-se a apresentação da estratégia com recurso à multiplicação. Da apresentação e discussão da primeira estratégia (Figura 2), conclui-se que esta consistiu em agrupar os copos de 1/3 de litro, dois a dois (já que cada amigo da Ana que gostava de sumo de maçã bebeu 2/3 de litro e que $1/3 + 1/3 = 2/3$), e voltar a adicionar os agrupamentos resultantes, pelo que foram 3 os amigos da Ana que gostavam de sumo de maçã. Após esta síntese passou-se à apresentação e discussão da segunda estratégia (Figura 4) para a resolução da mesma questão. Desta vez, para além da progressão dos procedimentos aditivos para os multiplicativos, pretendia-se ainda, uma progressão no âmbito destes últimos, ou seja, da multiplicação para a divisão. Assim, perante a produção no quadro (Figura 4), os alunos do grupo esclareceram:

Mafalda: Nós pensamos que cada amigo da Ana que gosta de sumo de maçã bebeu dois copos de sumo! (…) Porque bebeu dois terços e um copo é um terço!

(…)

Jacinta: Como o sumo de maçã dava para seis copos, só três amigos é que gostavam de sumo de maçã, porque duas vezes três são seis!

Professora: Então, mas na tarefa 1.1. (apontando para as produções e conclusões que continuavam no quadro

— Figuras 3), para saberem quantos copos de um terço se enchiam com dois litros de sumo de maçã, o que fizeram?

Jacinta: Dividimos dois por um terço!

Professora: E concluíram?

Jacinta: Que cabem seis copos! Porque se numa garrafa cabem três copos em duas, cabem duas vezes mais!

Professora: Então, com dois litros de sumo encheram-se seis copos de um terço. E na questão 1.2. o que queremos saber afinal?

Bernardo: Quantos dois terços cabem em duas garrafas!

Professora: Porquê?

Bernardo: Porque queremos saber quantos amigos da Ana gostam de sumo de maçã (...) sabendo que cada um destes amigos bebeu dois terços do sumo.

Professora: Então como podemos representar?

Bernardo: Dois a dividir por dois terços! (Regista no quadro $2:2/3$)

Professora: E quantos são os amigos?

Bernardo: Três!

Professora: (Apontando para os esquemas representados no quadro (Figura 3 e 4). Podemos então concluir que se um terço cabe seis vezes em duas unidades, dois terços cabem metade das vezes, metade de seis, que são três, dois terços!

(...)

Professora: Então, dividir por dois terços é o mesmo que multiplicar por 3 e depois por 1/2, que é o mesmo que multiplicar pelo inverso de dois terços (enquanto registava no quadro $2:2/3=2\times3\times1/2=2\times3/2=3$). Logo, são três os amigos da Ana que só gostam de sumo de maçã!

A professora deu continuidade à discussão em plenário, questionando outros alunos, solicitando-os a compararem as diferentes estratégias de resolução e orientando-os para a divisão. De salientar, a exploração do algoritmo multiplicar pelo inverso do divisor desde o início do ensino-aprendizagem da divisão como medida, mas sem grande ênfase nesta fase inicial, já que o primeiro objetivo era o de familiarizar os alunos com o significado da divisão como medida. Posteriormente foram explorados mais problemas de contexto que lhes permitiram trabalhar o algoritmo multiplicar pelo inverso do divisor, bem como outros algoritmos alternativos, sugeridos por alguns investigadores (e.g. Pinto, 2011; Pinto e Monteiro, 2008).

NOTA FINAL

Esta primeira abordagem ao estudo da divisão de números racionais parece ter sido facilitada pela resolução de problemas de contexto reconhecível, com significado para os alunos, já que, como ponto de partida, lhes permitiu a construção de estratégias originais, através das quais se aperceberam da razão de ser e do alcance dos conceitos e representações matemáticas. Assim, este resultados parecem contrariar as orientações dos recentes documentos curriculares (MEC, 2013) quando referem que «a resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, (...) a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada (...) (p.5)», ou seja, uma visão dos problemas como simples campo de aplicação de conhecimentos prévios e isoladamente aprendidos e ainda, a de que uma aprendizagem muito contextualizada não favorece a progressão das estratégias informais para as formais.

Notas

[1] Conhecimentos dos alunos antes do ensino-aprendizagem do conteúdo em sala de aula.

Referências

Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, 32, 777–796.

MEC (2013). *Programa e metas curriculares*. Matemática: Ensino Básico. Lisboa: DGE

Pinto, H. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais* (Tese de Doutoramento), Universidade de Lisboa, Lisboa: Instituto de Educação.

Pinto, H & Monteiro, C. (2008). A divisão de números racionais. In J. Brocardo, L, Serrazina, & I. Rocha (Eds.), *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 201–219). Lisboa: Escolar Editora.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hilbert & M. Behr (Org.), *Number concepts and operations in the middle grades* VII (pp. 141–161). Reston, VA: NCTM & Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Hélia Gonçalves Pinto
ESECS do Instituto Politécnico de Leiria
helia.pinto@ipleiria.pt