

Objetos geométricos e raciocínio geométrico

O que distingue estas as figuras 1 e 2? A primeira é uma obra do artista plástico Robert Mangold (n. 1973) que pode ser vista na Tate Collection (<http://www.tate.org.uk/art>). A segunda é uma composição geométrica. A primeira foi escolhida para ilustrar o modo como um artista pode relacionar várias figuras para elaborar uma obra esteticamente atraente. Ela faz parte de um conjunto de seis composições nas quais, para além da variação da cor, é possível identificar pequenas variações no desenho do quadrado (figura 3).

A figura 2 mostra o ponto de partida que Arquimedes usou para estabelecer relações entre a área do círculo e as áreas do quadrado inscrito e circunscrito. Os objetos artísticos permitem-nos uma fruição estética. Os objetos matemáticos, geométricos ou não, também podem proporcionar essa fruição, porém encerram outras possibilidades. Aprender geometria é abrir as portas dessas possibilidades.

Obtenha várias relações entre os elementos das figuras que formam a composição, bem como entre as suas áreas e os seus perímetros.

Do ponto de vista geométrico, esta composição pode ser encarada de forma dinâmica em que se procura uma posição mais favorável (figura 4). A terceira imagem permite afirmar que o diâmetro da circunferência é igual ao lado do quadrado exterior e à diagonal do quadrado interior. Esta circunferência permite assim estabelecer relações entre os dois quadrados, sem ela não seria possível estabelecê-las.

Com mais elementos na composição esta complica-se visualmente, porém a informação que proporciona permite avançar mais (figura 5). A área do quadrado exterior é o dobro da área do quadrado interior. Ao destacar agora um novo quadrado, a sombreado, vemos que a sua área é o quadrado do raio da circunferência. Concluímos que a área do círculo está entre $2r^2$ e $4r^2$, num valor que deverá estar próximo de $3r^2$. Esta é a aproximação mais simples da relação entre a área de um círculo e o seu raio.

Arquimedes (287–212 A.C.), considerado como um dos maiores matemáticos de todos os tempos e possivelmente o maior da antiguidade, recorreu aos perímetros de polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência e obteve a primeira aproximação rigorosa de π , $3 + 10/71 < \pi < 3 + 1/7$. Para chegar a este enquadramento partiu de hexágonos e recorreu sucessivamente a polígonos com um número de lados 6×2^n (figura 6). Obteve estes valores na quarta ordem com polígonos de 96 lados.

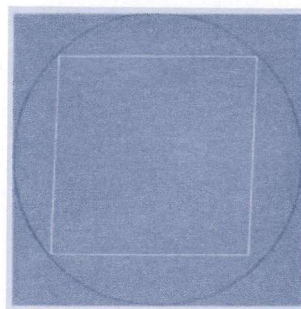


Figura 1

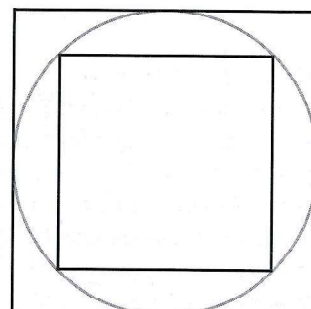


Figura 2

Este exemplo ilustra o papel da geometria no desenvolvimento do raciocínio geométrico, bem como no estabelecimento de conexões. Para mim é um bom exemplo do que Howard Eves considera a geometria inconsciente e a geometria científica. Este matemático considera que a história da geometria é composta por dois caminhos entrelaçados. Um narra o crescimento do conhecimento geométrico e o outro a mudança da natureza do objeto de estudo. Ao desenvolver estas duas narrativas, Howard Eves fala-nos da geometria subconsciente e da geometria científica. Considera que a primeira tem origem em observações simples decorrentes da capacidade humana para reconhecer figuras e comparar as suas formas e tamanhos. Foi esta geometria que desde sempre foi utilizada pelo homem para obter decorações e padrões. De certa forma esta arte inicial fez muito pelo desenvolvimento posterior da geometria. A evolução da geometria subconsciente nas crianças é bem conhecida e facilmente observável. Progressivamente, o Homem foi sendo capaz de extrair de um número de observações relacionadas com formas, tamanhos e relações espaciais dos objetos físicos certas propriedades e relações gerais, das quais as primeiras eram casos particulares. Assim, foi introduzida a vantagem de organizar problemas geométricos práticos em classes de problemas, de tal modo que numa classe os problemas são resolvidos pelo mesmo procedimento geral. Por exemplo, a comparação do comprimento de uma circunferência com o seu diâmetro levou, ao fim de algum tempo, à lei geométrica que estabelece uma razão constante entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro. Howard Eves considera que esta evolução conduziu à geometria científica. Nesta, a indução, a tentativa erro, os procedimentos empíricos são os instrumentos de descoberta.

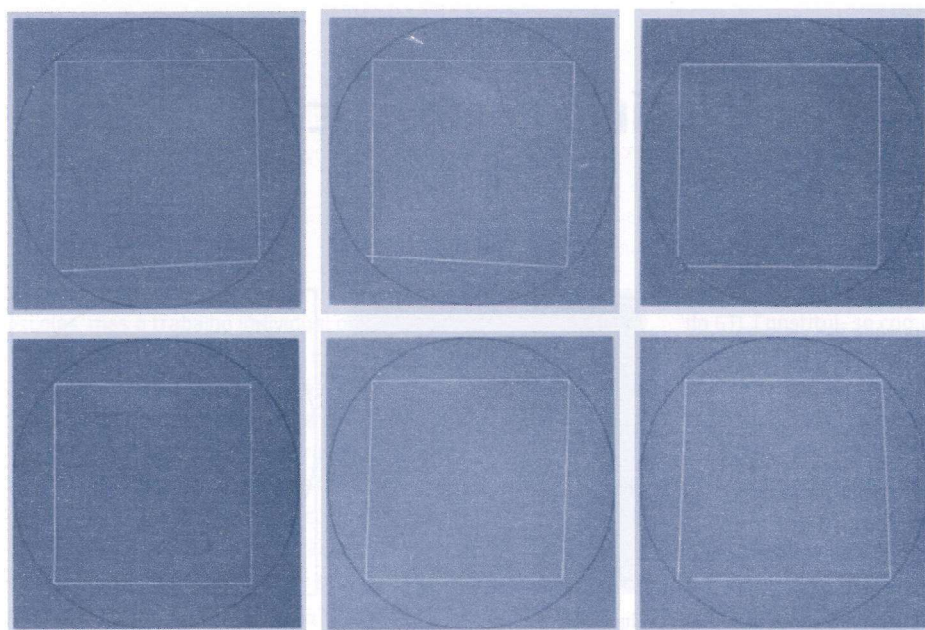


Figura 3

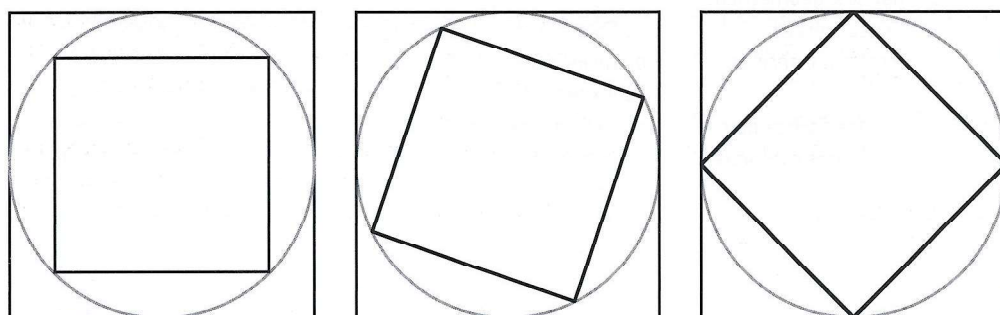


Figura 4

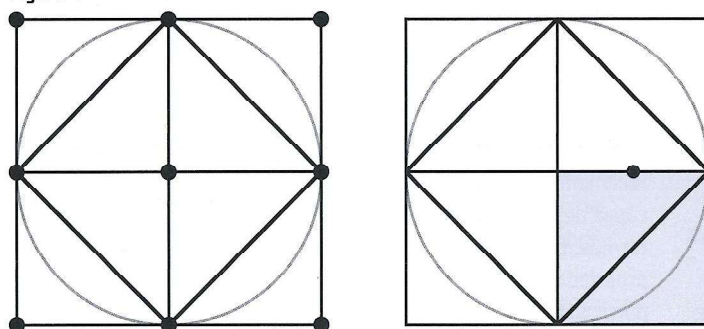


Figura 5

A perspectiva destas duas narrativas históricas é coerente com um dos propósitos atualmente dominante para o ensino da geometria, o de desenvolver o raciocínio geométrico. As metas curriculares têm por base apenas uma perspectiva dedutiva e ignoram totalmente as duas narrativas históricas referidas por Howard Eves, bem como o propósito de desenvolvimento do raciocínio geométrico que a investigação em didática preconiza.

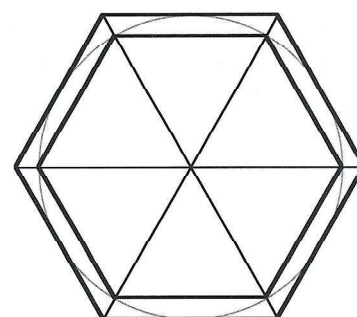


Figura 6

Ao fazê-lo comprometem mortalmente o ensino da geometria e por arrasto o ensino da matemática.

Referências Bibliográficas

Eves, Howard (1989). The history of geometry. In NCTM [Ed.], *Historical topics for the Mathematics classroom*. (pp. 165-192). Reston: NCTM.