

Coincidências

O Tiago escreveu a idade dele e a do irmão, uma encostada à outra. Ao olhar para o único número assim obtido, o Daniel comentou:

- Repara na coincidência: está aqui precisamente o quadrado da idade do nosso pai.
- Pois é, – disse o Tiago. – Mas o mais curioso é que daqui a onze anos isto volta a acontecer.

Que idades têm eles?

[Respostas até 12 de julho, para zepaulo46@gmail.com]

Piquenique nas lagoas

O problema proposto no número 120 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

A família Barbosa e a família Cruz resolveram fazer um piquenique nas lagoas de Bertandos. Quando chegaram ao local combinado, cada homem cumprimentou os homens da outra família com um aperto de mão e as mulheres com um beijo. Cada mulher trocou um beijo com as mulheres da outra família.

Deram-se 35 apertos de mão e trocaram-se 86 beijos. Quantos homens lá estavam? E mulheres?

Quantos elementos tinha cada família?

Recebemos 9 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Ema Modesto e João Fernandes (Aveiro), Francisco Estorninho (Queluz), Graça Braga da Cruz (Ovar), Isabel Viana (Porto), Luís Ferreira (Vila Verde), Pedro Teixeira e Sérgio Rosa (Pinhal Novo).

Todas as resoluções, exceto uma, seguiram a mesma via: Sejam b e c o número de homens de cada família e x e y os correspondentes números de mulheres.

Os dados do problema dão origem a duas equações:

$$\begin{aligned} b \cdot c &= 35 \\ b \cdot y + c \cdot x + x \cdot y &= 86 \end{aligned}$$

Da primeira equação conclui-se que $b = 7$ e $c = 5$ (a Graça e a Isabel também analisaram o caso 1 e 35, que não conduz a nenhuma solução). A segunda equação fica:

$$7y + 5x + x \cdot y = 86$$

e agora trata-se de procurar soluções inteiras e positivas, por tentativas ou através de uma tabela. Mas o Luís Ferreira segue uma via simples e original que deve ser partilhada com todos os leitores:

- 1) Os homens cumprimentaram-se 35 vezes. Só há uma conjugação de fatores possível: 5×7 . Assim, uma família tem 5 homens e a outra 7. Até aqui nada de especial.
- 2) Agora vem o «truque». Reparemos que todos os membros de uma família cumprimentam os outros, sejam beijos ou abraços: Total de cumprimentos = beijos + abraços = $35 + 86 = 121$. Vamos decompor em fatores. Reparo que só há uma conjugação possível: $11 \times 11 = 121$.
- 3) Então cada família tem 11 membros. Como já sabemos os homens, então por diferença vem:
 $11 - 7 = 4$ mulheres
 $11 - 5 = 6$ mulheres
 Uma família tem 7 homens e 4 mulheres, a outra tem 5 homens e 6 mulheres.